

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Յ. Ա. ՄԱՆՎԵԼՅԱՆ, Դ. Տ. ԴԱԳՅԱՆ, Ա. Կ. ՍՈԳՅԱՆ

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ
ПАРАМЕТРОВ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ РЕЛАКСАЦИОННЫЕ
АВТОКОЛЕБАНИЯ ПРИ ТРЕНИИ

Механические автоколебания в каком-либо отдельном узле трения машины или механизма могут нарушать нормальную работу машины. Примером служит вопрос обеспечения устойчивости медленных (скользящих) перемещений узлов станков с программным управлением, и связи с возникновением релаксационных автоколебаний при трении, где точность позиционирования имеет первостепенную важность. Принимается что основной причиной возникновения механических автоколебаний является наличие положительной разности между силами трения покоя и скольжения, и эта разность обусловлена как ростом силы трения покоя от продолжительности неподвижного контакта при совместном движении соприкасающихся поверхностей, так и падением силы трения скольжения с увеличением относительной скорости [1].

При подборе оптимальных пар трения необходимо учесть реологические свойства материалов, поверхностную топографию, значения удельной нагрузки, вид контактирования и др. В статье проведен математический анализ влияния определяющих параметров на силу трения покоя с целью нахождения оптимальной совокупности значений параметров, приводящей к максимизации и минимизации функции.

В качестве исследуемой принимается функция силы трения покоя от продолжительности неподвижного контакта, имеющая следующий общий вид [1; 2]:

$$T = \alpha A_s^{\frac{m}{n+m}} b^{\frac{m}{n+m}} \left(\frac{v+m}{B} \right)^{\frac{n}{n+m}} (1 - e^{-\beta_2 t^n}) N^{\frac{n}{n+m}}, \quad (1)$$

где α — коэффициент, учитывающий кинематическое и напряженное состояние на контакте;

A_s — контурная площадь касания;

m — коэффициент, характеризующий деформационные свойства материала;

v и b — параметры опорной кривой поверхности;

B — эмпирический коэффициент, по величине примерно равный максимальной твердости по Майеру;

λ_2 и p — константы материала, характеризующие его способность к пластической деформации;

t — время неподвижного контакта;

N — нормальная нагрузка.

Функция T зависит от переменных α , A_2 , b , B , λ_2 , ν , m , δ_2 , p и t , которые принимаются независимыми друг от друга и являются положительными по физическим соображениям.

Рассмотрим T как функцию одного переменного t , принимая остальные постоянными, т. е.

$$T = T^* (1 - e^{-\lambda_2 t^p})^{\frac{1}{p}}, \quad (2)$$

где

$$T^* = \alpha A_2^{\frac{m}{\nu+m}} b^{\frac{m}{\nu+m}} \left(\frac{\nu+m}{B} \right)^{\frac{\nu}{\nu+m}} N^{\frac{\nu}{\nu+m}} \quad (3)$$

— асимптота функции (рис. 1).

Одну и ту же асимптоту может иметь бесчисленное множество кривых, если в (2) изменить параметры δ_2 и p .

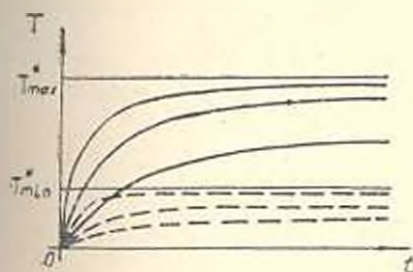


Рис. 1.

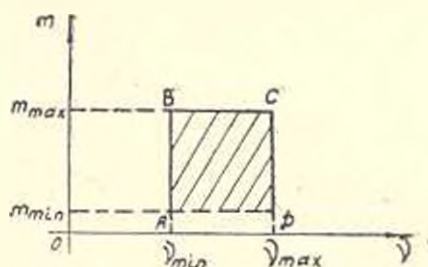


Рис. 2.

В нашей задаче все переменные изменяются в конечных промежутках, а именно:

$$0,5 \leq \alpha \leq 1; \quad 200 \text{ см}^2 \leq A_2 \leq 600 \text{ см}^2; \quad 2 \leq \nu \leq 6; \quad 0 \leq m \leq 0,5;$$

$$2 \leq b \leq 6; \quad 168 \leq B \leq 325; \quad 1,8 \leq \delta_2 \leq 4; \quad 1 \text{ сек} \leq t \leq 60 \text{ сек};$$

$$0,25 \leq p \leq 0,36; \quad 150 \text{ кгс} \leq N \leq 800 \text{ кгс}.$$

Необходимо исследовать уравнение асимптот (3), найти их максимальное и минимальное значения, если параметры изменяются в вышеуказанных промежутках.

Из (3) видно, что в максимальной точке параметры α , A_2 , b , B и N должны иметь следующие граничные значения: $\alpha_{\max}$, $A_{2\max}$, $b_{\min}$, $B_{\min}$ и $N_{\max}$. Подставляя эти значения в (3), получим:

$$T^* = \alpha_{\max} A_{2\max}^{\frac{m}{\nu+m}} b_{\min}^{\frac{m}{\nu+m}} \left(\frac{\nu+m}{B_{\min}} \right)^{\frac{\nu}{\nu+m}} N_{\max}^{\frac{\nu}{\nu+m}} \quad (4)$$

Преобразуем функцию (4):

$$T^* = K [c(v+m)]^{\frac{1}{1+m}}, \quad (5)$$

где

$$K = \alpha_{\max} A_{\alpha \max} \frac{1}{\beta_{\min}}; \quad c = \frac{N_{\max}}{A_{\alpha \max} \beta_{\max} B_{\min}}.$$

Эта функция определена и непрерывна, если $v+m > 0$.

Для существования точек экстремума необходимо, чтобы в этих точках

$$\frac{\partial T^*}{\partial v} = 0; \quad \frac{\partial T^*}{\partial m} = 0.$$

После вычислений получим.

$$\left. \begin{aligned} m \ln [c(v+m)] + v &= 0, \\ v \{1 - \ln [c(v+m)]\} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Эту систему можно разбить на две системы:

$$\left. \begin{aligned} m \ln [c(v+m)] + v &= 0, \\ v &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} m \ln [c(v+m)] + v &= 0, \\ 1 - \ln [c(v+m)] &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Решим систему (7). Так как $v=0$, $m \ln (cm) = 0$ и $v+m > 0$, то $m \neq 0$, следовательно, $\ln (cm) = 0$ и $m = \frac{1}{c}$.

Из решения системы (8): $\ln [c(v+m)] = 1$; $m+v=0$.

Как видно, она несовместима и, следовательно, предполагаемая точка экстремума имеет координаты 0 и $1/c$.

Достаточное условие существования экстремума следующее:

$$\Delta = \frac{\partial^2 T^*}{\partial v^2} \frac{\partial^2 T^*}{\partial m^2} - \left(\frac{\partial^2 T^*}{\partial v \partial m} \right)^2. \quad (9)$$

Если $\Delta > 0$, то экстремум существует, и при $\frac{\partial T^*}{\partial v^2} < 0$ имеем максимум, а при $\frac{\partial T^*}{\partial v^2} > 0$ — минимум.

Если же $\Delta < 0$, то нет экстремума. При $\Delta = 0$ экстремум может быть, может и не быть.

Вычислим вторые производные и составим выражение для Δ . В точке $M(0; 1/c)$ значения этих производных следующие:

$$\frac{\partial^2 T^*}{\partial v^2} = 2c^2; \quad \frac{\partial^2 T^*}{\partial m^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 T^*}{\partial v \partial m} = c^2.$$

Тогда $\Delta = -c^2 < 0$, т. е. экстремума нет.

В таком случае, функция T^* принимает наибольшее значение на границе области, получаемой при условиях: $v_{\min} \leq v \leq v_{\max}$ и $m_{\min} \leq m \leq m_{\max}$ (рис. 2).

Чтобы найти это максимальное значение, нужно рассматривать функцию (5) на этой границе, т.е. отдельно на сторонах области определения этой функции, которая представляет собой прямоугольник. Так, например, на прямой BC (рис. 2) функция примет следующий вид:

$$T^* = K [c(v + 0,5)]^{\frac{v_{\max}}{v_{\min} + v_{\max}}} \quad (10)$$

Приравняв первую производную функции (10) к нулю, получим:

$$0,5 \ln [c(v + 0,5)] + v = 0. \quad (11)$$

Уравнение (11) аналитическим способом не решается, поэтому применяем графический метод. Для этого нужно построить графики функций $z = 0,5 \ln [c(v + 0,5)]$ и $z = -v$ на плоскости $(v; z)$ и найти точку их пересечения, если она имеется. Абсцисса этой точки будет решением уравнения (11). Вычисления показали, что на границе $ABCD$ экстремума нет. Это означает, что на сторонах прямоугольника функция (5) изменяется монотонно. Выяснилось, что максимум лежит на вершине прямоугольника $D(v_{\max}; 0)$, следовательно,

$$T_{\max}^* = K [c(v_{\max} + m_{\max})]^{\frac{v_{\max}}{v_{\min} + v_{\max}}} \quad (12)$$

Аналогичным образом получаем:

$$T_{\min}^* = K_1 [c_1(v_{\min} + m_{\min})]^{\frac{v_{\min}}{v_{\min} + v_{\max}}}, \quad (13)$$

где

$$K_1 = a_{\min} A_{c_1} m_{\min} b_{\min}; \quad c_1 = \frac{N_{\min}}{A_{c_1} m_{\min} b_{\min} B_{\max}}.$$

Область изменения функции (3) при выбранных интервалах параметров показана на рис. 1.

Таким образом, при конструировании узлов направляющих станков с программным управлением с целью обеспечения плавности перемещений, точности позиционирования, необходимо предварительно с помощью зависимости (13) подобрать оптимальную пару трения, качество обработки поверхностей, геометрические размеры и конструктивные параметры узлов трения таким образом, чтобы все это, в совокупности, привело к возможному наибольшему уменьшению значений силы трения покоя. Уменьшению релаксационных автоколебаний в значительной степени будет способствовать и снижение реологических воздействий на силу трения путем экспериментального подбора соответствующих значений b_2 и p .

Չ. Ա. ՄԱՆՎԵԼՅԱՆ, Գ. Ս. ԳԱԳՅԱՆ, Ա. Կ. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

**ՇՓՄԱՆ, ԺԱՄԱՆԱԿ ՄԵԽԱՆԻԿԱԿԱՆ ՌԵԼՍԵՍԱՑԻՈՆ
ԻՆՔՆԱՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ՎԵՐԱ ՈՐՈՇԻՉ ՊԱՐԱՄԵՏՐՆԵՐԻ
ԱՄԿԵՑՈՒԹՅԱՆ ԱՆԱՎԻՏԻԿ ԴՆԱՀԱՏՈՒՄԸ**

Ա մ փ ո փ ու մ

Քննարկվում է ծրագրային դեկավարմամբ հաստոցների հանգույցների հաստատուն տեղաշարժի և նրանց փոխադարձ դասավորության ճշտության հարցը ցածր արագությունների դեպքում, կախված ռելաքսացիոն ինքնատատանումների հնարավոր առաջացման հետ շփման ժամանակ: Անալիտիկ և զանազան դադարի շփման ուժի ֆունկցիայի հետադոտման միջոցով դառնված է նրա փոփոխման տիրույթը: Ինքնատատանումների առաջացման հնարավորությունը փոքրացնելու նպատակով առաջարկված կախվածության միջոցով կարելի է նախօրոք ախտահարել կատարել շփման զույգի, շփման հանգույցի մակերևույթների մշակման որակի, երկրաչափական չափերի և կոնստրուկտիվ սպարամետրների բնորոշումներ, որ այդ բոլորը համատեղ բերի դադարի շփման ուժի արժեքի հնարավոր սահմանված փոքրացմանը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Крагельский И. В. Трение и износ М., Изд-во «Машиностроение», 1968.
2. Костерик Ю. И. Механические автоколебания при сухом трении. М., Изд-во АН СССР, 1960.