

ГИДРАВЛИКА

С. А. АНАНЯН

О НЕКОТОРЫХ РЕЗУЛЬТАТАХ РЕШЕНИЯ
 ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЗАДАЧИ МАССОПЕРЕНОСА

Для оценки процесса загрязнения подземных вод различными поверхностными источниками и, в частности, для определения изменения минерализации грунтовых вод при промывках засоленных земель необходимо исследовать пространственную картину передвижения солей в пористой фильтрующей среде.

Не снижая общности исследования, ниже рассмотрим одну характерную задачу массопереноса в двухслойной фильтрующей среде на фоне вертикального дренажа.

На рис. 1 представлен схематический геологический разрез исследуемой задачи. Промывка верхней толщи засоленной почвы осуществляется оросительной водой, а по боковым поверхностям исследуемой области поступает вода с низкой минерализацией.

При расчете процесса массопереноса примем также, что в разделяющей толще малопроницаемый слой имеет разрывы (гидродинамические окна). Через эти окна может происходить более интенсивное перетекание сильно минерализованных вод из верхнего водоносного слоя в нижний.

Пространственную задачу массопереноса приближению можно разрешить при помощи дифференциального уравнения физико-химической гидродинамики

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial C}{\partial z} \right) - \\ & - \frac{\partial (v_x C)}{\partial x} - \frac{\partial (v_y C)}{\partial y} - \frac{\partial (v_z C)}{\partial z} + \beta (C_* - C) = \mu \frac{\partial C}{\partial t} \end{aligned} \quad (1)$$

при следующих начальных и граничных условиях.

$$t = 0 \quad C(x, y, z, t) = C_*(x, y, z, 0); \quad (2)$$

$$t > 0 \quad z = 0 \quad C(x, y, z, t) = C^0(x, y, 0, t); \quad (3)$$

$$z = T, \quad \frac{\partial C}{\partial z} = 0; \quad (4)$$

на контуре

$$C(x, y, z, t) = C_0(x, y, z, t). \quad (5)$$

Расположение осей координат показано на рис. 1.

Компоненты скоростей фильтрации v_x , v_y и v_z определяются из общеизвестных дифференциальных уравнений при соответствующих начальных и граничных условиях. Решение этой задачи методом математического моделирования изложено в работах [1; 2].

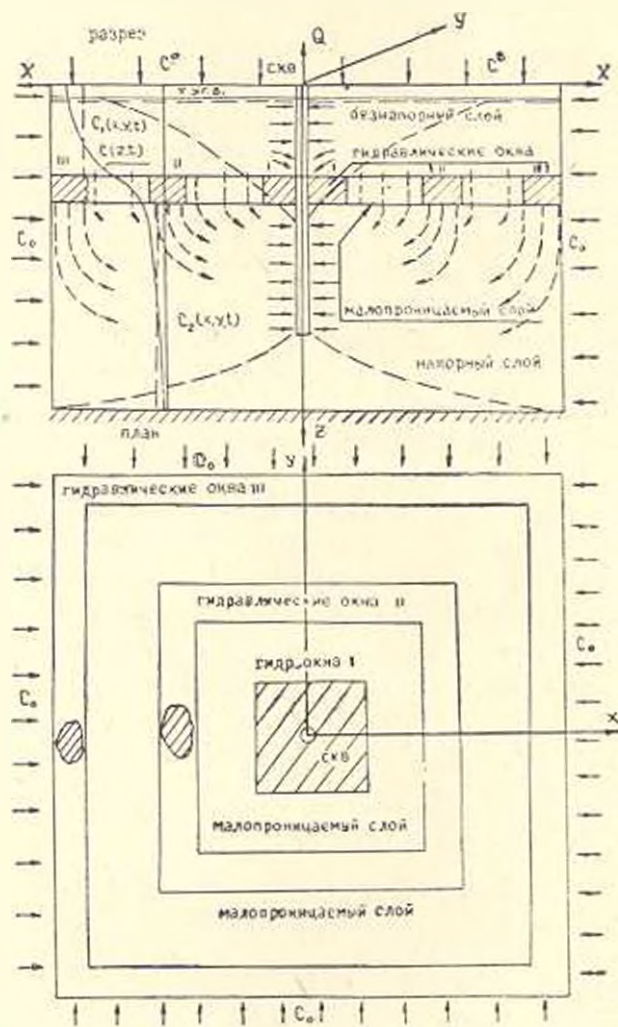


Рис. 1. Гидрогеологическая схема расчета.

Коэффициенты конвективной диффузии D примем пропорциональными изменяющимся скоростям фильтрации. Значения коэффициента скорости растворения (β), активной пористости грунта (μ) и предельного насыщения концентрации (C_s) определяются опытным путем.

При решении задачи все величины по z (по высоте) будем осреднять. Поэтому в дальнейшем будем искать изменения на плоскости xy осредненных значений минерализации подземных вод, сохраняя при этом существующие гидравлические связи по вертикали между соответствующими водоносными слоями.

Для простоты решения задачи осреднение $C(x, y, z)$ по вертикали будем производить для верхней безнапорной и нижней слабонапорной зон в отдельности, сохраняя при этом условие непрерывности процесса фильтрации и массопереноса через малопроницаемый слой.

В настоящей работе по изложенной в [2; 3] методике реализуем решение одной частной задачи применительно к рассоляющему действию вертикального дренажа (рис. 1).

На рис. 1 представлены схемы всех трех вариантов решения одной и той же задачи. Эти варианты отличаются друг от друга местоположением и размерами гидродинамических окон. В указанных зонах гидравлические связи между двумя водоносными слоями ослаблены (т. е. сопротивления уменьшены) по сравнению с зонами, где сплошность малопроницаемого слоя не нарушена.

Поставленная нами задача решается для каждого варианта в отдельности при следующих исходных данных.

Поля скоростей фильтрации v_x и v_y , вызванные работой вертикального дренажа, представлены на рис. 2. Вертикальные скорости фильтрации в зоне гидравлических окон приняты равными $v_z = 0,02$ м/сут, а в зоне малопроницаемого слоя 0,002 м/сут. Размеры гидродинамических окон и область исследования показаны на рис. 1.

Начальное значение минерализации грунтовых вод в верхнем водоносном слое в зоне расположения гидродинамических окон принято $C_0 = 8,3$ г/л, а в зоне малопроницаемого слоя — 13,5 г/л. В нижнем слабонапорном водоносном слое осредненное по вертикали значение минерализации грунтовых вод во всех точках принято $C_0 = 1,5$ г/л. Концентрация грунтовых вод на поверхности почвы на боковых границах принята $C^0 = 1,5$ г/л, на нижнем водоупоре поставлены граничные условия второго рода, т. е. $\partial C / \partial z = 0$.

Результаты решения задачи представлены в таблицах 1÷6. В табл. 1 представлены (вариант с центральным расположением гидродинамических окон 1, рис. 1) изменения концентрации грунтовых вод в верхнем и нижнем водоносных слоях после $t = 30$ сут с учетом и без учета в дифференциальном уравнении (1) члена $\beta(C_n - C)$, учитывающего процессы растворения при промывках.

При решении этой задачи мы стремились на одном частном примере показать влияние члена $\beta(C_n - C)$ в уравнении (1) на процессы массопереноса.

Как видно из данных табл. 1, при учете члена $\beta(C_n - C)$ после первого шага по времени ($\beta = 30$ сут) концентрация грунтовых вод в верхнем водоносном слое повышается (различно в различных зонах фильтрации) по сравнению с начальной концентрацией. Без учета этого

Верхний слой

0,46	0,44	0,41	0,31	0,18	0,0	0,92	0,16	0,31	0,1	0,44	0,46
0,51	0,57	0,55	0,46	0,2	0,0	1,15	0,27	0,46	0,55	0,57	0,55
0,67	0,73	0,76	0,79	0,46	0,0	1,38	0,46	0,70	0,76	0,73	0,67
0,9	0,92	1,06	1,15	0,92	0,0	2,29	0,92	1,15	1,06	0,92	0,9
0,88	1,08	1,38	1,63	2,30	0,0	4,58	2,30	1,63	1,38	1,08	0,88
0,92	1,15	1,53	2,29	4,58	0,0	схл	4,58	2,29	1,53	1,15	0,92
0,88	1,08	1,38	1,63	2,30	0,0	2,30	1,63	1,38	1,08	0,88	0,88
0,79	0,92	1,06	1,15	0,92	0,0	2,29	0,92	1,15	1,06	0,92	0,79
0,67	0,73	0,76	0,79	0,46	0,0	1,38	0,46	0,70	0,76	0,73	0,67
0,55	0,57	0,55	0,46	0,2	0,0	1,15	0,27	0,46	0,55	0,57	0,55
0,46	0,44	0,41	0,31	0,18	0,0	0,92	0,16	0,31	0,1	0,44	0,46

Нижний слой

2,76	2,64	2,6	1,86	1,08	0,0	5,52	1,08	2,6	2,64	2,76
3,30	3,42	3,30	2,76	1,62	0,0	6,90	1,62	3,30	3,42	3,30
4,02	4,38	4,56	4,20	2,76	0,0	9,18	2,76	4,20	4,56	4,38
4,74	5,52	6,36	6,90	5,52	0,0	13,7	5,52	6,36	6,90	5,52
5,28	6,48	7,26	11,0	13,8	0,0	27,5	13,8	11,0	7,26	6,48
5,52	6,90	7,26	13,7	27,5	0,0	схл	27,5	13,7	7,26	6,90
5,28	6,48	7,26	11,0	13,8	0,0	27,5	13,8	11,0	7,26	6,48
4,74	5,52	6,36	6,90	5,52	0,0	13,7	5,52	6,36	6,90	5,52
4,02	4,38	4,56	4,20	2,76	0,0	9,18	2,76	4,20	4,56	4,38
3,30	3,42	3,30	2,76	1,62	0,0	6,90	1,62	3,30	3,42	3,30
2,76	2,64	2,6	1,86	1,08	0,0	5,52	1,08	2,6	2,64	2,76

Рис. 2. Поле скоростей v_x и v_y (в 10^3 м/сек).

члена, т. е. без учета дополнительного источника солеобразования в почве, при промывке концентрация грунтовых вод уменьшается сразу же после первого шага по времени по сравнению с начальной концентрацией.

В таблицах 2 и 3 приведены значения $C_1(x, y, t)$ и $C_2(x, y, t)$ через $t=270$ и 990 суток. При этом учтено, что источники солеобразования действуют в верхнем водоносном слое в течение 30 суток. В остальное время их действие прекращается при непрерывной схеме промывки.

Таблица 1

Минерализация подземных вод ($t=30$ сут)

Верхний слой*

Нижний слой*

1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
1,5	12,7	12,7	12,7	12,7	12,7	12,7	12,7	1,5
1,5	12,7	12,7	12,7	12,7	12,7	12,7	12,7	1,5
1,5	12,7	12,7	5,7	5,7	5,7	12,7	12,7	1,5
1,5	12,7	12,7	5,7	5,7	5,7	12,7	12,7	1,5
1,5	12,7	12,7	5,7	5,7	5,7	12,7	12,7	1,5
1,5	12,7	12,7	12,7	12,7	12,7	12,7	12,7	1,5
1,5	12,7	12,7	12,7	12,7	12,7	12,7	12,7	1,5
1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5

1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
1,5	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,5
1,5	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,5
1,5	1,6	1,6	1,85	1,85	1,85	1,6	1,6	1,5
1,5	1,6	1,6	1,85	1,85	1,85	1,6	1,6	1,5
1,5	1,6	1,6	1,85	1,85	1,85	1,6	1,6	1,5
1,5	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,5
1,5	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,5
1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5

* Без учета члена $\beta(C_n - C)$

Верхний слой**

Нижний слой**

1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
1,5	16,4	16,4	16,4	16,4	16,4	16,4	16,4	1,5
1,5	16,4	16,4	16,4	16,4	16,4	16,4	16,4	1,5
1,5	16,4	16,4	11,5	11,5	11,5	16,4	16,4	1,5
1,5	16,4	16,4	11,5	11,5	11,5	16,4	16,4	1,5
1,5	16,4	16,4	11,5	11,5	11,5	16,4	16,4	1,5
1,5	16,4	16,4	16,4	16,4	16,4	16,4	16,4	1,5
1,5	16,4	16,4	16,4	16,4	16,4	16,4	16,4	1,5
1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5

1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
1,5	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,5
1,5	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,5
1,5	1,8	1,8	2,4	2,4	2,4	1,8	1,8	1,5
1,5	1,8	1,8	2,4	2,4	2,4	1,8	1,8	1,5
1,5	1,8	1,8	2,4	2,4	2,4	1,8	1,8	1,5
1,5	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,5
1,5	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,5
1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5

** С учетом члена $\beta(C_n - C)$.

Таблица 2

Минерализация подземных вод (1—270 сут)

Верхний слой

Нижний слой

1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
1,5	10,8	11,1	11,1	10,8	11,1	11,1	10,8	1,5
1,5	11,1	11,1	11,1	11,5	11,1	11,1	11,1	1,5
1,5	11,1	11,1	2,7	2,5	2,7	11,1	11,1	1,5
1,5	10,8	11,5	2,5	2,1	2,5	11,5	10,8	1,5
1,5	11,1	11,1	2,7	2,5	2,7	11,1	11,1	1,5
1,5	11,1	11,1	11,1	11,5	11,1	11,1	11,1	1,5
1,5	10,8	11,1	11,1	11,1	11,1	10,8	1,5	1,5
1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5

1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
1,5	3,7	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,7	1,5
1,5	3,2	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	3,2	1,5
1,5	3,2	2,9	3,4	2,65	3,4	2,9	3,2	1,5
1,5	3,2	2,9	2,65	3,5	2,65	2,9	3,2	1,5
1,5	3,2	2,9	3,4	2,65	3,4	2,9	3,2	1,5
1,5	3,2	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	3,2	1,5
1,5	3,7	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,7	1,5
1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5

Из приведенных в табл. 2 данных видно, что минерализация грунтовых вод в пределах гидродинамических окон в верхней зоне с начального значения 8,3 г/л достигает 2,1—2,7 г/л в течение 270 суток, а на нижнем водоносном слое за это же время начальная минерализация C с 1,5 г/л повышается и достигает 2,9—3,7 г/л.

На остальных участках, где сплошность малопроницаемого слоя не нарушена, т. е. гидравлическая связь между водоносными слоями не ослаблена, минерализация верхнего водоносного слоя уменьшается медленно. При этом медленно повышается минерализация нижнего водоносного слоя. Только через 990 суток (табл. 3) после непрерывной промывки минерализация грунтовых вод на большей части плоскости массопереноса достигает 2—3,5 г/л.

Медленный темп уменьшения минерализации грунтовых вод вдали от вертикального дренажа объясняется не только влиянием местоположения гидродинамических окон, но и влиянием малых скоростей фильтрации на периферийные участки, воронки (кривой) депрессии.

При прочих аналогичных условиях так же расчеты были выполнены при других схемах расположения гидродинамических окон. В таблицах 4 и 5 приведены результаты расчета при расположении гидродинамических окон на среднем участке воронки депрессии (рис. 1).

Из данных табл. 5 видно, что после 240 суток непрерывной промывки минерализация грунтовых вод в верхнем слое, в зоне гидродинамических окон, уменьшается и достигает 2—2,2 г/л. Минерализация грунтовых вод в верхнем и нижнем водоносных слоях на большей части плоскости массопереноса достигает 2,5—3,9 г/л (табл. 6) в течение 720 суток.

Таблица 3

Минерализация подземных вод ($t = 990 \text{ сут}$)

Верхний слой

Нижний слой

1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
1.5	1.65	2.05	2.05	1.6	2.05	2.05	1.65	1.5
1.5	2.05	3.65	3.0	3.0	3.0	3.65	2.05	1.5
1.5	2.05	3.0	1.9	2.4	1.9	3.0	2.05	1.5
1.5	1.6	2.0	2.4	1.8	2.4	3.0	1.6	1.5
1.5	2.05	3.0	1.9	2.4	1.9	3.0	2.05	1.5
1.5	2.05	3.65	3.0	3.0	3.0	3.65	2.05	1.5
1.5	1.65	2.05	2.05	1.6	2.05	2.05	1.65	1.5
1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5

1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
1.5	2.0	2.5	2.5	2.3	2.5	2.5	2.0	1.5
1.5	2.5	3.5	3.9	3.9	3.9	3.5	2.5	1.5
1.5	2.5	3.9	2.8	4.3	2.8	3.9	2.5	1.5
1.5	2.3	3.9	4.3	2.7	4.3	3.9	2.3	1.5
1.5	2.5	3.9	2.8	4.3	2.8	3.9	2.5	1.5
1.5	2.5	3.5	3.9	3.9	3.9	3.5	2.5	1.5
1.5	2.0	2.5	2.5	2.3	2.5	2.5	2.0	1.5
1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5

Таблица 4

Минерализация подземных вод ($t = 30 \text{ сут}$) с учетом $\% (C_n - C)$

Верхний слой

Нижний слой

1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
1.5	16.5	16.5	16.5	16.5	16.5	16.5	16.5	1.5
1.5	16.5	12.7	12.7	12.7	12.7	17.8	16.5	1.5
1.5	16.5	12.7	14.5	16.5	16.5	12.7	16.5	1.5
1.5	13.5	12.7	11.5	16.5	16.5	12.7	16.5	1.5
1.5	16.5	12.7	16.5	16.5	16.5	12.7	16.5	1.5
1.5	16.5	12.7	12.7	12.7	12.7	16.5	16.5	1.5
1.5	16.5	16.5	16.5	16.5	16.5	16.5	16.5	1.5
1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5

1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
1.5	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	1.5
1.5	2.0	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.0	1.5
1.5	2.0	2.5	2.0	2.0	2.0	2.5	2.0	1.5
1.5	2.0	2.5	2.0	2.0	2.0	2.5	2.0	1.5
1.5	2.0	2.5	2.0	2.0	2.0	2.5	2.0	1.5
1.5	2.0	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.0	1.5
1.5	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	1.5
1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5

Аналогичные расчеты были выполнены в случае расположения гидродинамических окон на периферийных участках воронки депрессии.

Из изложенного видно, что методом математического моделирования можно определить рассоляющее действие вертикального дренажа с учетом влияния неоднородности грунтов на массопереносные процессы.

Таблица 5

Минерализация подземных вод ($t = 240$ сут)

Верхний слой

Нижний слой

1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
1.5	10.7	11.0	11.0	11.0	11.0	10.7	1.5	
1.5	11.0	2.0	2.2	2.2	2.2	2.0	11.0	1.5
1.5	11.0	2.2	10.7	10.3	10.7	2.2	11.0	1.5
1.5	11.0	2.2	10.3	11.9	10.3	2.2	11.0	1.5
1.5	11.0	2.2	10.7	10.3	10.7	2.2	11.0	1.5
1.5	11.0	2.0	2.2	2.2	2.2	2.0	11.0	1.5
1.5	10.7	11.0	11.0	11.0	11.0	10.7	1.5	
1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5

1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
1.5	3.7	3.7	3.7	3.7	3.7	3.7	3.7	1.5
1.5	3.7	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2	3.7	1.5
1.5	3.7	3.2	4.1	4.5	4.1	3.2	3.7	1.5
1.5	3.7	3.2	4.5	3.2	4.5	3.2	3.7	1.5
1.5	3.7	3.2	4.1	4.5	4.1	3.2	3.7	1.5
1.5	3.7	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2	3.7	1.5
1.5	3.7	3.7	3.7	3.7	3.7	3.7	3.7	1.5
1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5

Таблица 6

Минерализация подземных вод ($t = 720$ сут)

Верхний слой

Нижний слой

1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
1.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	1.5
1.5	2.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	2.5	1.5
1.5	2.5	1.5	2.4	2.0	2.4	1.5	2.5	1.5
1.5	2.5	1.5	2.0	5.2	2.0	1.5	2.5	1.5
1.5	2.5	1.5	2.4	2.0	2.4	1.5	2.5	1.5
1.5	2.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	2.5	1.5
1.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	1.5
1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5

1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
1.5	3.5	3.9	3.9	3.9	3.9	3.9	3.5	1.5
1.5	3.9	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	3.9	1.5
1.5	3.9	2.3	3.4	3.0	3.4	2.3	3.9	1.5
1.5	3.9	2.3	3.0	3.4	3.0	2.3	3.9	1.5
1.5	3.9	2.3	3.4	3.0	3.4	2.3	3.9	1.5
1.5	3.9	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	3.9	1.5
1.5	3.5	3.9	3.9	3.9	3.9	3.9	3.5	1.5
1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5

Ա. Ա. ԱՆԱՆՅԱՆ

ՄԱՍՍԱՏԵՆՎԱՓՈԽՄԱՆ ՏԱՐԱԾԱԿԱՆ ԽԵՂԻՐՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ
ՄԻ ՔԱՆԻ ԱՐԴՅՈՒՆՔՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ու մ

Հողվածում բերված են մաթեմատիկական մոդելացիան մեթոդներով (անալիտիկ մեթոդների օգնությամբ) մասսատեղափոխման խնդիրների լուծման արդյունքները: Շարադրված են ուղղաձիգ հորերի աշխատանքների պայմաններում աղային լուծույթների շարժման օրինաչափությունները հրկշերտ ֆիլտրացման միջավայրում:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ананян А. К. Дренаж при освоении содовых солончаков. Изд. «Колос», М., 1972.
2. Ананян С. А., Ананян А. К. Методика расчета планово-пространственной задачи массопереноса методом математического моделирования. Известия АН АрмССР (серия техн. наук.), т. XXX, № 5, 1977.
3. Николаев Н. С., Козлов Э. С., Полгородник Н. П., Аналоговая математическая машина УСМ-1, Изд-во Маш. з-ры, М., 1962.