

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Յ. Ա. ՄԱՆՎԵԼՅԱՆ

ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ МЕДЛЕННЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ
 НАПРАВЛЯЮЩИХ СТАНКОВ С ЧПУ
 С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭВМ

Основная особенность механических автоколебаний, отмеченная еще А. Г. Столетовым [1], заключается в том, что весь колебательный цикл отчетливо распадается на два участка, различающихся по характеру движения колебательной системы: первый характерен совместным движением соприкасающихся поверхностей, второй — их относительным перемещением. Наличие двух различных по характеру движений и составляет основную особенность механических автоколебаний.

Принимается, что основной причиной возникновения механических автоколебаний является наличие положительной разности между силами трения покоя и скольжения, и эта разность обусловлена как ростом силы трения покоя от продолжительности неподвижного контакта при совместном движении соприкасающихся поверхностей, так и падением силы трения скольжения с увеличением относительной скорости.

Для правильного конструирования узла трения, обеспечивающего отсутствие релаксационных колебаний в процессе его работы, необходим предварительный расчет данной системы на возможность и величину возникающих в ней колебаний (с учетом ее механических параметров и фрикционных характеристик). Сказанное проиллюстрируем примером расчета механических релаксационных колебаний в системе направляющих станков с ЧПУ.

С целью аналитического исследования явления механических релаксационных автоколебаний принята известная модель Ван-дер Поля (рис. 1), описывающая процессы, происходящие в направляющих станков [2].

Относительное движение ползуна описывается дифференциальным уравнением:

$$m\ddot{x} - \varphi_1(x) + \beta\dot{x} + cx = 0, \quad (1)$$

где m — масса стола; $\varphi_1(x)$ — сила трения скольжения для стола; c — жесткость системы; β — коэффициент затухания системы; $\dot{x} = v - x$ — скорость относительного движения.

Сила трения скольжения

$$\varphi(x) = T_{\text{ск}}(\dot{x}) = T_{\text{ск}}(v - \dot{x}).$$

Обозначая

$$\frac{c}{m} = p^2 \quad \text{и} \quad \dot{x} = \frac{dx}{dt} = v,$$

получим

$$\frac{d^2 v}{dt^2} = \frac{\frac{1}{m} [T_{\text{ск}}(v - v) - \beta v] - p^2 x}{v} \quad (2)$$

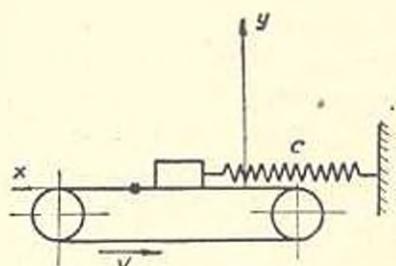


Рис. 1. Эквивалентная схема упругой системы трения.

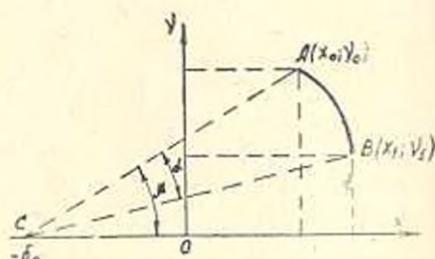


Рис. 2. Графический способ построения фазовой траектории.

Введем безразмерное время τ и обозначения:

$$\tau = pt; \quad v = \frac{dx}{d\tau} = \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dt}{d\tau} = \frac{v}{p}; \quad \varphi = pv.$$

Тогда уравнение (2) примет вид:

$$\frac{dv}{dx} = \frac{\frac{1}{mp^2} [T_{\text{ск}}(v - pv) - \beta pv] - x}{v}$$

Обозначая $\delta(v) = -\frac{1}{mp^2} [T_{\text{ск}}(v - pv) - \beta pv]$, окончательно получим дифференциальное уравнение фазовой траектории:

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{\delta(v) + x}{p} \quad (3)$$

Начальные условия:

$$x_1 = \frac{T_m}{c} \quad \text{и} \quad v_0 = \frac{v}{p}.$$

Построение фазовой траектории ведется по δ -методу [3].

Учитывая то обстоятельство, что в $\delta(v)$ входят силы трения скольжения, функциональными выражениями которых мы не располагаем, построение фазовой траектории ведется графическим способом, т. е. значения $\delta(v)$ выбираются с помощью графических зависимостей силы трения скольжения, предварительно полученных экспериментальным путем.

Ниже приводится алгоритм построения фазовой траектории с применением ЭВМ.

Первый этап интегрирования. Построение фазовой траектории начинают с точки (x_0, v_0) . Координаты второй точки (x_1, v_1) находят так, как показано на рис. 2. Здесь α — шаг интегрирования. Координаты векторов:

$$\overline{CA}(x_0 + \delta_0, v_0); \quad \overline{CB}(x_1 + \delta_0, v_1),$$

модуль

$$|\overline{CA}| = |\overline{CB}| = \sqrt{v_0^2 + (x_0 + \delta_0)^2},$$

а

$$\begin{aligned} \frac{x_0 + \delta_0}{|\overline{CA}|} &= \cos \mu; & \frac{v_0}{|\overline{CA}|} &= \sin \mu; \\ \frac{x_1 + \delta_0}{\overline{CB}} &= \cos(\mu - \alpha); & \frac{v_1}{|\overline{CB}|} &= \sin(\mu - \alpha). \end{aligned} \quad (4)$$

Обозначим:

$$\cos \alpha = a, \quad \sin \alpha = b.$$

Подставляя в выражения (4) значения $\cos \mu$ и $\sin \mu$, получим:

$$x_1 = ax_0 + bv_0 + (a-1)\delta_0;$$

$$v_1 = av_0 - b(x_0 + \delta_0).$$

Координаты третьей точки (x_2, v_2) находят аналогичным способом, используя координаты второй точки (x_1, v_1) .

Таким образом, для определения координат точек фазовой траектории получаем следующие итерационные формулы:

$$x_{i+1} = ax_i + bv_i - (a-1)\delta_i; \quad (5)$$

$$v_{i+1} = av_i - b(x_i + \delta_i).$$

Значения δ_i вычисляют с помощью графической зависимости силы трения скольжения, полученной экспериментальным путем:

$$\delta_i = \frac{1}{mp^2} [T_{\alpha}^i(x - pv_i) - \beta pv_i]; \quad \dot{\delta}_i = v - pv_i.$$

В табл. 1 приведены данные, полученные из графической зависимости силы трения скольжения для пары Ст 45 + Fe-P-S (спеченный сплав),

с помощью которых, путем интерполяции, на ЭВМ находят соответствующие значения \bar{v}_i .

Таблица 1

\bar{v}_i , мм/мин	$T_{ск}^i$, мс	\bar{v}_i , мм/мин	$T_{ск}^i$, мс	\bar{v}_i , мм/мин	$T_{ск}^i$, мс
0,5	55,20	12,5	52,23	24,0	51,81
1,0	55,00	13,0	52,22	24,5	51,80
1,5	54,80	13,5	52,21	25,0	51,78
2,0	54,60	14,0	52,20	25,5	51,77
2,5	54,40	14,5	52,15	26,0	51,76
3,0	54,20	15,0	52,10	26,5	51,74
3,5	54,00	15,5	52,09	27,0	51,71
4,0	53,80	16,0	52,08	27,5	51,70
4,5	53,60	16,5	52,06	28,0	51,69
5,0	53,50	17,0	52,04	28,5	51,68
5,5	53,30	17,5	52,02	29,0	51,66
6,0	53,20	18,0	52,01	29,5	51,69
6,5	53,00	18,5	52,00	30,0	51,63
7,0	52,90	19,0	51,98	30,5	51,62
7,5	52,80	19,5	51,97	31,0	51,60
8,0	52,70	20,0	51,96	31,5	51,58
8,5	52,60	20,5	51,95	32,0	51,57
9,0	52,50	21,0	51,94	32,5	51,55
9,5	52,45	22,0	51,93	33,0	51,54
10,0	52,40	22,5	51,92	33,5	51,52
10,5	52,35	23,0	51,91	35,0	51,51
11,0	52,30	22,5	51,85	34,5	51,50
11,5	52,25	23,0	51,83	35,0	51,48

Первый этап интегрирования завершается при $v_i = v_0$ или $v_i > v_0$. Если: а) $v_N = v_0$, тогда за исходные данные для второго этапа интегрирования берут (x_N, v_0) ;

б) $v_N > v_0$ в этом случае находят уточненное значение x_N^* .

Координаты (x_N^*, v_0) на рис. 3 удовлетворяют следующему уравнению:

$$v_0^2 + (x_N^* + \delta_{N-1})^2 = v_{N-1}^2 + (x_{N-1} + \delta_{N-1})^2, \quad (6)$$

откуда

$$x_N^* = \pm \sqrt{v_{N-1}^2 + (x_{N-1} + \delta_{N-1})^2 - v_0^2} - \delta_{N-1}.$$

Квадратный корень в данном случае берется со знаком минус, т. к. нас интересует точка с меньшей абсциссой:

$$x_N^* = -\sqrt{v_{N-1}^2 + (x_{N-1} + \delta_{N-1})^2 + v_0^2} - \delta_{N-1}.$$

За исходные данные для второго этапа интегрирования берутся (x_N^*, v_0) .

Второй этап интегрирования. Данный этап характеризуется тем, что когда скорость ползуна достигает величины v (скорость ленты), ползун схватывается лентой, и они совершают совместное движение до нового срыва.

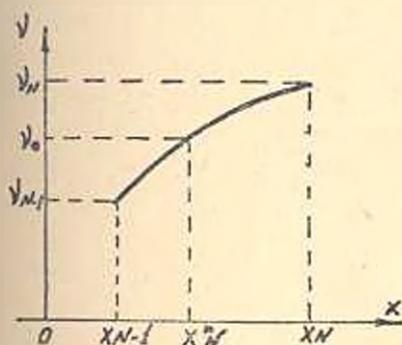


Рис. 3. Изменение параметра v от x .

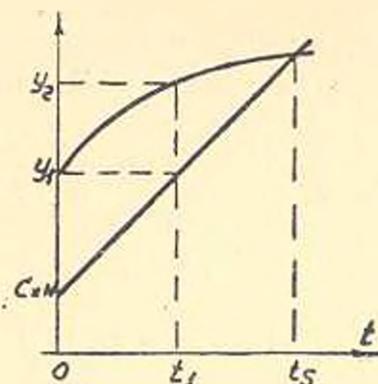


Рис. 4. Зависимость сил трения покоя и упругости системы от времени неподвижного контакта.

Эта часть движения не описывается дифференциальным уравнением, поэтому ее нужно рассматривать отдельно.

Следующий срыв произойдет тогда, когда силы упругости и трения покоя станут равными.

Уравнение силы упругости $F_{уп} = cvt - cx_N$, следовательно, необходимо найти точку пересечения линий силы трения покоя и силы упругости, как показано на рис. 4.

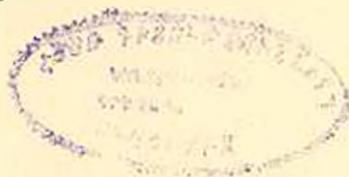
Так как при решении подобных задач для конкретных пар трения большое значение имеет зависимость силы трения покоя от продолжительности неподвижного контакта, то нами взята зависимость, полученная экспериментальным путем. Для решения задачи применяется нижеописанный метод.

Линия упругости разделяет всю координатную плоскость на две части (рис. 4). Подставляя координаты точек одной части плоскости в выражение

$$\chi = y - cvt - cx_N, \quad (7)$$

получаем одна и тот же знак. Знаки для обеих частей плоскости различны:

$$y_2 = y_1 + \Delta y; \quad \Delta y > 0.$$



Подставляя эти значения в (7), получаем

$$\chi = y_1 - \Delta y - \cot \alpha_1 - c x_N = \Delta y > 0. \quad (8)$$

В общем виде

$$\chi_j = T_j^j - \cot \alpha_1 - c x_N.$$

В данном случае для левой части плоскости выражение (7) имеет знак плюс, а для правой части — минус.

Из экспериментальной кривой трения покоя для пары Ст 45+Fe-P-S составлена табл. 2, которая используется для нахождения координат точки пересечения. С целью повышения точности решения можно произвести интерполяцию в том месте, где χ меняет знак.

Таблица 2

t_1 , сек	$T_{п.}^1$, кгс	t_1 , сек	$T_{п.}^1$, кгс	t_1 , сек	$T_{п.}^1$, кгс
0	54,5	34	62,7	68	66,1
2	56,0	36	63,0	70	66,2
4	56,5	38	63,2	72	66,3
6	57,0	40	63,5	74	66,4
8	58,0	42	63,8	76	66,5
10	58,2	44	64,0	78	66,6
12	58,5	46	64,5	80	66,7
16	59,5	50	64,8	82	66,8
18	59,6	52	65,0	84	66,9
20	60,0	54	65,2	86	67,0
22	60,5	56	65,4	88	67,1
24	61,0	58	65,5	90	67,3
26	61,3	60	65,6	92	67,6
28	61,5	62	65,7	94	67,7
30	62,0	64	65,8	98	67,9
32	62,5	66	66,0	100	68,0

Если: а) $\chi_3 = 0$, тогда берутся соответствующие t_3 , $x_3 = vt_3 + x_N$, и за новые начальные условия для повторения первого этапа интегрирования принимаются (x_3, v_3) ;

б) $\chi < 0$, тогда производится интерполяция и находят уточненные t^* , $x^* = vt^* + x_N$, и новыми начальными условиями для повторения первого этапа интегрирования будут (x^*, v_0) .

Задача была решена на ЭВМ «Ирикс»-2, для которой составлена соответствующая программа.

Результаты решения задачи по определению амплитуды колебаний в продольном направлении относительно движения для пары спеченный сплав Fe-P-S + сталь 45 при массе стола с грузом $m = 0,288 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м.м}$ приведены в табл. 3.

Таблица 3

№ п/п	Жесткость системы c , кгс/мм	Коэффициент затухания, кг-сек/мм	Скорость перемещения, мм/мин	Амплитуды колебаний, мкм						
				A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
1	4000	1,5	9	32,1	25,3	25,5	27,2	25,4	28,4	28,0
2	4001	0,012	3	31,4	26,8	28,5	29,6	28,6	29,1	—
3	4000	1	5	31,7	30,8	27,5	27,4	—	—	—
4	4000	1,5	3	30,5	27,2	26,0	24,3	27,2	27,3	—
5	3000	0,012	3	50,9	40,1	38,1	39,0	40,4	38,7	—
6	3000	0,012	9	43,1	38,4	38,3	38,7	38,4	—	—
7	3500	0,4	3	36,1	32,3	31,9	33,7	33,3	—	—
8	1000	1,5	3	109,7	100,7	100,5	100,8	100,0	100,5	100,4
9	1500	0,2	7	80,8	70,0	70,2	70,9	70,3	—	—
10	800	0,012	9	140,4	133,5	129,5	127,6	129,4	128,3	—

Здесь переменными являются жесткость системы c , коэффициент затухания β и скорость перемещения стола v , остальные параметры приняты постоянными.

Как видно из табл. 3, оптимальными являются решения № 4 и № 2. В этих случаях соотношения переменных приводят к наименьшим значениям амплитуд колебаний при первом скачке ($A_1=30,5$ мкм и $A_1=31,4$ мкм). Эти величины указывают на устойчивость перемещений, т. к. последующие значения $A_{2-7} < A_1$.

Таким образом, рассмотрение влияния определенных факторов на устойчивость перемещений методом графо-аналитического решения с использованием ЭВМ подсказывает выбор оптимальных значений и соотношений между определяющими параметрами.

Это позволяет оценить тот или иной материал при данной жесткости, данном режимном поле, плоском контакте и др., с точки зрения обеспечения устойчивости перемещений при ползучих скоростях. При этом на устойчивость перемещений больше влияет вид кривых зависимостей от времени контакта и скорости скольжения, чем их абсолютные величины.

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 4. V. 1977

Չ. Կ. ՄԱՆԿԵԼԱՆ

ՔՎԱՅԻՆ ՄՐԱԳՐԵՐՈՎ ԿԱՌԱՎԱՐՎՈՂ ՀԱՍՏՈՑՆԵՐԻ
ՈՐՂՈՐԴՆԵՐՈՒՄ ԿԱՆԳԱՂ ՏԵՂԱՓՈՆՈՒՄՆԵՐԻ
ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ԳՆԱՀԱՏՈՒՄԸ ԷՀՄ-Ի ՕԳՏԱԳՈՐԾՄԱՄԲ

Ա. Վ. Փ. Ս. Փ. Ս. Ա. Վ.

«Ննարկվում է թվային ծրագրերով կառավարվող հաստոցների ուղղորդների տեղափոխումների և նրանց փոխադարձ դիրքավորման ճշտության հարցը ցածր արագությունների դեպքում»:

Օգտագործելով էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենայի հնարավորությունները և ելնելով ուղղորդների նյութերի փորձարարական երկու առնչություններից (շփման ուժի կապը տեղաշարժի արագությունից և կոնտակտում գտնվելու ժամանակից), հողվածում տրված են արտահայտություններ և հաշվարկման մեթոդ, որոնց միջոցով նախադժման ստադիայում կարելի է նախօրոք գնահատել տատանումների բնույթը, որն այդ հաստոցների համար ունի կարևոր նշանակություն:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Столетов А. Г. Соч., т. II. Гостехиздат, 1947.
2. Крагельский И. В. Трение и износ. М., Изд-во «Машиностроение», 1968.
3. Пановко Я. Г., Кубинова И. И. Устойчивость и колебания упругих систем. М., Изд-во «Наука», 1967.