

МЕТАЛЛУРГИЯ

В. М. СААКЯН, М. Б. ГЕВОРКЯН

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА
 ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ПРОМЫШЛЕННОГО
 ПРОЦЕССА ФЛОТАЦИИ

Настоящая статья посвящена вопросам экспериментального получения статистического математического описания промышленного процесса флотации с использованием данных, собранных в режиме нормальной работы объекта на обогатительной фабрике Кафанского медворудного комбината. Изучалось влияние предварительно выбранных факторов (реагентный режим, плотность пульпы, производительность флотомашин, содержание меди в руде) на основные выходные показатели процесса флотации ϵ , β , t .

На первой секции обогатительной фабрики по каждому параметру был собран статистический материал объемом $n=460$. Задача была решена методом корреляционного анализа по специальной программе, разработанной для ЭВМ «Раздан-3». Предварительным условием проведения корреляционного анализа является определение характера изменения каждого параметра. Были построены эмпирические кривые

Ф а к т о р ы	Выходные параметры
Кс—бутиловый ксантогенат-собира- тель (г/т)	ϵ —извлечение меди в концентрат (%)
pH—щелочность пульпы (—)	$\epsilon = \frac{M_k}{M_p} \cdot 100$ % (где $M_k=3N_{\text{сг}}$;
T-66—флотомасло-пенообразова- тель (г/т)	$M_p=1Q$)
ρ —плотность пульпы (г/л)	β —содержание меди в концентрате (%)
α —содержание меди в руде (%)	t —содержание меди в отвальных хвостах (%)
P—производительность флотомашин (т/час)	M_k —металл в концентрате (т)
	γ —выход (%)
	M_p —металл в руде (т)

распределения параметров. Для каждого из них были подсчитаны коэффициенты вариации и первые четыре момента с их среднеквадратическими ошибками, т. е.

средняя арифметическая
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n};$$

среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$;

показатель асимметрии $A = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\sigma^3}$;

показатель эксцесса $E = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{\sigma^4} - 3$;

коэффициент вариации $v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 \%$;

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \sigma_s = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}; \sigma_A = \sqrt{\frac{6}{n}}; \sigma_E = \sqrt{\frac{24}{n}}; \sigma_v = \frac{v}{\sqrt{2n}} \sqrt{1 + 2\left(\frac{v}{100}\right)^2}$$

Результаты сведены в табл. 1.

С помощью эмпирических показателей асимметрии (A) и эксцесса (E) была произведена приближенная проверка гипотезы нормальности. Нормальность закона распределения подвергалась сомнению, если хотя бы одна из указанных характеристик по абсолютной величине значительно превосходила свою среднюю квадратическую ошибку. В результате проверки распределение параметров β , δ , t , γ , M_k оказалось близким к нормальному. Распределение параметра $T-66$ оказалось отличным от нормального. Кривая имеет значительную асимметрию и резко выраженный эксцесс. Более тщательный анализ результатов эксперимента и проверка нормальности производилась с помощью критерия соответствия χ^2 .

Оценки зависимостей между параметрами формы и степенью влияния каждого фактора на технологические показатели процесса давались на основе методов парной корреляции.

Для оценки тесноты линейной связи определялся коэффициент корреляции

$$r = \frac{\sum (y - \bar{y})(z - \bar{z})}{\sigma_y \sigma_z \cdot n}$$

В табл. 2 приведены коэффициенты корреляции между входными и выходными переменными. Значимость коэффициентов корреляции определялась по формуле:

$$n = \frac{|r| \sqrt{n}}{1 - r^2}$$

Если $n \geq 1,96$, то с надежностью вывода 0,95 отвергается гипотеза о некоррелированности рассматриваемых величин. В результате проверки (табл. 3) значимыми оказались коэффициенты корреляции между выходом ϵ и входами K_c , ρ и α ; между выходом β и входами K_c , $T-66$ и α . Для выхода t незначимыми оказались только коэффициенты корреляции с ρ и K_c . Количественным этапом проведенного ис-

следования являлось получение математического описания, т. е. линейных уравнений регрессии. Предварительно все переменные были переведены в стандартизованный масштаб по формулам:

$$t_{yi} = \frac{y_i - \bar{y}}{\sigma_y}; \quad t_{xi} = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x}$$

Введение стандартизованного масштаба позволяет оценить сравнительное влияние каждого входного параметра на выходные.

Величина коэффициента при соответствующей переменной характеризует представительность данной переменной в общей совокупности исследуемых переменных, а знак коэффициента определяет направление эффекта. Неизвестные коэффициенты β в стандартизованных уравнениях регрессии

$$t_{yi} = \beta_{i1}t_{x1} + \beta_{i2}t_{x2} + \dots + \beta_{im}t_{xm}$$

определялись при помощи метода наименьших квадратов.

Таблица 1

Факторы	$\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$	$\sigma \pm \sigma_{\sigma}$	$v \pm \sigma_{v_i}$	$A \pm \sigma_A$	$E \pm \sigma_E$
pH	11.85 ± 0.0147	0.307 ± 0.0104	2.593 ± 0.8799	-0.682 ± 0.1142	1.071 ± 0.2284
Kc	10.23 ± 0.1585	3.301 ± 0.1206	32.282 ± 1.2045	0.967 ± 0.1112	0.554 ± 0.2284
ρ	1178.63 ± 1.8759	39.126 ± 1.3265	3.32 ± 0.1127	0.47 ± 0.1142	0.674 ± 0.2284
T-66	136.71 ± 2.3735	19.447 ± 1.6783	36.17 ± 1.379	1.655 ± 0.1142	3.215 ± 0.2284
α	1.29 ± 0.0162	0.337 ± 0.0114	26.038 ± 0.9407	0.611 ± 0.1142	0.284 ± 0.2284
ρ	61.58 ± 0.3642	7.578 ± 0.2575	12.306 ± 0.4214	-0.245 ± 0.1142	-0.006 ± 0.2284
ε	89.75 ± 0.1071	2.235 ± 0.0758	2.49 ± 0.0845	-1.474 ± 0.1142	4.035 ± 0.2284
ε	17.31 ± 0.0857	1.788 ± 0.0606	10.329 ± 0.3539	-0.783 ± 0.1142	1.952 ± 0.2284
t	0.14 ± 0.0013	0.027 ± 0.0009	19.974 ± 0.7037	2.835 ± 0.1142	10.866 ± 0.2284
γ	6.76 ± 0.0577	1.203 ± 0.0408	78.032 ± 3.9398	0.415 ± 0.1142	0.028 ± 0.2284
Mk	5.6 ± 0.0793	1.655 ± 0.056	29.555 ± 1.086	0.36 ± 0.1142	-0.0042 ± 0.2284

Таблица 2

	pH	Kc	T-66	ρ	α	Q
pH	1	0.0316	0.063	0.019	0.059	-0.092
Kc	0.0316	1	0.4826	0.063	0.0612	-0.407
T-66	0.063	0.4826	1	0.1349	0.224	-0.238
ρ	0.019	0.063	0.1349	1	0.0404	-0.0104
α	0.059	0.0612	0.224	0.0404	1	0.13268
Q	-0.092	-0.407	-0.238	-0.0104	0.13268	1

Таблица 3

	pH	Kc	T-66	ρ	α	Р
α	-0.0206	0.15	0.079	-0.107	0.3002	-0.077
β	0.04812	0.1107	-0.104	-0.044	0.509	0.043
γ	0.057	-0.0705	0.094	0.112	0.34	0.168

Ниже приведены уравнения регрессии в стандартизованном масштабе:

$$t_1 = -0,044 t_{PH} + 0,136 t_{Kc} - 0,06 t_2 - 0,12 t_{T-66} + 0,316 t_a - 0,084 t_p;$$

$$t_2 = -0,796 t_{PH} - 0,09 t_{Kc} + 0,059 t_1 - 0,019 t_{T-66} + 0,594 t_a - 0,221 t_p;$$

$$t_3 = -0,47 t_{PH} - 0,096 t_{Kc} - 0,092 t_1 + 0,082 t_{T-66} + 0,235 t_a - 0,376 t_p.$$

Полученные коэффициенты регрессии были проверены на значимость их отличия от нуля по критерию Стьюдента. Для этого, исходя из предположения о нормальности распределения, было подсчитано

$$t_j = \frac{\beta_j}{\sigma_{\text{ост}} \sqrt{a_{jj}}},$$

где a_{jj} — диагональный элемент обратной матрицы коэффициентов корреляции. Операция обращения корреляционной матрицы была выполнена на ЭВМ. В результате проверки все коэффициенты оказались значимыми. Теснота линейной связи между выходными координатами и всей совокупностью входных переменных была оценена с помощью коэффициента множественной корреляции

$$R_{y_i} = \sqrt{\beta_{1i}^2 t_{y_1 x_1}^2 + \beta_{2i}^2 t_{y_2 x_2}^2 + \dots + \beta_{mi}^2 t_{y_m x_m}^2}.$$

Совокупный коэффициент корреляции корректировался на число параметров уравнения регрессии по формуле

$$\bar{R} = \sqrt{1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-6}}.$$

Реальность выведенной связи устанавливалась путем сравнения коэффициента R с σ_R , где $\sigma_R = \frac{1 - R^2}{\sqrt{n}}$.

Таблица 4

Параметр	R	σ_R	$ R /\sigma_R$	R_1	R_2
y_1	0.3660	0.0104	9.064	0.2832	0.4116
y_2	0.5216	0.0337	15.596	0.4885	0.6715
y_3	0.1320	0.0458	2.881	0.0397	0.2190

В табл. 4 приведены рассчитанные значения $|R|/\sigma_R$, показывающие, что связь реальна для каждого полученного уравнения. Доверительные границы R определялись с помощью критерия Фишера $R = \text{th} Z$, откуда $Z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+R}{1-R}$.

Учитывая нормальность распределения Z , можно написать

$$P \{ -\alpha \sigma_Z < Z - Z_0 < \alpha \sigma_Z \} = \Phi(\alpha).$$

Имея $\sigma_z = \sqrt{\frac{1}{n-3}}$ и задаваясь вероятностью $P=0,95$, вычисляем доверительные границы для Z : $Z_1 = Z - z\sigma_z$ и $Z_2 = Z + z\sigma_z$. Далее, осуществляя обратный переход, находим соответственные R_1 и R_2 .

Значения коэффициентов детерминации $D_1 = 0,134$; $D_2 = 0,272$; $D_3 = 0,017$ показывают, что полученные линейные уравнения недостаточно полно отображают существующие зависимости. Расчетные значения критерия Фишера $F_1 = 1,15$; $F_2 = 1,37$; $F_3 = 1,02$ указывают на неадекватность полученных линейных уравнений, что объясняется тем, что не все существенные параметры включены в уравнения, либо первый порядок уравнений не соответствует действительности. В этой связи ставится новый эксперимент с повышенной точностью регистрации переменных для разработки нелинейной модели методами регрессионного анализа.

Вывод. Анализ линейных уравнений показал их неадекватность промышленному процессу флотации в исследуемом диапазоне изменения переменных, следовательно, процесс описывается более сложным уравнением.

ВЦ АН АрмССР

Поступило 4.11.1975

Գ. Մ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, Մ. Ր. ԴԵՂՈՐԴՅԱՆ

ԿՈՌԵԼՅԱՑԻՈՆ ՎԵՂՈՒԹՈՒԹՅԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ԿՐԻԱԹՈՒՄԸ ՅԼՈՏԱՑԻԱՅԻ ԱՐԴՅՈՒՆԱԹԵՐԱԿԱՆ ՊՐՈՑԵՍԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ

Ա մ փ ո փ ու մ

Ճշեկրով նախնական հետազոտությունների արդյունքներից, բացահայտվել են Ղափանի պղնձահանրային կոմբինատի հարստացուցիչ ֆարրիկայի ֆլոտացիայի պրոցեսի երաչին ցուցանիշների վրա ազդող հիմնական գործոնները: Ֆլոտացիայի բաժնի աշխատանքի տեխնոլոգիական ցուցանիշների վրա բնտրված գործոնների ազդեցությունը հետազոտելու նպատակով դրվել է պարամետրների դրանցման փորձ օբյեկտի նորմալ շահագործման պայմաններում՝ հաշվի առնելով հապտոզման մամանակը յուրաքանչյուր կանալում:

Ցուրաքանչյուր պարամետրի համար հաշվված են \bar{x} , s , A , E , v վիճակագրական բնութագրերը: Պարամետրների միջև կախումների գնահատականները, տեխնոլոգիական ցուցանիշների վրա յուրաքանչյուր գործոնի ազդեցության տեսքն ու աստիճանը տրվում են գույզ կոռելյացիայի մեթոդ-

ներքին հիման վրա: Աստղագիտական և զոնային սեղանախառն հաճախություններն ըստ յուրաքանչյուրի կիրառելի ջուլյանիշի: Աստղագիտական և ստղագիտական հաճախությունների աղերթատություններ, որք ջուլյան և սվեդ, որ դրանք աղերթատ լինելու փոփոխականների փոփոխության գիտապատկերում:

ЛИТЕРАТУРА

1. Смирнов Н. В., Дунин-Барковский Н. В. Краткий курс математической статистики для технических приложений. Физматгиз, М., 1959.
2. Труды МЭИ. Выпуск 1, М., 1963.