ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXIX, № 4, 1976 Серия технических наук

ЭНЕРГЕТИКА

Н. А. ОКСУЗЯН

ВЫБОР ПЕРЕМЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА СЖАТИЯ В РАСЧЕТАХ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭНЕРГОСИСТЕМ

Задача расчета установившегося режима электрических систем является одной из важнейших в электроэнергетике. Расчеты установившихся режимов на ЦВМ широко используются в исследованиях устойчивости, оптимизации, потокораспределений в сложных электрических системах. Практика таких расчетов показала, что в целом ряде случаев итерация или расходится, или сходится к физически нереализуемому решению.

Расчеты установившихся режимов энергосистем сводится к решению итерационными методами систем нелинейных уравнений, которые записываются в виде $x = \varphi(x)$. При помощи алгоритма [1], разработанного в АрмНИИЭ, применяющего оценку теории сжимающих отображений, а именно:

$$\| x^{(i+1)} - x^{(i)} \| \leq q^i \| x^{(1)} - x^{(0)} \| \tag{1}$$

(где i — номер шага итерации; q — постоянная, выбираемая в пределах $0 \leqslant q < 1$), в некоторой степени получена сходимость к физически реализуемому решению.

На примере расчета одной системы, приведенной к многополюснику с восемью узлами, из которых 4 — генераторные, 4 — нагрузочные, в [2] показано, что при задании разного количества напряжений генератора (U_1; $U_1 + U_2$; $U_1 + U_3$; $U_1 + U_4$) с применением q итерация сходится, а при определенном q — к данному решению. Величина q определялась экспериментально для каждого случая.

В этой работе выбор q зависит от искомых напряжений и является переменной величиной, меняющейся в пределах $0 \leqslant q < 1$.

В работах [3, 4] доказывается, что если область D, в которой якобиан системы отличен от нуля, выпукла, то в этой области для каждого значения регулируемых параметров (P, Q, U^2) существование режима означает его единственность.

На основании теоремы Ролля доказывается, что если система имеет разные решения, то каждая пара решений должна быть отделена друг от друга точкой на отрезке прямой между этими решениями, в которой якобиан системы равен нулю. Следовательно, если, находясь в данной области, не пересекать границу и если итерация сходящаяся, то можно прийти к единственному решению.

Решая систему уравнений установившегося режима методом Зейделя, каждый шаг можно рассмотреть как какое-то решение данной системы, и если расстояние между двумя последующими шагами будет меньше расстояния до границы, то итерация придет к единственному физически реализуемому решению.

Задача заключается в том, чтобы для каждого шага определить кратчайшее расстояние любой невырожденной матрицы до ближайшей вырожденной, т. е. $\| A-S_0 \|$, для всех вырожденных матриц S_0.

В [5] доказывается теорема, что для любой вещественной матрицы имеются такие ортогональные матрицы U, V, что

$$U^{\tau}AV=D=\begin{vmatrix} \mu_1 & & & & 0 \\ & \mu_2 & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & \cdot \\ 0 & & & & \mu_n \end{vmatrix},$$

где D — диагональная матрица;

$\mu_1, \mu_2, \ldots \mu_n$ — сингулярные числа, представляющие собой неотрицательные квадратные корни собственных значений симметрических матриц AA^{τ} (A^{τ}— транспонированная матрица).

В частности, если A — невырожденная матрица, то $\mu_1 \geqslant \mu_2 \geqslant \mu_3 \geqslant \ldots$ $\ldots \geqslant \mu_n > 0$. Для определения расстояния (эвклидовой нормы) между матрицами обозначим

$$S_0=UD_0V^{\tau},$$

где

$$D_0=\begin{vmatrix} \mu_1 & & & & 0 \\ & \mu_2 & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & \cdot & \\ & & & \mu_{n-1} & \\ 0 & & & & 0 \end{vmatrix};$$

S_0 — вырожденная матрица; A, S — произвольные матрицы.

Тогда

$$A-S=(A-S_0)+(S_0-S),$$

откуда, переходя к норме, получается:

$$0 \leqslant \| A-S \| \leqslant \| A-S_0 \| + \| S_0-S \| = \| U(D-D_0)V^{\tau} \| + \| S-S_0 \| =$$

$$= \| D-D_0 \| + \| S-S_0 \| = \mu_n + \| S-S_0 \| ; \tag{2}$$

если S — вырожденная матрица, то $S=S_0$ и $\| A-S \| = \mu_n$.

Можно доказать, что $\mu_n = \min|\lambda_i|$, где $\min|\lambda_i|$ — наименьшее собственное значение матрицы A.

Доказательство. Пусть $A^т$ — транспонированная матрица, тогда

$$D^тD = (U^тAV)^т(U^тAV) = V^тA^тU \cdot U^тAV = V^тA^тAV$$

есть диагональная матрица с элементами $\mu_1^2, \mu_2^2, \ldots, \mu_n^2$.

Так как $D^т = D$ и $V^т = V^{-1}$, то

$$D^2 = (V^{-1}A^тAV) = (V^{-1}A^тV)(V^{-1}AV).$$

Если A — симметричная матрица, то $D^2 = (V^{-1}AV)^2$, откуда

$$V^{-1}AV = \begin{vmatrix} \pm\mu_1 & & & & 0 \\ & \pm\mu_2 & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ 0 & & & & \pm\mu_n \end{vmatrix},$$

т. е. числа μ_i с точностью до знака суть собственные значения A: $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, а так как $\mu_n \geqslant 0$, то $|\lambda_i| = \mu_i$, где $i = 1, 2, \ldots, n$.

Определить собственные значения матрицы (λ_i) практически очень сложно. Поэтому можно прибегнуть к мере обусловленности, которая для симметрических матриц [6] равна: $\nu_3 = \max|\lambda_i| / \min|\lambda_i|$; $\max|\lambda_i| = \| A \|_3$, где $\| A \|_3$ — эвклидова норма матрицы. Следовательно,

$$\min|\lambda_i| = \frac{1}{\nu_3} \| A \|_3.$$

С другой стороны [7], для ν_3 можно привести и другую оценку:

$$\nu_3 = \frac{\max|\lambda_i|}{\min|\lambda_i|} = \sqrt{\frac{\max\limits_i \sum\limits_{j=1}^{n} (a_{ij})^2}{\min\limits_i \sum\limits_{j=1}^{n} (a_{ij})^2}},$$

где a_{ij} — элемент матрицы A. Отсюда

$$\min|\lambda_i| = \sqrt{\frac{\min\limits_i \sum\limits_{j=1}^{n} (a_{ij})^2}{\max\limits_i \sum\limits_{j=1}^{n} (a_{ij})^2}} \| A \|_3.$$

Для расчета установившегося режима энергосистемы, приведенной к многополюснику, фазы комплексных напряжений определяются по уравнениям [1]:

$$|U_\alpha^{(i-1)} b_{c\alpha}| \, |\sin \psi_\alpha^{(i)}| = \left| \frac{Q_c}{U_c^{(i-1)}} \sin \psi_c^{(i-1)} + F_c^{(i-1)} \right| \qquad \text{при } Q_c > 0;$$

$$\left| \left| U_{\alpha}^{(i-1)} b_{c\alpha} - \frac{Q_c}{U_c^{(i-1)}} \right| \sin \psi_{\alpha}^{(i)} \right| = \left| F_c^{(i-1)} \right| \qquad \text{при } Q_c < 0,$$

где

$$F_c^{(i-1)} = \frac{P_c}{U_c^{(i)}} \cos \psi_c^{(i-1)} - \sum_{k=1}^{n} U_k g_{ck} \cos \psi_k^{(i-1)} - \sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^{n} U_{\beta} b_{c\beta} \sin \psi_{\beta};$$

c — индекс строки, пробегающей все значения $\alpha = 1 \div n$;
α — индекс столбца.

Согласно (1) можно записать:

$$\| U_{\alpha}^{(i)} - U_{\alpha}^{(i-1)} \| \leq q^i \| U_{\alpha}^{(1)} - U_{\alpha}^{(0)} \| .$$

С другой стороны, на основании (2)

$$\| U_{\alpha}^{(i)} - U_{\alpha}^{(i-1)} \| \leq \left[\sqrt{\frac{\min\limits_{\alpha} \sum\limits_{c=1}^{n} (U_{\alpha}^{(i-1)} b_{c\alpha})^2}{\max\limits_{\alpha} \sum\limits_{c=1}^{n} (U_{\alpha}^{(i-1)} b_{c\alpha})^2}} \right]^i \| U_{\alpha}^{(1)} - U_{\alpha}^{(0)} \| ,$$

откуда

$$q = \sqrt{\frac{\min\limits_{\alpha} \sum\limits_{c=1}^{n} (U_{\alpha}^{(i-1)} b_{c\alpha})^2}{\max\limits_{\alpha} \sum\limits_{c=1}^{n} (U_{\alpha}^{(i-1)} b_{c\alpha})^2}} .$$

В программу расчета установившегося режима, составленную для ЭВМ «Наири-1», введены эти ограничения по напряжению и произведен расчет системы многополюсника с $n = 8$ при разных числах заданных напряжений. Результаты расчета сведены в табл. 1, где даны значения q при разных шагах итерации ($x = \sin \psi$; i — индекс шага). Заданы: параметры g_{mk} и b_{mk} ($m, k = 1, 2, \ldots, 8$) — активные и реактивные проводимости многополюсника; активные мощности всех узлов (кроме балансирующего P_1); фаза напряжения балансирующего узла — ψ_1; модули напряжений и реактивные мощности узлов:

а) U_1; $Q_2 \div Q_8$;
б) $U_1 \div U_2$; $Q_3 \div Q_8$;
в) $U_1 \div U_3$; $Q_4 \div Q_8$;
г) $U_1 \div U_4$; $Q_5 \div Q_8$.

В настоящее время эта программа переводится на язык «Фортран-4» для расчета более сложных энергосистем.

Таблица 1

№ узлов	Параметры режима				Значения q при задании				
	P, кВт	x	U, кВ	Q, квар	i	U_1	$U_1 \div U_2$	$U_1 \div U_3$	$U_1 \div U_4$
1	258,2	0,386	259,0	177,2	1	0,16794	0,15811	0,16427	0,21657
2	−54,7	−0,439	266,5	137,4	2	0,10479	0,15700	0,10611	0,14397
3	157,9	−0,149	251,0	138,1	6	0,02316	0,05538	0,10217	0,00622
4	418,1	0,114	227,0	87,7	8	0,00605	0,00653	0,01185	0,00069
5	−229,9	−0,285	220,0	−79,5	11	0,00063	0,00025	0,00045	0,00007
6	−116,9	−0,359	220,0	−67,7	13	0,00012	0,00008	0,00005	—
7	−64,7	0,093	223,0	−32,4	14	0,00005	—	0,00005	—
8	−322,8	0,189	210,9	−31,2	15	0,00005	—	—	—
Число шагов итерации					k	15	13	14	11

Выводы

1. В процессе итерации с уточнением искомого напряжения меняется и коэффициент q, оставаясь всегда меньше единицы.

2. Коэффициент q выбирается программой автоматически для любого числа заданных напряжений.

АрмНИИЭ Поступило 30.VI 1975.

Ն. Ա. ՕՔՍՈՒԶՅԱՆ

ԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ՀԱՍՏԱՏՎԱԾ ՌԵԺԻՄՆԵՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿՆԵՐՈՒՄ ՍԵՂՄՄԱՆ ԳՈՐԾԱԿՑԻ ՓՈՓՈԽՄԱՆ ԱՐԺԵՔԻ ԸՆՏՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Տարբեր աշխատություններում ապացուցված է, որ եթե D ուռուցիկ տիրույթի համակարգի յակոբյանը զրոյից տարբեր է, ապա տիրույթում լուծի գոյություն ունենալը նշանակում է, որ այն միակն է: Այդ տիրույթի եզրագծի կետերում համակարգի յակոբյանը հավասար է զրոյի:

Նույն հոդվածում իտերացիայի յուրաքանչյուր քայլի համար որոշվում է մինչև եզրագիծը եղած հեռավորությունը (էվկլիդյան նորման) և [illegible] բերված միացյալ համակարգի օրինակի վրա ցույց է տրված տարբեր սկզբնական պարամետրերի դեպքում զուգամիտությունը միևնույն լուծմանը:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Адонц Г. Т.* Алгоритм расчета установившегося режима энергосистемы с учетом нелинейных характеристик генераторов. «Электричество», № 2, 1973.
2. *Оксузян Н. А.* К исследованиям сходимости итерации в расчетах установившихся электрических режимов энергосистем. «Известия АН АрмССР (серия техн. наук)», т. XXVI, № 3, 1973.
3. *Идельчик В. И.* Свойства решения уравнений стационарного режима сложных энергосистем. Иркутск, 1970.
4. *Смирнов К. А.* О единственности решения при расчетах оптимального распределения мощностей в энергосистеме. Сб. «Проблемы электроэнергетики», 1966.
5. *Форсайт Дж., Моллер К.* Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. М., 1969.
6. *Бахвалов Н. С.* Численные методы. М., 1973.
7. *Жидков Н. П.* Несколько замечаний по поводу обусловленности системы линейных алгебраических уравнений. «Вычислительная математика и математическая физика», 3, № 5, 1963.