

ГИДРАВЛИКА

Н. Л. МЕЛНИАН

О РАСЧЕТЕ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ФОНТАНИРУЮЩИХ
 СКВАЖИН

Известно, что родники Араратской равнины гидравлически связаны с приараксинским артезианским бассейном. Опыты показали, что при длительной работе фонтанирующих скважин происходят изменения дебитов и напоров, отличные от обычных законов, установленных для скважин, работающих с откачкой. Для прогноза изменения во времени дебитов ныне действующих и проектируемых фонтанирующих скважин и родников Араратской равнины необходимо установить, хотя бы приближенно, связь между напором и дебитом для групповых фонтанирующих скважин.

Фонтанирующие скважины отличаются от других типов вертикальных скважин следующими особенностями:

1) закономерности изменения во времени дебита и напора в водоносном пласте, в том числе и в скважине, не подчиняются общезвестным законам для скважин, работающих с откачкой;

2) связь между дебитом скважины и понижением напора в скважине нелинейная;

3) при работе взаимодействующих скважин их дебиты нельзя определить методом суперпозиции.

Рассмотрим приток подземных вод к группе совместно работающих фонтанирующих скважин, заложенных на неограниченном в плане напорном водоносном пласте постоянной мощности.

Движение подземных вод в пределах однородного напорного пласта описывается уравнением

$$Km \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) = \mu^* \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (1)$$

где K — коэффициент фильтрации; m — мощность пласта; μ^* — коэффициент упругой водоотдачи; H — напор в точке (x, y) в момент времени t .

Для группы скважин задача сводится к решению системы уравнений (1) при следующих условиях для каждой скважины:

$$H(x, y, 0) = H_0 = \text{const}; \quad (2)$$

$$H(r, \infty, t) = H_0 = \text{const}; \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial H}{\partial r} \right|_{r=r_i} = \frac{Q_i(t)}{2-Kmr_{0i}}; \quad r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}, \quad (4)$$

где i — номер скважины; H_e — напор в естественных условиях ($t=0$); $Q_i(t)$ — дебит скважины, определяемый выражением

$$Q_i(t) = \varphi_i \pi r_{0i}^2 \sqrt{2g [H(r_{0i}, t) - H_{0i}]}. \quad (5)$$

В формуле (5) $H_{0i} < H(r_{0i}, t) < H_e$; H_{0i} — отметки устьев скважин; $H(r_{0i}, t)$ — напор в скважине; r_{0i} — ее радиус; φ_i — коэффициент скорости движения воды в скважине:

$$\varphi_i = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta_i}}; \quad \zeta_i = \lambda_i \frac{l_i}{2r_{0i}}; \quad (6)$$

λ_i — коэффициент сопротивления; l_i — глубина скважины.

Аналитическое решение уравнения (1) при краевых условиях (2) — (5) пока неизвестно.

Уравнение (1) является нелинейным относительно краевого условия (4), которое изменяется во время по неизвестному закону, подлежащему определению. Это обстоятельство усложняет решение задачи. Нами в АрмИИВПиГ разработан способ решения уравнения (1) при краевых условиях (2) — (5) методом математического моделирования на гидронтеграторе (АВМ) системы Лукьянова. Этим способом решена обобщенная задача для взаимодействующих скважин. При этом исследовано взаимодействие группы фонтанирующих скважин для различных вариантов их числа, расстояний между ними и расположения в плане. Было принято, что взаимодействующие скважины имеют одинаковые параметры:

$$r_{01} = r_{02} = \dots = r_{0n}; \quad H_{01} = H_{02} = \dots = H_{0n}; \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_n.$$

Все эти варианты рассмотрены для различных гидрогеологических условий.

В общей сложности рассмотрено 40 вариантов, которые были разбиты на определенные группы: В пределах одной группы менялись значения только одного параметра (расстояние между скважинами, или их число, или расположение в плане, или гидрогеологические параметры и т. д.). Таким образом, была выявлена роль каждого из этих параметров. При решении задачи в каждом варианте измерялись дебиты, высоты фонтанов и понижения напора в водоносном пласте в различные моменты времени.

Согласно проведенным исследованиям дебит фонтанирующих скважин можно представить в виде

$$Q_i = f(K, m, \mu^*, r_0, H_n, t, \sigma_i, n), \quad (7)$$

где H_n — начальный положительный напор ($H_n = H_e - H_0$);

σ_i — расстояния между i -й и остальными скважинами;

n — число скважин.

Используя метод А. Л. Лангаара [6], получены основные безразмерные комплексы, состоящие из параметров, характеризующих процесс фильтрации, а именно:

$$\pi_1 = \bar{Q} = \frac{Q}{Kmh_0}, \quad \pi_2 = \tau_0 = \frac{at}{r_0^2}, \quad a = \frac{km}{\mu^*}, \quad \pi_3 = \tau_1 = \frac{at}{r_1^2} \quad (6)$$

Чтобы найти зависимость (7), строится график функции $\bar{Q} = f(\tau_0, \tau_1)$ (рис. 1). На рис. 1 по оси абсцисс отложены значения

$$x = \ln \tau_0 - \sum_{i=1}^{n-1} E_i \left(-\frac{1}{4\tau_i} \right),$$

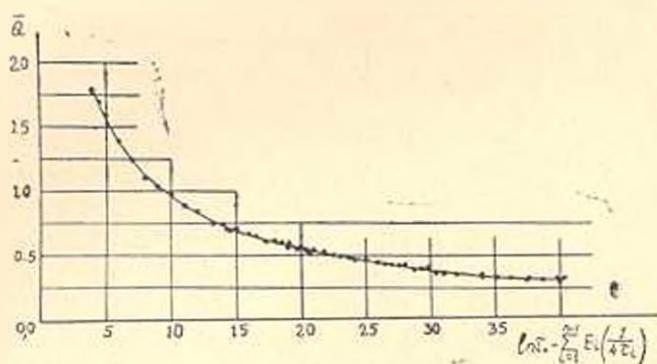


Рис. 1. Зависимость $\bar{Q} = f(\tau_0, \tau_1)$.

а на оси ординат — $y = \bar{Q}$. Полученные точки хорошо ложатся на кривую, уравнение которой можно представить в виде

$$y = dx^b \exp(cx), \quad (9)$$

где d , b и c — постоянные коэффициенты; их значения определяются методом наименьших квадратов. Логарифмируя (9), получим:

$$\ln y = \ln d + b \ln x + cx. \quad (10)$$

Согласно методу наименьших квадратов наилучшими коэффициентами будут те, для которых сумма квадратов отклонений

$$S(d, b, c) = \sum_{j=1}^N [(\ln a + b \ln x_j + cx_j) - y_j]^2 \quad (11)$$

будет минимальной.

Используя условия нахождения экстремума функции нескольких переменных, из (11) получаем следующую систему уравнений для определения d , b и c ($\frac{\partial S}{\partial d} = 0$; $\frac{\partial S}{\partial b} = 0$; $\frac{\partial S}{\partial c} = 0$):

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^N |(\ln a + b \ln x_j + cx_j) - \ln y_j| &= 0, \\ \sum_{j=1}^N |(\ln a + b \ln x_j + cx_j) - \ln y_j| \ln x_j &= 0, \\ \sum_{j=1}^N |(\ln a + b \ln x_j + cx_j) - \ln y_j| x_j &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где N — число точек на графике.

Решая систему (12) при $N=10$ (число характерных точек, взятых из рис. 1), получим:

$$d = 4,9; \quad b = -0,672; \quad c = -0,00887.$$

Тогда для дебитов скважин согласно (9) — (12) в конечном виде получим:

$$Q_i(t) = \frac{4\pi Km H a}{R_{oi}}$$

где

$$\begin{aligned} R_{oi} &= 2,57 [\ln \tau_0 + \beta_0]^{0,5} [\tau_0 \exp(\beta_0)]^{0,5}; & \beta_0 &= -\sum_{i=1}^{n-1} E_i \left(-\frac{1}{4\tau_i} \right); \\ \tau_0 &= \frac{at}{r_0^2}; & \tau_i &= \frac{at}{r_i^2}; & \alpha_1 &= 0,672; & \alpha_2 &= 0,00887. \end{aligned} \quad (13)$$

Понижение напора в водоносном пласте при работе одиночной скважины определяется по формуле:

$$S(r, t) = -\frac{Q(t)}{4\pi Km} R, \quad (14)$$

где

$$R = \left(\frac{at}{r^2} \right)^{0,65} E_i \left(-\frac{r^2}{4at} \right).$$

Тогда для понижения напора в водоносном пласте при работе n скважин приближенно можно написать:

$$S_{oi} = -\sum_{i=1}^n \frac{Q_i(t)}{4\pi Km} R_i, \quad (15)$$

где

$$R_i = \left(\frac{at}{r_i^2} \right)^{0,65} E_i \left(\frac{r_i^2}{4at} \right);$$

r_i — расстояние от точки, где определяется понижение напора, до i -й скважины.

С целью оценки точности формулы (15) были рассчитаны понижения напора по этой формуле и сравнены с результатами моделирования (табл. 1).

Таблица 1

Понижения напора в водоносном пласте

Продолжительность фонтанирования, t , сут	Дебиты скважин №№ 1; 2; 3 Q_i , л/сек		№№ наблюдательных точек	Расстояния наблюдательных точек от скважины r_i , м			Понижение напора $S_{\text{пл}}$, м		Ошибка (%) $\frac{ [8] - [9] }{[8]} \cdot 100$
	$Q_1 = Q_2$	Q_3		r_1	r_2	r_3	из модели	по формуле (15)	
5	353	334	1	845	600	845	6,0	5,7	5,0
			2	1800	1200	600	4,0	3,8	5,0
			3	1340	845	600	5,1	4,8	5,3
50	290	278	1	845	600	845	12,8	12,6	1,6
			2	1800	1200	600	10,2	10,0	2,0
			3	1340	845	600	11,8	11,5	2,5

Как видно из табл. 1, формула (15) дает достаточно точные значения и можно рекомендовать для расчета понижения напора в водоносном пласте при работе взаимодействующих скважин.

По формуле (13) проведены расчеты по определению дебитов взаимодействующих скважин (№№ 121, 121^a, 121^b). В плане скважины расположены на вершинах треугольника на расстоянии друг от друга:

$$r_{(121^a \div 121^b)} = 33 \text{ м}; \quad r_{(121^a \div 121)} = 19 \text{ м}; \quad r_{(121^b \div 121^a)} = 15 \text{ м}.$$

Использование воды проводилось следующим режимом: в течение 45 часов фонтанировали скважины 121^a и 121^b, а в течение последующих 25 часов производилась опытная подача воды из трех скважин.

Результаты расчетов и их сравнение с натурными измерениями, выполненными ПНИИС-ом [5], приводятся в табл. 2.

Таблица 2

Дебит взаимодействующих фонтанирующих скважин

№№ скважин	K , м/сут	m , м	$H_{\text{пл}}$, м	r_{01} , м	r_{02} , м	α^2	Дебит скважин, л/сек		Ошибка (%) $\frac{ [8] - [9] }{[8]} \cdot 100$
							измеренный	по формуле (13)	
121 ^a	65	50	18,65	23,0	0,15	0,4	167	171	- 3,6
121 ^b	133	50	18,65	34,0	0,15	0,4	517	392	+ 24,0
121	390	50	18,45	6,5	0,15	0,4	291	372	- 27,8
Суммарный							975	925	+ 5,1

Как видно из табл. 2, хорошее совпадение дебитов получилось только для скважины 121^а, а для остальных скважин отклонения большие.

Это можно объяснить тем, что при определении значений коэффициента фильтрации (K) на основе натуральных наблюдений, по-видимому, была допущена ошибка. Иначе мало вероятно, что на такой маленькой площадке, на которой расположены скважины №№ 121^а, 121^б, 121, имеет место такое резкое различие между значениями коэффициента K (от 65 м/сут до 390 м/сут). Если предположить, что эти значения K определены правильно, то не ясно, почему при большом значении K (390 м/сут) дебит скважины 121 получился меньше (291 л/сек) дебита скважины 121^б (517 л/сек), для которой коэффициент фильтрации сравнительно мал (133 м/сек).

Ввиду того, что мы не располагали результатами более корректно поставленных натуральных исследований взаимодействующих фонтанирующих скважин, нами были использованы результаты измерений на скважинах 121, 121^а, 121^б.

В заключение отметим, что расчетные формулы (13) и (15) достаточно точны и их можно рекомендовать для расчетов взаимодействующих фонтанирующих скважин.

АрмНИИВТИ

Поступило 16.V.1977.

Ն. Լ. ՄԱՐԿԵԱՆ

ՀԱՄԱՆՏԵՂ ԳՈՐԾՈՂ ՇԱՏՐՎԱՆՈՂ ՀՈՐԵՐԻ
ՀԱՇՎԱՐԿԻ ՄԱՍԻՆ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. ս. մ

Հոգվածում բերված են մեկ շերտանի առաձգական միջավայրում, ոչ հաստատուն ֆիլտրացիոն շարժման դեպքում, մի քանի շատրվանող հորերի համատեղ աշխատանքի ուսումնասիրության արդյունքները:

Կիրառելով մաթեմատիկական մոդելավորման տեսությունը, հիդրոինտեգրատորի վրա լուծված է համատեղ պորձող շատրվանող հորերի համար բնդհանրացված խնդիր:

Օգտվելով շահողականության տեսությունից և նվազագույն քառակուսիների մեթոդից, ստացվել է հաշվարկային բանաձևեր շատրվանող հորերի էքզեր և ջրատար շերտում ճնշման տնկման մեծությունները ժամանակի ցանկացած մոմենտին սրտելու համար:

Ստացված բանաձևերի ստուգումը ցույց է տվել, որ այդ բանաձևերը ապահովում են բավարար ճշտություն, ուստի կարելի է առաջարկել դորձականում օգտագործելու համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ананян А. К. Дренаж при освоении содовых солончаков. Изд. «Колос», М., 1971.
2. Бочевер Ф. М., Вригин Н. И. Методическое пособие по расчетам эксплуатационных запасов подземных вод для водоснабжения. Госстройиздат, 1961.
3. Жернов И. Е., Шестаков В. М. Моделирование фильтрации подземных вод. Изд. «Недра», М., 1971.
4. Шелкачев В. Н. Основные уравнения движения упругой жидкости в упругой пористой среде. ДАН СССР, т. 52, № 2, 1946.
5. Отчет ПНИИИС-а. О результатах изысканий подземных вод на центральном участке Араратской равнины (сс. Харатлу—Агамзалу). Части I, II, 1966.
6. Langhaar A. L. Analyse dimensionnelle et la theorie de maguettes. Paris, 1956.