

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

В. М. СААКЯН, М. Б. ГЕВОРКЯН

О ВОЗМОЖНОСТИ ПОВЫШЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ
 ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРОЦЕССА ФЛОТАЦИИ

Целью настоящей работы является исследование функций отклика двух параметров оптимизации: y_1 — извлечение меди в концентрат, y_2 — содержание меди в концентрате, — формирующих технологический критерий эффективности для процесса флотации в условиях Кафанской обогатительной фабрики.

Значение y_1 задавалось одной поверхностью отклика:

$$y_1 = -0,0137x_1 + 0,3644605x_2 + 0,247513x_3 - 0,140179x_4 - \\ - 0,037832x_1x_2 + 0,186633x_1x_3 - 0,055723x_2x_3 - \\ - 0,107994x_2x_4 + 0,252435x_3x_4. \quad (1)$$

y_2 — другой поверхностью отклика:

$$y_2 = 0,2380996x_2 - 0,080162x_3 + 0,099972x_4 + 0,200359x_1x_2 - \\ - 0,55306x_1x_3 - 0,223797x_1x_4 + 0,297438x_2x_3 + \\ + 0,131153x_2x_4 + 0,164579x_3x_4. \quad (2)$$

где x_1 — pH среды; x_2 — расход собирателя, г/т; x_3 — расход вспенивателя, г/т; x_4 — плотность пульпы, г/л.

Уравнения (1) и (2) получены в результате обработки данных пассивного эксперимента при плановой производительности установки $Q = 62,6$ т/час, содержания меди в руде $\alpha = 1,2\%$ и адекватно описывают y_1 и y_2 в интервалах варьирования независимых переменных. На первом этапе уравнения (1) и (2) были приведены к каноническому виду:

$$y_1 = -0,02655X_1^2 - 0,159413X_2^2 + 0,176553X_3^2 + 0,00941X_4^2; \quad (3)$$

$$y_2 = 0,343499X_1^2 + 0,084798X_2^2 - 0,059989X_3^2 - 0,368307X_4^2. \quad (4)$$

Центры поверхностей:

$$X_{1c} = -12,08171; \quad X_{2c} = -1,42671; \quad X_{3c} = -0,05505; \quad X_{4c} = 7,63695;$$

$$X_{1c'} = -0,61665; \quad X_{2c'} = -1,104163; \quad X_{3c'} = -0,56607; \quad X_{4c'} = 0,410367.$$

Поверхности относятся к типу «минимакс», так как коэффициенты в уравнениях (3) и (4), являющиеся собственными числами характеристических полиномов уравнений (1) и (2), имеют разные знаки.

Для исследования функций отклика в той части факторного пространства, где производились эксперименты, применяется метод «ридж-анализ», основанный на отыскании условного экстремума функции отклика при ограничениях, накладываемых сферой радиуса R . Метод предполагает решение нелинейной системы неопределенных множителей Лагранжа:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x_i} &= 0, \\ \sum_{i=1}^4 x_i^2 &= R^2, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где

$$F = bx + x^T Bx + \lambda (x^T x - R^2) \quad (6)$$

— функция Лагранжа.

С учетом (6) система (5) примет вид:

$$\left. \begin{aligned} (B - \lambda J)x &= \frac{1}{2} b, \\ \sum_{i=1}^4 x_i^2 &= R^2, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где

$$B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{12} & 0 & b_{23} & b_{24} \\ b_{13} & b_{23} & 0 & b_{34} \\ b_{14} & b_{24} & b_{34} & 0 \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}; \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix};$$

J — единичная матрица; $\sum_{i=1}^4 x_i^2 = R^2$ — уравнение связи (сфера).

Решения системы (7) для фиксированных значений λ являются координатами точек условных экстремумов на сферах радиуса R . Дрейпером [1] было показано, что когда λ выбирается больше большего и меньше меньшего собственного значения матрицы B , то функция достигает абсолютного максимума и абсолютного минимума.

Задавая область варьирования x_1, \dots, x_4 (область, ограниченная сферой радиуса $R = 2$), поставим задачу нахождения абсолютного максимума и минимума функций отклика y_1 и y_2 . При этом для нахождения максимумов функций отклика y_1 и y_2 значение λ соответственно выбиралось $\lambda > 0,176553$; $\lambda > 0,343499$, а для минимумов — $\lambda < -0,159413$; $\lambda < -0,368307$. В таблицах 1 и 2 приведены экстремальные значения функций отклика при различных λ и расчетные значения R .

Таблица 1

Шар	$\lambda > \max \rho_i$					$\lambda < \min \rho_i$				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
λ	0,2100	0,2000	0,1920	0,1915	0,1910	-0,2500	-0,2400	-0,2300	-0,2200	-0,2100
x_1	-0,19489	-0,34608	-0,50497	-0,52481	-0,54606	0,43844	0,50037	0,58031	0,68721	0,83706
x_2	1,03840	1,19487	1,38439	1,40360	1,42400	-0,66929	-0,68654	-0,70170	-0,71261	-0,71491
x_3	0,00606	-0,22252	-0,52422	-0,55833	-0,59487	-1,07613	-1,19191	-1,33841	-1,53045	-1,70449
x_4	-0,59712	-0,81348	-1,09900	-1,12977	-1,16264	0,67911	0,76441	0,87448	1,02173	1,22849
$f(x)$	0,54546	0,70536	0,97716	1,01158	1,04944	0,87722	-0,99158	-1,14614	-1,36653	-1,70445
R	1,2136	1,50290	1,91158	1,95797	2,00788	1,50314	1,65127	1,83990	2,08957	2,43745

Таблица 2

Шар	$\lambda > \max \rho_i$					$\lambda < \min \rho_i$				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
λ	0,3700	0,3600	0,3520	0,3515	0,3510	-0,4400	-0,4300	-0,4200	-0,4100	-0,4000
x_1	-0,22130	-0,42489	-0,94173	-1,00868	-1,08459	0,53925	0,63263	0,77159	0,97812	1,31624
x_2	0,45178	0,52723	0,59593	0,71702	0,74085	-0,60443	-0,67949	-0,78256	-0,93372	-1,17839
x_3	0,31709	0,54521	1,11438	1,87777	1,27094	0,63146	0,73281	0,87317	1,08060	1,41853
x_4	0,35262	0,49158	0,83154	1,87515	0,92455	-0,00608	0,01177	0,03766	0,07750	0,14461
$f(x)$	0,23555	0,42455	1,24292	1,38493	1,55602	-0,55874	-0,71128	-0,95435	-1,38151	-2,25161
R	0,69135	0,99870	1,81780	1,92568	2,04824	1,02378	1,18282	1,40413	1,73269	2,27029

По результатам таблицы 1 и 2 определены координаты точек абсолютных максимумов:

(-0,52481; 1,40360; -0,55833; -1,12977),

(-1,00868; 0,71702; 1,18777; 0,87515)

и минимумов:

(0,58031; -0,70170; 1,33841; 0,87448).

(0,97812; -0,93372; 1,0806; 0,0775)

функций y_1 и y_2 , когда область варьирования независимых переменных ограничивалась сферой радиуса $R = 2$.

Экстремальные значения y_1 и y_2 в натуральном масштабе соответственно равны:

$$y_{1\max} = 93,73\%; \quad y_{2\max} = 20,89\%;$$

$$y_{1\min} = 87,28\%; \quad y_{2\min} = 14,89\%.$$

Результаты проведенного исследования указывают на принципиальную возможность повышения качественных показателей процесса флотации на 1,5—2% при внедрении системы управления флотацией в условиях Кафакской обогатительной фабрики.

ВЦ АН АрмССР и ЕрГУ

Получено 29.VII.1976

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Draper N. R.* „Ridge analysis" of Response Surfaces. *Technometrics*, v. 5, 1963, № 4
2. *Палимов В. В., Чернова П. А.* Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. Изд. «Наука», 1965.