

ЭНЕРГЕТИКА

А. А. АРУТЮНЯН

ФОРМИРОВАНИЕ ГИБРИДНОЙ МАТРИЦЫ НА ЦВМ

Как известно из теории электрических цепей, уравнения установившегося режима электрической системы основаны на матрицах Y или Z :

$$Y\dot{U} = \dot{I}; \quad (1)$$

$$Y\dot{I} = \dot{U}. \quad (2)$$

Из этих уравнений, путем преобразований, можно получить по два уравнения с гибридными матрицами (ГМ) [1]. Под ГМ понимается смешанное использование Y и Z . Одно из таких уравнений, полученное из (1), имеет следующий вид:

$$\left[\frac{Y_{ik}^{-1}}{Y_{sk}Y_{ik}^{-1}} \right] \left[\frac{-Y_{ik}^{-1}Y_{cm}}{Y_{cm} - Y_{sk}Y_{ik}^{-1}Y_{cm}} \right] \cdot \left[\frac{\dot{I}_k}{\dot{U}_m} \right] = \left[\frac{\dot{U}_i}{\dot{I}_k} \right]. \quad (3)$$

Таким способом, при расчетах установившихся режимов электрических систем на базе ГМ, одновременно можно воспользоваться преимуществами матриц Y и Z [2].

В настоящей статье приводятся алгоритм и программа формирования ГМ на ЦВМ открытых и закрытых схем замещения электрических сетей.

Постановка задачи. Задаются: параметры схемы замещения в форме

$$Z_{mk} = r_{mk} + jx_{mk},$$

где m, k — индексы узлов, характеризующие ветви схемы замещения, $m \in N_0, k \in N_0$;

N_0 — множество всех узлов схемы.

Требуется: на основе матрицы Y формировать ГМ, входящую в (3).

Разделим множество N_0 всех узлов схемы на подмножества Γ, Π, Π , т. е.:

$$\Gamma \subset N_0; \quad \Pi \subset N_0; \quad \Pi \subset N_0, \quad (4)$$

где Γ, Π, Π — соответственно подмножества генераторных, нагрузочных и сетевых узлов схемы.

Число элементов этих подмножества соответственно обозначим литерой Γ и Π . Межсистемные связи могут войти в подмножество Γ или Π .

При открытой (исходной) схеме условия (4) соблюдаются. В случае закрытой схемы $\Pi = \emptyset$, так как закрытая схема (многополюсник) получается путем эквивалентного преобразования исходной схемы, в процессе которого исключаются узлы, входящие в подмножество Π .

Вопросы формирования (и программной реализации) исходной матрицы Y , а также ее эквивалентирование рассмотрены в [4, 5], поэтому принимается, что матрица Y сформирована.

Для решения поставленной задачи разделим матрицу Y на четыре подматрицы [1, 2]:

$$\begin{bmatrix} Y_{ss}^{II} & Y_{sm}^{II} \\ Y_{sk}^{III} & Y_{sm}^{III} \end{bmatrix} \quad (5)$$

где $s, k = \overline{1, \Gamma}$; $s, m = \overline{1, \Pi}$ и Π (при закрытой схеме $\Pi = \emptyset$).

В общем случае деление Y на блоки может быть произвольным. Таким образом, формирование ГМ сводится к формированию отдельных ее подматриц.

Формирование IV подматрицы ГМ осуществляется непосредственно после формирования матрицы Y и сводится к эквивалентированию (для закрытых схем уже повторно) матрицы Y , исключив при этом узлы, входящие в множество Γ . Для достижения этой цели в программе эквивалентирования [4] введены изменения, позволяющие исключить любой узел схемы замещения.

Формирование I подматрицы ГМ связано с обращением комплексной матрицы (КМ)

$$Y_{ss} = G_{ss} - jB_{ss}.$$

Для использования стандартных подпрограмм из библиотеки ЦВМ при обращении КМ необходимо разделить действительные и мнимые части [7, 8]. При таком разделе [6], принимая

$$Y^{-1} = Z, \quad Z = R + jX,$$

действительные и мнимые части обратной КМ определяются выражениями:

$$R = G + BG^{-1}B; \quad X = RBG^{-1}.$$

Однако, как справедливо указывается в [3], Y^{-1} может быть вычислен при условии существования G^{-1} и $[G + BG^{-1}B]^{-1}$. Доказывается лемма, согласно которой КМ порядка $\Gamma \times \Gamma$ обратима, если только обратима матрица A $2\Gamma \times 2\Gamma$:

$$A = \begin{bmatrix} G & -R \\ R & G \end{bmatrix} \quad (6)$$

Данный алгоритм обращения КМ дает возможность при разовом обращении формировать I подматрицу ГМ. Для этой цели использована подпрограмма решения системы алгебраических уравнений методом Жордана-Гаусса с соответствующими изменениями, необходимыми при обращении матриц.

Формирование II и III подматриц ГМ сводится к умножению матрицы Z_{ik} слева с обратным знаком на матрицу Y_{sm} и справа без изменения знака на Y_{sk} ; при этом последние две матрицы в программе представлены только с ненулевыми элементами. Такой алгоритм позволяет решать системы с большими числами узлов.

Обозначим

$$Z_{ik}Y_{sm} = D_{sm}; \quad Y_{sk}Z_{ik} = D_{sk},$$

где $D_{sm} = d_{sm} + jd'_{sm}$; $D_{sk} = d_{sk} + jd'_{sk}$; $s, k = \overline{1, r}$; $m = \overline{r+1, n+r}$, можно определить выражения действительных и мнимых частей элементов матриц D_{sm} и D_{sk} :

для II подматрицы

$$d'_{sm} = -\sum_{j=1}^r (x_{sj}g_{jm} + x_{sj}b_{jm}),$$

$$d_{sm} = -\sum_{j=1}^r (x_{sj}g_{jm} - x_{sj}b_{jm}),$$

для III подматрицы

$$d'_{sk} = \sum_{j=1}^n (x_{sj}r_{jk} - b_{sj}x_{jk}),$$

$$d_{sk} = \sum_{j=1}^n (x_{sj}x_{jk} - b_{sj}r_{jk}).$$

Поскольку $Y_{sm}^* = Y_{sk}$, то $Z_{ik}Y_{sm}^* = Y_{sk}Z_{ik}$, т. е. в данном случае

$$D_{sm} = -D_{sk}. \quad (7)$$

Таким образом, III подматрицу можно получить путем транспонирования II подматрицы с обратным знаком. Уравнение (3) с гибридной матрицей окончательно примет следующий вид:

$$\left| \frac{r_{sk} + jx_{sk} \left(\frac{d_{sm} + jd'_{sm}}{r_{sm} + jb_{sm}} - \frac{d_{sk} + jd'_{sk}}{r_{sk} + jb_{sk}} \right)}{d_{sk} + jd'_{sk}} \right| \left| \frac{I_k}{U_m} \right| = \left| \frac{U_k}{I_s} \right|. \quad (8)$$

Уравнения на базе ГМ дают возможность смешанного использования методов Гаусса-Зейделя (для подматрицы Z) и Ньютона-Рафсона (для подматрицы Y) в расчетах установившихся режимов электрических систем. При этом, учитывая (7), а также симметричность I и II подматриц, можно в памяти ЦВМ хранить только треугольную ГМ.

На основе изложенного алгоритма составлена программа на алгоритмическом языке ФОРТРАН-4, блок-схема которой приведена на рис. 1, где NZ — признак схемы. При $NZ = 0$ формируется ГМ открытой схемы, при $NZ \neq 0$ — закрытой схемы.



Рис. 1.

Ниже, в качестве примера, приводится расчет ГМ тестовой задачи АрмНИИЭ $n = 28$. Время счета на ЦВМ «Урал-14Д» составляет 56 сек, $(E \pm 02 = 10^{-4})$.

ПО МАТРИЦА

6	7	0,973551E + 00	0,310397E + 01
1	1	0,454000E + 00	0,100000E + 02
2	2	0,130000E + 01	0,170000E + 02
3	3	0,200000E + 01	0,957000E + 02
4	4	0,500000E + 00	0,150000E + 02
5	5	0,500000E + 00	0,160000E + 02
6	6	0,445804E + 01	0,279936E + 02
7	7	0,325333E + 01	0,293309E + 02
8	8	0,490000E + 00	0,140000E + 02
9	9	0,300000E + 01	0,620000E + 01
10	10	0,200000E + 00	0,500000E + 01

II ПОДМАТРИЦА

1	11	0,100000E + 01	0,278533E - 10
2	13	0,100000E + 01	-0,163709E - 10
3	17	0,100000E + 01	0,000000E 000
4	18	0,100000E + 01	0,113687E - 12
5	19	0,100000E + 01	0,000000E 000
6	19	0,988136E - 01	0,408705E - 02
6	20	0,667745E + 00	0,131113E - 01
6	22	0,131699E - 00	0,936927E - 02
6	23	0,101742E + 00	-0,265676E - 01
7	19	0,553998E + 01	0,887606E - 02
7	20	0,229875E + 00	0,340230E - 01
7	22	0,128179E + 00	0,193506E - 01
7	23	0,586546E + 00	-0,622496E - 01
8	26	0,100000E + 01	-0,788987E - 10
9	27	0,100000E + 01	0,909495E - 12
10	28	0,100000E + 01	0,932232E - 11

III ПОДМАТРИЦА

11	1	-0,100000E + 01	-0,278533E - 10
13	2	-0,100000E + 01	0,163709E - 10
17	3	-0,100000E + 01	0,000000E 000
18	4	-0,100000E + 01	0,113687E - 12
19	5	-0,100000E + 01	0,000000E 000
19	6	-0,988136E - 01	-0,408705E - 02
19	7	-0,553998E - 01	-0,887606E - 02
20	6	0,667745E + 00	0,131113E - 01
20	7	0,229875E + 00	-0,340230E - 01
22	6	0,131699E + 00	-0,936927E - 02
22	7	-0,128179E + 00	-0,193506E - 01
23	6	-0,101742E + 00	0,265676E - 01
23	7	-0,586546E + 00	0,622496E - 01
26	8	-0,100000E + 01	0,788987E - 10
27	9	-0,100000E + 01	-0,909495E - 12
28	10	-0,100000E + 01	-0,932232E - 11

IV ПОДМАТРИЦА

11	11	0,409823E - 02	0,114625E - 01
12	12	0,104621E - 01	0,193632E - 01
13	13	0,105879E - 01	0,257698E - 01
14	14	0,510394E - 02	0,114328E - 01
15	15	0,156578E - 01	0,432825E - 01
16	16	0,248095E - 01	0,729102E - 01
17	17	0,116971E - 01	0,178415E - 01
18	18	0,391670E - 02	0,554169E - 01
19	19	0,165572E - 01	0,585638E - 01
20	20	0,506761E - 01	0,129480E - 00
21	21	0,296416E - 01	0,717162E - 01
22	22	0,845121E - 02	0,363545E - 01
23	23	0,847343E + 02	0,816277E - 01
24	24	0,152097E + 01	0,104945E - 00
25	25	0,142293E - 01	0,789623E - 01
26	26	0,657430E - 02	0,500683E - 01
27	27	0,117812E - 02	0,70894E - 02
28	28	0,208012E - 02	0,812932E - 02

IV ПОДМАТРИЦА (продолжение)

11	12	-0,316010E - 02	-0,783249E - 02
11	13	-0,517190E - 03	-0,467160E - 02
11	16	-0,274148E - 04	0,279479E - 03
11	18	-0,393520E - 03	0,167893E - 02
12	13	-0,730219E - 02	0,115308E - 01
13	14	-0,199819E - 02	-0,432298E - 02
13	16	-0,237061E - 04	-0,742735E - 03
13	18	0,740632E - 03	0,450172E - 02
14	15	-0,340576E - 02	-0,710983E - 02
15	16	0,122520E - 01	0,361727E - 01
16	18	0,809243E - 03	0,178738E - 01
16	17	0,116971E - 01	-0,178415E - 01
18	24	0,196731E - 02	-0,313624E - 01
19	21	-0,115440E - 02	0,196036E - 02
19	23	0,373404E - 03	0,177475E - 02
19	20	0,15251E - 01	-0,558287E - 01
20	22	-0,470183E - 02	0,817604E - 02
20	24	0,145476E - 02	0,736852E - 02
20	21	0,267253E - 01	0,562537E - 01
20	23	0,765153E - 03	-0,185313E - 02
21	23	0,956271E - 03	0,154624E - 01
22	24	0,259069E - 02	-0,262181E - 01
23	24	-0,232915E - 02	0,289508E - 01
24	25	-0,109133E - 01	0,446322E - 01
25	26	-0,31606E - 02	0,343300E - 01
26	27	-0,117812E - 02	-0,730894E - 02
26	28	0,208012E - 02	-0,842932E - 02

В ы в о д ы

1. Для расчетов установившихся режимов электрических систем на базе ГМ необходимо формирование отдельных ее подматриц.

2. Предлагаемый алгоритм дает возможность эффективно и в целом формировать ГМ.

АрмНИИЭ

Поступило 15.X.1976

Ա. Ա. ՀԱՐՈՒԳՈՐԶԱՆ

ՀԻՐՐԻԳԱՅԻՆ ՄԱՏՐԻՑԱՅԻ ԿԱՌՈՒՅՈՒՄԸ ԹՀՄ-Ի ՎՐԱ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Ւ Վ

Ծարադրված է ԹՀՄ-ի վրա հիրրիգային մատրիցայի կառուցման ալգորիթը, որն օգտագործվում է էլեկտրական սխեմաների հատաառված սեփականի հաշվարկներում:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Абонц Г. Т. Уравнения электрических режимов энергосистемы, основанные на гибридных матрицах. «Доклады АН АрмССР», т. LV, № 3, 1972.
2. Hale H. W., Goodrich R. W. Digital Computation of Power Flow-Some New Aspects. Trans. AIEE, vol. 78, 1959.

3. *Winthrop W., Smith J. R. and Stephen Erdman.* A Note on the Inversion of Complex Matrices. *IEEE Transactions on Automatic control*, February, 1974.
4. Вопросы эквивалентирования, ускорения итерации и программирования расчетов режимов энергосистем. Отчет АрмНИИЭ за 1974 г № гос. регистрации 75026301, инв. № Б404803.
5. Арутюнян А. А. Определение структуры эквивалентного многополюсника и пересчет матрицы узловых проводимостей при изменении в исходной схеме. «Известия АН АрмССР, серия техн. наук», т. XXIX, № 3, 1976.
6. *Ланцоси К.* Практические методы прикладного анализа. М., Физматгиз, 1961.
7. *Ицкович И. Л.* Программирование для ЭВМ «Напри», М., «Статистика», 1975.
8. Сборник научных программ на ФОРТРАН-е. Выпуск 2. М., «Статистика», 1974.