ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXXI, № 1, 1978 Серия технических наук

ЭНЕРГЕТИКА

А. В. ТЕМУРДЖЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ СХОДИМОСТИ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ЗАДАЧИ, ВСТРЕЧАЮЩЕЙСЯ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ СТРУКТУРЫ РАЗВИВАЮЩИХСЯ ЭНЕРГОСИСТЕМ

В настоящее время энергетическое строительство развивается по пути создания крупных объединенных электроэнергетических систем (ОЭЭС), которые, в свою очередь, являются подсистемами единой ОЭС всей страны. Из этого следует, что при развитии энергосистем отдельных республик в перспективе необходимо рассмотреть не только тесные отраслевые, но и территориальные взаимосвязи в иерархической схеме объединенных энергосистем, охватывающих огромные территории с многочисленными разнотипными генерирующими установками и потребителями энергии. Поэтому народнохозяйственные затраты на развитие и эксплуатацию данных систем исключительно велики, и проблема поиска оптимальных решений по их развитию является весьма важной и актуальной задачей

Одной из основных технико-экономических задач, возникающих при перспективном планировании развития ОЭЭС, является выбор их оптимальной структуры с одновременной оптимизацией режимов их совместной работы.

Будем исходить из того, что ОЭЭС представляет собой сложную систему, состоящую из большого числа взаимосвязанных систем как подсистему этой сложной системы. Это можно назвать проблемой соотношения локальных оптимумов, получаемых при решении отдельных задач и глобального оптимума [1].

Сущность задачи состоит в том, чтобы на основе некоторой начальной структуры энергосистемы с учетом динамики изменения электропотребления, а также намеченных возможных диапазонов изменения параметров ТЭС, ГЭС, ГАЭС, АЭС и ЛЭП определить наиболее экономичные параметры этих объектов, обеспечивающие экстремум выбранной функции критерия оптимальности при условии обеспечения покрытия графиков нагрузки и электропотребления системы.

В математической формулировке задача оптимизации структуры ОЭЭС сводится к разработке математической модели, дающей возможность отыскать такой вектор показателей $X(x_{1k}^{(i)}, \ldots, x_{ik}^{(i)}, \ldots, x_{nk}^{(i)})$ из их множества, который даст решение в допустимой области изменения параметров и соответствует экстремуму функции критерия оптимальности:

$$\operatorname{extr}\{\Phi(x_{1k}(t), \ldots, x_{ik}(t), \ldots, x_{nk}(t); P_{\text{н}})\}; \qquad (1)$$

$$x_{ik}(t) \in G; \quad P_{\text{н}} \in (\alpha, \beta); \quad t \in [1, T],$$

где G — область определения целевой функции; $x_{ik}(t)$ — компонент вектора, характеризующий величину электроэнергии, вырабатываемой i-м объектом k-й ЭЭС в t-м году, мощность y_{ik}, с числом часов использования h_{ik}; $P_{\text{н}}$ — параметр, характеризующий эффективность капитальных вложений; α, β — возможные пределы изменения коэффициента эффективность; T — расчетный период.

На область определения целевой функции накладываются ограничения по допустимым значениям параметров элементов системы, отражающих ее внутренние связи.

Данная задача является сложной экстремальной вследствие нелинейности характеристик и уравнений, целочисленного изменения большинства параметров энергетической системы, наличия ограничений по ее параметрам в форме равенств и неравенств и динамического характера задачи.

Ввиду недостаточной разработанности строгих методов решения такого класса задач, в практике перспективного планирования широкое применение нашли линейные математические модели [2÷5], посредством которых, с помощью определенных приемов и допущений, нелинейная по своему характеру задача сводится к задаче линейного программирования, решаемой симплексным методом. Рассматриваемая модель согласуется с принципиальными предпосылками построения моделей ЭЭС [2÷5].

С точки зрения более детального учета ряда свойств и факторов, определяющих развитие ЭЭС, практическое использование линейной модели выявило необходимость ее усовершенствования с разработкой качественно новых подходов, позволяющих широко использовать возможности современных ЭВМ. В работе большое внимание уделяется разработке динамической модели с более обобщенным критерием оптимальности [8].

Для построения конкретного математического выражения функции (1) исходим из того, что по своей сущности денежный критерий оптимальности развивающихся систем отражает количественную цель народнохозяйственного планирования. Для такой функции типичными являются требования максимума прибыли при минимуме затрат на производство электроэнергии. Чтобы иметь возможность единого сравнения, они должны быть объединены в один критериальный показатель (целевую функцию):

$$\max_{\substack{X_k(t) \in G \\ P_{\text{н}} \in (\alpha, \beta)}} \Pi(X_k(t); P_{\text{н}}) = \max_{\substack{X_k(t) \in G \\ P_{\text{н}} \in (\alpha, \beta)}} \{И(X_k(t); P_{\text{н}}) - З(X_k(t); P_{\text{н}})\}, \qquad (2)$$

где $И(X_k(t); P_{\text{н}})$ — стоимость выработанной электроэнергии по оптимально обусловленным оценкам; $З(X_k(t); P_{\text{н}})$ — функция затрат.

При описании внутренних и внешних связей энергосистемы необходимо обеспечить комплексную увязку производства, преобразования и потребления электроэнергии, что может быть достигнуто только при совместном рассмотрении балансов. В соответствии с условиями задачи для любой ЭЭС в каждом году $t = [1, T]$ расчетного периода должны быть обеспечены основные балансовые уравнения (покрытие годового максимума нагрузки N_{it} и баланс потребления W_{it}) и производство электроэнергии при совместной работе объектов электроэнергетической системы. Формулировка балансов энергии ЭЭС в линейной модели существенно зависит от принятого способа описания режима работы электростанций. Для каждого из действующих объектов ограничения вида

$$W_{it} = N_{it} H_{it} \leqslant N_{it} \sum_{r} h'_{ik} \leqslant N_{it} \bar{H}_{it} = \bar{W}_{it}$$

$$(i = \overline{1, n}; \quad k = \overline{1, l})$$

преобразуются в ограничения:

$$H_{it} \leqslant \sum_{r} \gamma'_{ik} h'_{ik} \leqslant \bar{H}_{it}; \qquad H_{it} \leqslant h'_{ik} \leqslant \bar{h}'_{ik} \leqslant \bar{H}_{it}. \tag{3}$$

Учитываются двусторонние ограничения по числу часов использования вписываемых объектов. Ее нелинейный характер учитывается в модели, применяя иной подход. Чтобы соблюдать единственность решения и линейность уравнений внесены поправочные коэффициенты γ'_{ik}. Для каждого конкретного случая они подбираются так, чтобы каждая станция участвовала в одном интервале (из r возможных) в указанных пределах. При этом основной характеристикой каждого типа электростанции считается зависимость $b_{ik} = f_{ik}(h)$.

Наряду с нелинейностью технико-экономических зависимостей (рис. 1) предлагается способ учета дискретного развития объектов. Исходя из особенности линейного программирования — оптимальное решение задачи достигается в крайней точке выпуклого множества допустимых решений — в модель вводятся дополнительные ограничения вида

$$\sum_{j} a_{ijk} z_{ijk} \leqslant y_{ij}; \qquad 0 \leqslant z_{ijk} \leqslant 1. \tag{4}$$

где a_{ijk} — заданные значения единичных мощностей энергоблоков; j — число единичных мощностей.

При этом определяется целесообразное сочетание количества и вида блоков, предназначенных для покрытия разных (полупиковых) режимов, в структуре мощностей рассматриваемой ОЭЭС. Предлагаемый способ позволяет более точно представить их в линейной модели.

Для решения поставленной задачи, характеризующейся большой размерностью, предлагается поэтапный метод решения, основанный на

методе декомпозиции Данцига—Вульфа [7]. Получаем расширенную математическую модель ОЭЭС, схема которой изображена на рис. 2.

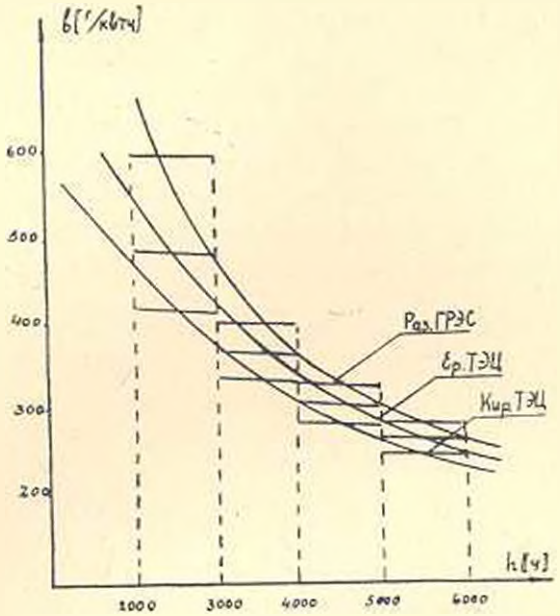

Рис. 1. Позонное представление зависимости удельного расхода топлива ТЭС АрмЭЭС от числа часов использования их мощностей.

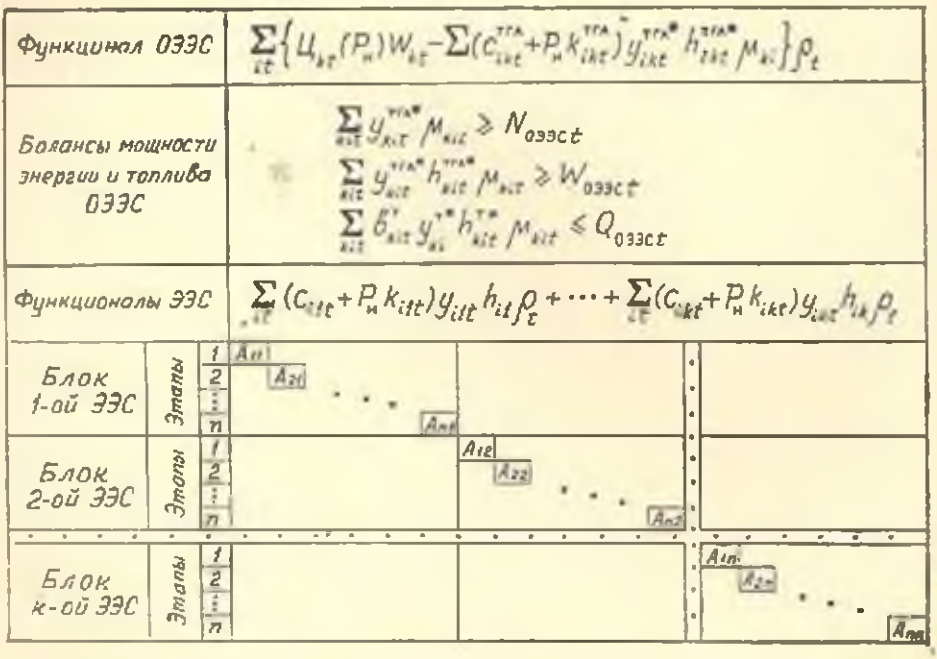

Рис. 2. Схема расширенной математической модели оптимизации развития ОЭЭС.

Ограничения разделены на блоки, содержащие все переменные задачи, и блоки, содержащие лишь переменные в соответствии с каждой k-й ЭЭС. Матрица рассматриваемой задачи имеет блочно-диагональную структуру со связывающими строками:

$$\begin{bmatrix} B_1 & B_2 & \cdots & B_l \\ A_1 & & & \\ & A_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_l \end{bmatrix}. \qquad (5)$$

Множество допустимых решений каждой k-й системы, определяемое условиями рассматриваемой задачи, ограничено и представляет собой выпуклый многогранник

$$\Omega_k = \{X / A_k X_k \leq b_k;\ X_k \geqslant 0\}, \qquad (k = \overline{1,\ l}) \qquad (6)$$

Из теории линейного программирования следует, что каждая ЭЭС имеет свой локальный оптимум, к достижению которого она стремится. Так как отпускные цены на электроэнергию дефференцированы по отдельным энергосистемам, то оптимизация по критерию оптимальности максимума прибыли заменяется оптимизацией с эквивалентным критерием — минимумом расчетных затрат.

Укрупненная блок-схема алгоритма (рис. 3) иллюстрирует способ реализации метода. Приведена взаимосвязь блоков.

Для каждого значения $P_{\text{п}} \in (\alpha, \beta)$ k-й ЭЭС при помощи модели (на основе предлагаемой методики) определяется однозначный оптимальный вектор структурных показателей, каждый компонент которых характеризуется своими парами удельных показателей (c_{kit}, k_{kit}), и в соответствии с парным значением по блоку вычисления цены (блок-10) получаются значения цен и строятся функциональная зависимость $U_k = U_k(P_{\text{п}})$. Подставляя в общую модель зависимости $U_k = U_k(P_{\text{п}})$ и решения y^*_{kit}, h^*_{kit}, исходная задача с некоторой заменой переменных сводится к вычислению переменных v_{kit}, с помощью которых достигается максимум линейной формы

$$\sum_{k,\,i,\,t} \left\{ U_{kt}(P_{\text{п}}) \cdot W_{kt} - \sum_{i} (c_{kit} + P_{\text{п}} k_{kit})\, y^*_{kit}\, h^*_{kit}\, v_{kit} \right\},$$

при условиях:

$$\sum_{kit} y^*_{kit} h^*_{kit} v_{kit} \geqslant W_{\text{ОЭЭС}}\, t;$$

$$\sum_{kit} y^*_{kit} v_{kit} \geqslant N_{\text{ОЭЭС}}\, t; \qquad (7)$$

$$\sum_{kil} b_{kil} y^{*}_{kil} h^{*}_{kil} \mu_{kil} \leqslant Q_{\text{ОЭЭС}}\, t;$$

$$\sum_{il} \mu_{kil} = 1 \quad \text{при} \quad \mu_{kil} \geqslant 0 \quad (k = 1, 2, 3; \quad l = \overline{1, r_k}). \qquad (7)$$

где r_k — число решений k-й ЭЭС.

Подход основан на идее сужения допустимой области. Пересечение выпуклых множеств $\Omega_1 \cap \Omega_2 \cap \cdots \cap \Omega_l$ выпукло.

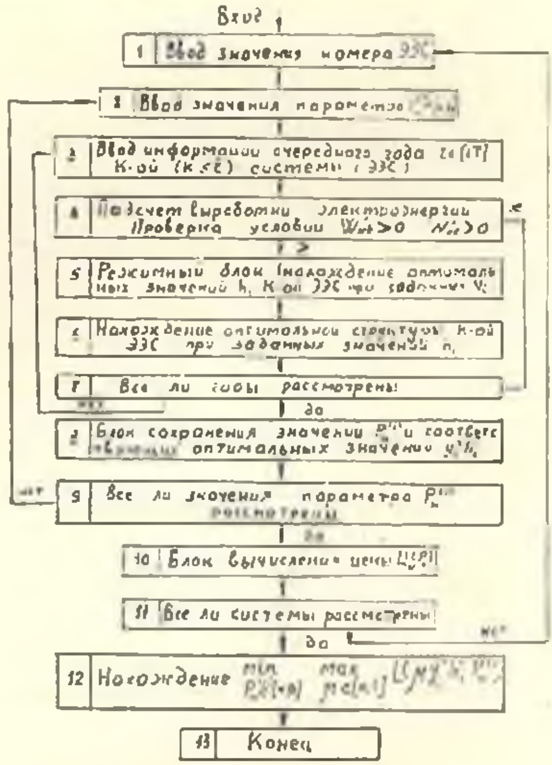

Рис. 3. Укрупненная блок-схема алгоритма оптимизации структуры ОЭЭС.

Композиция решений локальных задач является оптимальным состоянием системы. Оптимизация общей расширенной модели производится по предлагаемому динамическому критерию максимума прибыли. Этот метод позволяет получить единственное решение для всей ОЭЭС в целом, так как доказано, что максимум выпуклой функции на выпуклом множестве точек может быть только один [6].

Построенная расширенная математическая модель по критерию максимума прибыли позволяет не только оптимизировать и дать технико-экономическую оценку вариантов развития ЭЭС и их объединений, но и определить предельное значение коэффициента эффективности P_n в результате решения поставленной двойственной задачи на минимакс.

$P_н$ существует, так как имеем задачу линейного программирования, входящие в нее функции можно рассматривать и как выпуклые и как вогнутые. Из функциональной теории двойственности, разработанной Куном-Таккером [6], следует: если $f(X)$ достигает абсолютного максимума в точке $X^* \in G$, то существует такой вектор λ^*, что (X^*, λ^*) является седловой точкой функции Лагранжа $F(X, \lambda)$, т. е.

$$F(X, \lambda^*) \leqslant F(X^*, \lambda^*) \leqslant F(X^*, \lambda) \quad \text{при } X > 0, \ \lambda \in G.$$

Значит, λ^* должно доставлять минимум функции $F(X^*, \lambda)$. Задача минимизации $F(x, \lambda)$ по λ при ограничениях называется двойственной к задаче отыскания максимума $f(x)$ при ограничениях $g_j(x) \leqslant b_j$ ($j = \overline{1, m}$), $x \geqslant 0$. $F(x^*, \lambda^*)$ есть решение задачи на минимакс, т. е.

$$F(X^*, \lambda^*) = \min_{\lambda} \max_{X} F(X, \lambda).$$

Для нашей задачи $\Pi(X, P_н)$ интерпретируется как функция Лагранжа с неопределенным множителем $P_н$ [9], геометрическое место которой представляет собой линейчатую поверхность второго порядка — гиперболический параболоид.

С другой стороны, полученную функцию $\Pi(X^*, P_н)$ можно рассмотреть как одну параметрическую задачу линейного программирования, являющуюся убывающей выпуклой вниз функцией своего параметра.

При монотонном увеличении параметра

$$P_{н_1} < P_{н_2} < \cdots < P_{н_k} < \cdots$$

$$\Pi(X^*, P_{н_1}) > \Pi(x^*, P_{н_2}) > \cdots > \Pi(X^*, P_{н_k}) \to 0 \tag{8}$$

функция над параметрами убывает, стремясь к нулю, оставаясь больше него, так как имеет смысл только ее положительное значение. Соответствующий этому пределу $P_{н_k}$ будет оптимально предельным. Полученный $P_{н_k}$ соответствует оптимальному состоянию системы в целом.

Можно сформулировать теорему: *для того, чтобы X был оптимальным решением задачи, необходимо и достаточно, чтобы существовала система удельных показателей*

$$\Pi\{\Pi_{ik}\} \quad (i = \overline{1, n}; \ k = \overline{1, l}), \text{ где } \Pi_{ik} = Ц_k - (c_{ik} + P_н k_{ik}),$$

каждый компонент которой обеспечил бы получение одинакового количества и качества продукции при условиях:

1) $\Pi \geqslant 0$;

2) $\Pi X^* = 0$ для $X^* \in G \subset R^n$;

3) $\Pi X^* = 0$,

при предельном значении коэффициента эффективности $P_{н_k}$; т. е. приравнивая выражение (2) нулю, можно найти предельное значение $P_н$

(максимально допустимое), при котором функционирование системы допустимо.

На ЭВМ «Минск-22» проводились многовариатные исследования усовершенствованной линейной модели ЭЭС Армении в рамках ОЭЭС Закавказья, результаты которых предполагаются использовать институтом «Энергосетьпроект» при оптимизации развития энергетики. При заданной структуре АрмЭЭС оптимизировался режим совместной работы электростанций с определением зоны их работы в графике нагрузки. Включение ГАЭС в состав АрмЭЭС значительно улучшит режим работы системы, обеспечивая ежегодную экономию условного топлива в порядке 144 *т тн*. Результаты, полученные при реализации моделей на ЭВМ, позволили получить обоснованные решения по оптимальному направлению ее развития, показывая работоспособность методики и программы. Разработанный алгоритм, как единый вычислительный комплекс поэтапного решения рассматриваемой задачи оптимизации структуры ОЭЭС, методом блочно-линейного программирования в сочетании с линейно-параметрическим частично-целочисленным может расширить возможность решения задач больших размеров.

АрмНИИЭ

Поступило 20.IX.1976

Ա. Վ. ԹՄՄՈՒՐՋՅԱՆ

ՋԱՐԳԱՑՈՂ ԷՆԵՐԳԱՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔԻ ՕՊՏԻՄԱԼԱՑՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ ՀԱՆԴԻՊՈՂ ՄԻ ԽՆԴՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՉՈՒԳԱՄԻՏՈՒԹՅԱՆ ՀՆՏԱՉՈՏՈՒԹՅՈՒՆ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում ուսումնասիրվում են էլեկտրաէներգետիկական համակարգերի կառուցվածքի օպտիմալացման մի քանի հարցեր՝ նրանց համատեղ աշխատանքի օպտիմալ ռեժիմների հետ միաժամանակ։ Հետազոտված են խնդրի լուծման պուդամիտության հարցերը բացարձակ էքստրեմումի հասնելու նպատակով։

Մաքսիմում շահույթի չափանիշով կառուցված ընդլայնված մաթեմատիկական մոդելը թույլ է տալիս ոչ միայն օպտիմալացնել և տալ միացյալ էլեկտրաէներգետիկական սիստեմի վարիանտների զարգացման տեխնիկա-էկոնոմիկական գնահատականը, այլև՝ օպտիմալացնել էֆեկտիվության գործակիցը դրված երկակի (մինիմաքս) խնդրի լուծման հեռանկարով։

Մշակված է ալգորիթմ, որն ընդլայնում է մեծ չափեր ունեցող խնդիրների լուծման հնարավորությունը։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аганбекян А. Г., Багриновский К. А., Гранберг А. Г.* Система моделей народнохозяйственного планирования. Изд. «Мысль», М., 1972.
2. *Веников В. А. Арзамасцев Д. А.* О построении экономико-математических моделей ЭЭС. «Энергетика и транспорт», № 2, 1970.
3. *Сыров Ю. П., Макарова А. С., Зейлигер А. Н., Хабачев Л. Д.* Линейная математическая модель для оптимизации структуры энергетических систем с применением ЭЦВМ. «Теплоэнергетика», № 10, 1966.
4. *Черник М. А., Шарыгин В. С.* Линейная модель для выбора структуры энергосистемы, основанная на методе позонной оптимизации конечных мощностей электростанций. «Энергетика», № 1, 1972.
5. *Некрасов А. С., Кретинина Ю. С.* Моделирование перспективного развития электроэнергетической системы. «Экономика и математические методы», т. V, вып. 1, 1969.
6. *Хедли Дж.* Нелинейное и динамическое программирование. Изд. «Мир», М., 1967.
7. *Лэсдон Л. С.* Оптимизация больших систем. Изд. «Наука», М., 1975.
8. *Темурджян А. В.* Некоторые вопросы оптимизации энергосистем по критерию максимума прибыли. «Научно-техническое совещание по проблеме управления экономическими процессами энергетических систем» (тезисы докладов), Л.—Е., 1972.
9. *Темурджян А. В.* К вопросу о нормативном коэффициенте эффективности. «Экономика и математические методы», т. VII, вып. 2, М., 1971.