

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

М. Е. ИОНДЕМ, Н. Г. ИНИКЯН

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ТОРЦОВОЙ ЗОНЕ
СТАТОРА ПРИ ВЫНУТОМ РОТОРЕ

В электрических машинах переменного тока исследование индуктивного сопротивления рассеяния обмотки статора часто проводят при вынутом роторе. При этом возникает необходимость определить магнитное поле в двух областях: в расточке в пределах сердечника статора без учета торцового эффекта, в торцовой зоне.

Аналитическое определение магнитного поля в расточке может рассматриваться как двухмерная задача. Ее наиболее полное и строгое решение получено в [1; 2]. Поле в торцовой зоне до недавнего времени не учитывалось. Оно трехмерное, что создает известные трудности его определения. В [3] торцовый поток рассматривается как добавление к потоку в расточке и учитывается путем фиктивного увеличения длины сердечника статора на величину, равную $\tau/6$. В [1] с помощью моделирования на электропроводной бумаге в продольном осевом сечении двухполюсной машины определяется картина поля при вынутом роторе с учетом торцового эффекта. Фиктивная длина машины, полученная по этим результатам, оказывается близкой к величине, принятой для расчета в [3]. Однако полученные результаты не позволяют установить связь между торцовым эффектом и геометрией торцовой зоны. В данной статье приводится аналитическое определение потока на торцовой поверхности статора при вынутом роторе.

При решении задачи принимаем следующие допущения:

- 1) магнитная проницаемость стали $\mu_r = \infty$, а электрическая проводимость $\gamma = 0$;
- 2) в пределах сердечника статора поле является плоскопараллельным;
- 3) обмотка расположена на поверхности расточки статора, ее радиальный размер бесконечно мал;
- 4) в пределах сердечника ток, протекающий по обмотке, распределен синусоидально вдоль окружности;
- 5) лобовые части расположены на цилиндрической поверхности, их радиальный размер бесконечно мал, а радиус цилиндрической поверхности равен радиусу расточки.

Поле в торцовой зоне будем рассматривать как обусловленное торцовым эффектом сердечника статора и током лобовых частей обмотки.

Решение задачи будем проводить в два этапа. На первом этапе определим поток на торцевой поверхности, обусловленный только торцовым эффектом сердечника, на втором этапе — поток, обусловленный током лобовых частей. Поток, обусловленный торцовым эффектом сердечника, определим с помощью метода зеркальных изображений [4].

Метод изображений непосредственно применим только в случае непрерывных пограничных поверхностей. Однако торцовые поверхности статора и ротора разделены воздушным зазором, из которого линии магнитной индукции вылучиваются в торцовую зону. Чтобы иметь возможность в этих условиях применить метод зеркальных изображений, воздушный зазор заполняется сталью, а его влияние на поле в торцовой зоне учитывается током, протекающим по проводнику, проложенному на торцовой поверхности стали на месте воздушного зазора и имеющему бесконечно малый размер в осевом направлении. Величина протекающего по проводнику тока равна по величине намагничивающей силе (н. с.) воздушного зазора, а его изменение вдоль окружности повторяет изменение этой н. с. [4].

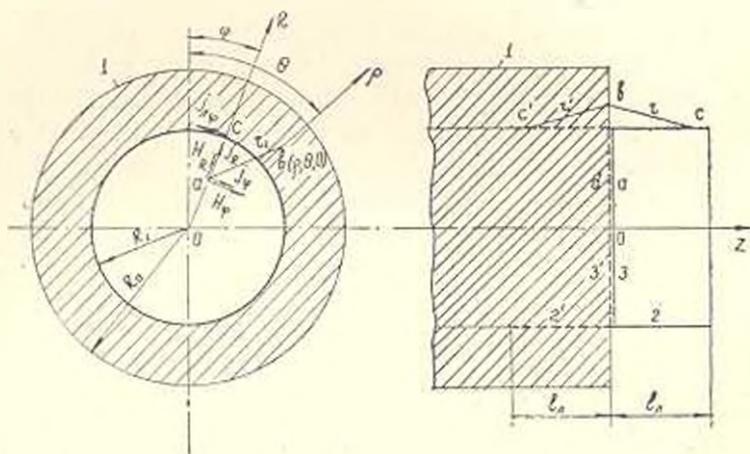


Рис. 1 Эскиз модели статора при вынутаго ротора: 1—сердечник статора; 2 и 2'—лобовые части и их зеркальное изображение; 3 и 3'—воображаемый токоведущий диск и его изображение.

Применим указанный прием для случая вынутаго ротора. При стремлении радиуса ротора к нулю проводник с током, проложенный на месте воздушного зазора, превращается в бесконечно толстый диск, закрывающий с торца расточку статора, а расточка заполняется сталью. Поток на торцевой поверхности статора, обусловленный токами в диске и их зеркальными изображениями, представляет собой поток торцового эффекта сердечника.

Будем пользоваться цилиндрической системой координат, начало которой совпадает с центром токоведущего диска, а ось z направлена по оси вращения машины (рис. 1). Поверхностная плотность тока диска должна иметь такую величину, чтобы созданная ею напряженность H

магнитного поля была бы равна напряженности, созданной в расточке п. с. обмотки статора. Выделим в зоне поверхностных токов бесконечно узкие в направлении координат R и φ полосы, к которым применим закон полного тока. Поскольку $\mu_s = \infty$ и в области $z < 0$ $H = 0$, то между составляющими плотности тока в диске и напряженности поля на его поверхности будут иметь место следующие соотношения:

$$J_R = H_\varphi; \quad (1)$$

$$j_\varphi = -H_R. \quad (2)$$

При указанных выше допущениях (п. п. 1÷4) в [1; 2] для составляющих магнитной напряженности поля в расточке статора при вынужденном роторе получены выражения, на основании которых находим составляющие плотности тока

$$j_R = -\sqrt{2} \Lambda k_{00} R_1^{-p-1} R^{p-1} \sin p\varphi, \quad (3)$$

$$j_\varphi = -\sqrt{2} \Lambda k_{00} R_1^{p+1} R^{p-1} \cos p\varphi \quad (4)$$

и поток в расточке в пределах одного полюсного деления

$$\Phi_p = 2\sqrt{2} \mu_0 \Lambda k_{00} R_1 \frac{l}{p}. \quad (5)$$

Здесь Λ — действующее значение линейной токовой нагрузки:

k_{00} — обмоточный коэффициент обмотки статора по основной гармонике;

p — число пар полюсов;

R_1 — радиус расточки статора;

l — активная длина сердечника статора;

μ_0 — магнитная проницаемость воздуха;

R и φ — текущие координаты.

В точке $b(\rho, 0, 0)$ на торцевой поверхности статора составляющие векторного магнитного потенциала от токов токоведущего диска и их зеркальных изображений определяются по формулам [4], в которых элемент объема заменяется элементом поверхности:

$$A_\varphi = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_s \frac{j_\varphi ds}{r_1} + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_s \frac{j'_\varphi ds}{r'_1}; \quad (6)$$

$$A_R = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_s \frac{j_R ds}{r_1} - \frac{\mu_0}{4\pi} \int_s \frac{j'_R ds}{r'_1}. \quad (7)$$

где $j_R, j_\varphi, j'_R, j'_\varphi$ — составляющие плотности тока и их зеркальные изображения в точке $a(R, \varphi, 0)$ токоведущего диска;

r_1 и r'_1 — расстояния от точки b до точки a и ее зеркального изображения a' ;

s — поверхность токоведущего диска.

Так как токоведущий диск имеет бесконечно малую толщину и плотно прилегает к ферромагнитной поверхности, то точка a_1 совпадает с точкой a и $r_1 = r_2$. Кроме того, при $\mu_c = \infty$ $j_R = j_R$ и $j_z = j_z$. Элементарная поверхность $ds = R d\varphi dR$; расстояние между точками

$$r_1 = \sqrt{z^2 + R^2 - 2\varphi R \cos(\varphi - \theta)}. \quad (8)$$

С учетом этих условий производится интегрирование выражений (6) и (7) с помощью бета- и гипергеометрических функций [5]. Окончательно получаем:

$$A_\varphi = -\sqrt{2} \mu_0 \Lambda k_{00} R_1 \sin p\theta \sum_{n=0,1,2,\dots} N(p, n) Z_1^{2n+p-1}; \quad (9)$$

$$A_\theta = -\sqrt{2} \mu_0 \Lambda k_{00} R_1 \cos p\theta \sum_{n=0,1,2,\dots} N(p, n) Z_1^{2n+p-1}, \quad (10)$$

где

$$N(p, n) = \frac{(2n-1)!! [2(p+n)-1]!!}{2^{2n+p} [2(p+n)+1] (p+n)! n!};$$

$$Z_1 = \frac{R_1}{\rho}; \quad R_1 \leq \rho \leq R_0.$$

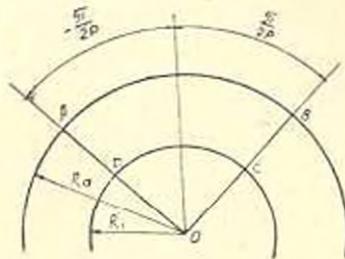


Рис. 2. К расчету потока от торцового эффекта в пределах полюсного деления

Магнитный поток от торцового эффекта в пределах одного полюсного деления определяем как интеграл векторного потенциала, имеющего составляющие A_φ и A_θ по контуру $ABCD$ (рис. 2). Получаем:

$$\Phi = \frac{\sqrt{2} \mu_0 \Lambda k_{00} R_1^2}{\rho} K_0, \quad (11)$$

где

$$K_0 = 4 \sum_{n=0,1,2,\dots} \frac{(2n-1)!! [2(p+n)-1]!! (i^{2n+p} - 1)}{2^{2n+p} [2(p+n)+1] (2n+p) (p+n-1)! n! i^{2n+p}}; \quad (11a)$$

$$i = \frac{R_0}{R_1}.$$

В выражении (11a) ряд сходится.

Определим теперь поток на торцовой поверхности, обусловленный током лобовых частей. В точке $b(\rho, 0, 0)$ на торцовой поверхности составляющие A_{z2} и A_{z3} векторного потенциала от токов лобовых частей и их изображений будут определяться по формулам такого же вида, как (6) и (7), в которых вместо плотностей тока J_R , J_C и их изображений подставлены соответственно J_{z2} , J_{z1} и их изображения, а интегрирование производится по цилиндрической поверхности лобовых частей.

При $\mu_c = \infty$ имеем:

$$r = r'; \quad J_{z2} = -J_{z1}; \quad J_{z3} = J_{z1}.$$

С учетом этих условий получаем:

$$A_{z2} = 0; \quad A_{z3} = \frac{2\mu_0}{4\pi} \int_{z_2}^z \frac{J_{z1} ds_2}{r}. \quad (12)$$

Для выбранного направления тока в обмотке статора тангенциальная составляющая J_{z2} плотности тока вдоль окружности изменяется по такому же закону, как и соответствующая составляющая J_C плотности тока в токоведущем диске, но направлена в противоположную сторону.

$$J_{z2} = J(z) \cdot \cos p\varphi.$$

Принимаем, что амплитуда $J(z)$ составляющей J_{z2} плотности тока вдоль длины вылета l_2 лобовых частей изменяется по линейному закону. Причем, при $z = 0$ $J(z) = 0$, а при $z = l_2$, амплитуда имеет наибольшее значение. С учетом этих условий окончательно будем иметь:

$$J_{z2} = \frac{2 \sqrt{2} \Lambda k_{00} R_1}{pl_2^2} z \cos p\varphi. \quad (13)$$

Расстояние от элемента $ds_1 = R_1 d\varphi dz$ поверхности лобовых частей до точки $b(\rho, \theta, 0)$ на торцовой поверхности статора равно

$$r = \sqrt{\rho^2 + R_1^2 + z^2 - 2\rho R_1 \cos(\varphi - \theta)}. \quad (14)$$

С учетом изложенного, после интегрирования выражения (12) получаем:

$$A_{z3} = \frac{2 \sqrt{2} \mu_0 \Lambda k_{00} R_1 \cos p\theta K_2}{pl_2^2}. \quad (15)$$

При $p = 1$ и $\varphi = R_a$

$$K_2 = \frac{2(\lambda + 1)}{\bar{l}_2^2} \sum_{n=1,2,3,\dots} \left| \frac{(2n-1)!!}{n!} \right|^2 \frac{n}{(2n-1)(n+1)} \left[\frac{\lambda}{(\lambda+1)^2} \right]^n \times \\ \times \left[1 - \left(\frac{\lambda+1}{\sqrt{(\lambda+1)^2 + \bar{l}_2^2}} \right)^{2n-1} \right], \quad (15a)$$

где $\bar{l}_2 = l_2 / R_1$.

При $p = 2$ и $\rho = R_a$ множитель 2 перед знаком суммы отсутствует, под знаком суммы появляется множитель $(n-1)/(n+2)$, и суммирование производится для значений $n=2, 3, 4, \dots$. Анализ показывает, что при $p=1$ и $p=2$ в выражениях для K'_n ряды медленно сходятся.

Магнитный поток на торцевой поверхности в пределах одного полюсного деления, обусловленный током лобовых частей, определяем как интеграл векторного потенциала A_{z0} по дуге с центральным углом π/p и радиусом R_a (поток в секторе AOB , рис. 2).

$$\Phi_1 = \int_{-p/2}^{p/2} A_{z0} R_a d\theta = \frac{\sqrt{2} p_0 \lambda k_{00} R_a^2}{p} K_1, \quad (16)$$

где

$$K_1 = 2\lambda K'_1. \quad (16a)$$

Полный поток обеих торцевых поверхностей, обусловленный торцевым эффектом сердечника статора и током лобовых частей, выраженный через поток в расточке [см. формулу (15)], будет равен:

$$2\Phi_1 + 2\Phi_2 = \Phi_p \frac{R_1}{l} (K_1 + K_2). \quad (17)$$

Согласно [3] доля торцевого потока от потока в расточке составляет $\tau/6l$.

Таблица 1

Значения торцевого потока статора в долях от потока в расточке

Тип двигателя	$2p$	Р а с ч е т				Опыт
		по [3]	предлагаемым способом			
		$\frac{\tau}{6l}$	$\frac{R_1}{l} K_1$	$\frac{R_1}{l} K_2$	$\frac{R_1}{l} (K_1 + K_2)$	
АОЛ 21-4	4	0,168	0,214	0,054	0,278	0,312
АОЛ 22-4	4	0,124	0,158	0,047	0,205	0,228
АОЛ 21-2	2	0,337	0,280	0,292	0,581	0,665
АОЛ 22-2	2	0,248	0,213	0,215	0,428	0,484

В табл. 1 для сравнения приведены значения торцевого потока в долях от потока в расточке, рассчитанные по [3] и по формулам, полученным в данной работе для двигателей типа АОЛ 2-го габарита. При расчете значения K_1 по формуле (11a) было взято 12 членов ряда, а при расчете K_1 по формулам (15a) и (16a) — 30 членов ряда. Долевые значения торцевого потока были определены также опытным путем. Для этого при вынутом роторе на статорах указанных двигателей устанавливались по две измерительных катушки (рис. 3): катушка 1, охватывающая ярмо и зубцовую зону сердечника статора; катушка 2 с диаметральной шагом, уложенная на поверхности расточки, с активными сто-

ронами, имеющими длину сердечника статора, и лобовыми частями, отогнутыми к оси статора.

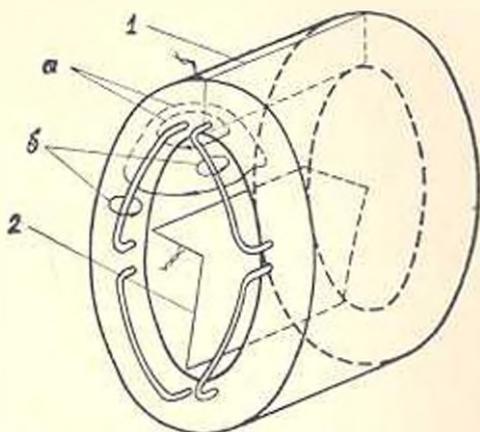


Рис. 3. Расположение измерительных катушек на статоре. Упрощенная картина магнитного поля в торцовой зоне статора: *a*—поток взаимной индукции; *b*—поток лобового рассеяния

Э. д. с. E_1 катушки 1 индуцируется торцовым потоком и потоком в расточке, а э. д. с. E_2 катушки 2 индуцируется только потоком в расточке. При одинаковом эффективном числе витков значение торцового потока в долях от потока в расточке будет равно $(E_1 - E_2)/E_2$.

К опытным долевым значениям торцового потока близки расчетные, определенные по формулам, полученным в настоящей работе (табл. 1). Это подтверждает приемлемость принятых допущений и примененного способа решения задачи. Способ, приведенный в [3], дает заниженные результаты. Изложенный в настоящей работе аналитический способ позволяет определить величину торцового потока с учетом геометрии торцовой зоны статора и обладает практически приемлемой точностью.

ЕрПН им. К. Маркса

Поступило 20.IV.1977

Մ. Ե. ՅՈՒԿԵՐ, Ն. Կ. ՆԻԿՈՅԱՆ

ՄԱԿՆԻՍԱԿԱՆ ԳԱՇՏԸ ՍՏԱՏՈՐԻ ԵԶՐԱՅԻՆ ՏԵՂԱՄԱՍՈՒՄԸ
ՀԱՆՎԱԾ ՌԵՏՈՐԻ ԺԱՐԱՆԱԿ

Ա մ փ ո փ ո ռ մ

Անալիտիկ եղանակով որոշված է ստատորի միջուկի եզրային մակերևույթի մագնիսական հոսքը, որը պայմանավորված է միջուկի եզրային էֆեկտով և ստատորի փաթույթի ճակատային մասերի հոսանքով: Եզրային հոսքի հաշվարկային մեծությունը, ըստ դուրս բերված բանաձևի, մուտիկ է շահված արժեքին:

Л И Т Е Р А Т У Р А

- 1 Шапиро А. С., Пилко Р. Р. Магнитное поле в воздушном зазоре электрической машины переменного тока при вынужденном вращении ротора с учетом торцового эффекта. «Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт», 1974, № 4.
- 2 Шапиро А. С. Электромагнитное поле и потери в ярме статора мощного турбогенератора при вынужденном вращении ротора. «Электричество», 1975, № 1.
- 3 Шулский В. П. Расчет электрических машин. «Энергия», 1968.
- 4 Вольдек А. И. Основы методики расчета магнитных полей лобовых частей обмоток электрических машин. «Электричество», 1963, № 1.
- 5 Грэдштейн И. С. и Рыжик Н. М. Таблицы интегралов, сумм рядов и произведений. «Наука», 1971.