

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Р. С. РАФАԷԼՅԱՆ, А. М. МИРЗОЯՆ, Г. Л. КАНТАՐԴՅԱՆ

К ВОПРОСУ ОПТИМИЗАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ИНЕРЦИОННЫХ
 ОБЪЕКТОВ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

1. Метод решения задачи. Рассмотрим модель объекта, представляющую собой последовательное соединение нелинейной части с экстремальной характеристикой $y^* = f(x)$ и линейной части, аппроксимируемой аperiodическим звеном первого порядка. Характеристика $y^* = f(x)$ унимодальна и допускает разрывы непрерывности второго рода. Учитывается влияние на выходе объекта высокочастотной помехи $\xi(t)$, представляющей аддитивный стационарный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и ограниченной дисперсией. При совершении j -го входного смещения в объекте под влиянием возмущающей ступеньки происходит переходный процесс, описываемый дифференциальным уравнением [1]

$$T \dot{y}_j(t) + y_j(t) = f(x_j). \quad (1)$$

Во избежание накопления ошибок при реализации алгоритма оптимизации используется рекуррентное решение уравнения (1):

$$y_j(t) = f(x_j) - a_j \exp\left(-\frac{t-t_{j-1}}{T}\right), \quad (2)$$

где $t_j = t_{j-1} + \tau_j$; τ_j — промежуток времени, необходимый для N замеров динамического выхода;

$$a_1 = f(x_1) - y_0 \quad \text{при } j = 1;$$

$$a_j = f(x_j) + a_{j-1} \exp\left(-\frac{\tau_j}{T}\right) - f(x_{j-1}) \quad \text{при } j = 2, 3, \dots$$

Для нахождения экстремума статической характеристики $y^* = f(x)$ выводится модифицированная процедура стохастической аппроксимации. Согласно методу стохастической аппроксимации [3] для совершения рабочего шага вычисляется средний угловой коэффициент по двум значениям статической характеристики — $y(x_j + c)$ и $y(x_j - c)$, соответствующим значениям входного параметра $x_j + c$ и $x_j - c$. Осуществляя N замеров переходного процесса через интервалы времени τ и используя метод наименьших квадратов, находим оценки вышеуказанных значений статической характеристики.

Пусть в момент t_j произведено первое поисковое смещение c и $x_j^+ = x_j + c$, тогда найденная МНК-оценка значения статической характеристики представится выражением:

$$\hat{f}(x_j^+) = \frac{1}{\Delta} \left[\sum_{k=0}^{N-1} \exp\left(-\frac{2k\tau}{T}\right) \sum_{k=0}^{N-1} y_{jk}^+ - \sum_{k=1}^{N-1} \exp\left(-\frac{k\tau}{T}\right) \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left(-\frac{k\tau}{T}\right) y_{jk}^+ \right], \quad (3)$$

где

$$\Delta = N \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left(-\frac{2k\tau}{T}\right) - \left[\sum_{k=0}^{N-1} \exp\left(-\frac{k\tau}{T}\right) \right]^2;$$

y_{jk}^+ — измеренные значения переходного процесса в моменты времени $k\tau$, $k=0, 1, 2, \dots, N-1$.

Через $\tau_j = (N-1)\tau$ производится второе поисковое смещение $-c$, $x_j^- = x_j - c$ и находится соответствующая МНК-оценка:

$$\hat{f}(x_j^-) = \frac{1}{\Delta} \left[\sum_{k=0}^{N-1} \exp\left(-\frac{2k\tau}{T}\right) \sum_{k=0}^{N-1} y_{jk}^- - \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left(-\frac{k\tau}{T}\right) \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left(-\frac{k\tau}{T}\right) y_{jk}^- \right]. \quad (4)$$

По двум найденным оценочным значениям статической характеристики вычисляется средний угловой коэффициент

$$z_j = \frac{\hat{f}(x_j^+) - \hat{f}(x_j^-)}{2c}$$

знак которого определяет целесообразное направление дальнейшего поиска. На j -ом шаге алгоритм поиска экстремума представляется выражением:

$$x_j = x_{j-1} + \delta x_j, \quad (5)$$

где $\delta x_j = z_j a_e$ — рабочее приращение входного параметра;

a_e — последовательность положительных чисел, формирующих величину рабочего шага.

Выведенный алгоритм обеспечивает ускоренную сходимость поиска к экстремуму. Ускорение достигается, в основном, за счет прогнозирования значений статической характеристики по информации о начальной части переходных процессов, а также за счет использования больших рабочих шагов вдали от экстремума и малых вблизи от экстремума, что достигается посредством уменьшения длины шага лишь при изменении направления поиска.

2. Оценка параметра $D|f(x_j)|$. Величина ошибки, с которой находится оценка $f(x_j)$, равна [2]:

$$D|\hat{f}(x_j)| = \sigma^2 \left(N - \frac{\left[1 - \exp\left(-\frac{N\tau}{T}\right) \right] \left[1 + \exp\left(-\frac{\tau}{T}\right) \right]}{\left[1 + \exp\left(-\frac{N\tau}{T}\right) \right] \left[1 - \exp\left(-\frac{\tau}{T}\right) \right]} \right)^{-1}. \quad (6)$$



Для случая неизвестной σ^2 получим несмещенную оценку $\hat{\sigma}^2$, используя остаточную сумму квадратов, представляющую собой минимальное значение суммы квадратов невязок

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \left\{ y_{jk} - \hat{f}(x_j) + \hat{a}_j \exp\left(-\frac{k\tau}{T}\right) \right\}^2}{N-2}, \quad (7)$$

где
$$\hat{a}_j = \frac{1}{\Delta} \left| \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left(-\frac{k\tau}{T}\right) \sum_{k=0}^{N-1} y_{jk} - N \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left(-\frac{k\tau}{T}\right) y_{jk} \right|;$$

y_{jk} -- измеренные значения динамического выхода в моменты времени $k\tau$.

Следовательно, несмещенная оценка

$$\hat{D}[\hat{f}(x_j)] = \hat{\sigma}^2 \left(N \frac{\left| 1 - \exp\left(-\frac{N\tau}{T}\right) \right| \left| \left| 1 + \exp\left(-\frac{\tau}{T}\right) \right| \right|^{-1}}{\left| 1 + \exp\left(-\frac{N\tau}{T}\right) \right| \left| \left| 1 - \exp\left(-\frac{\tau}{T}\right) \right| \right|} \right)^{-1}. \quad (8)$$

Используя (8), можно адаптировать поиск к случайной помехе $\xi(t)$, в зависимости от ее интенсивности, за счет выбора числа N измерений в каждом шаге, исходя из условия $\hat{D}[\hat{f}(x_j)] < D_{\text{нр}}$, где значение $D_{\text{нр}}$ выбирается из свойств объекта и желаемой точности достижения экстремума, диктуемой технологическим регламентом.

Ереванский завод «Поливинилацетат»

Поступило 5.IV.1976

В. П. РАФАЕЛИАН, С. В. ПИРГАСЯН, Г. Л. РАФАЕЛЯН

ԱՌԱՋԻՆ, ԿԱՐԳԻ ՈՉ-ԳՄԱՅԻՆ ԻՆՏԵՐՅՈՒՆ ՈՐՅԵԿՏՆԵՐԻ ՕՊՏԻՄԻԶԱՑԻԱՅԻ
ՀԱՐՑԻ ՇՈՒՐՋՐ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Հողի մասում արտածված է ստոխաստիկ մոտարկման մոդիֆիկացված պրոցեսորա, որն իրենից ներկայացնում է անցողիկ պրոցեսի նախադրուշակման մեթոդի և Կիֆեր-Վոլֆոֆից-Կեսսենի «մաքուր» պրոցեսորայի սինթեզ: Ատացված ալգորիթմը հնարավորություն է ընձեռնում օգտագործել այդ պրոցեսորան ինտրյիտն օբյեկտների օպտիմիզացիայի ժամանակ: Այդ դեպքում ադահովում է էքստրեմումի արագ փնտրումը՝ ի հաշիվ ստատիկական ընդլայնի արժեքների նախադրուշակման ըստ անցողիկ պրոցեսի սկզբնական մասի ինֆորմացիայի:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Казакевич В. В.* Основы теории поисковых систем экстремального регулирования. Техническая кибернетика, кн. 3, ч. II, 1969.
2. *Казакевич В. В., Мочалов И. Л.* О количестве измерений при экстремальном управлении инерционными объектами первого порядка. «Автоматика и телемеханика», № 10, 1973.
3. *Kesten H.* Accelerated Stochastics Approximation. „The Annals of Mathematical Statistics“. 1958. vol. 29, № 1.