ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXIX, № 3, 1976 Серия технических наук

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Н. Г. САРАФЯН, М. Н. АВАКЯН

ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ

В статье рассматриваются простейшие способы организации взаимодействия работы нескольких подсистем, приводящие к целесообразному поведению автоматов сложного типа. В частности, используются методы коллективного поведения конечных автоматов для воспроизведения простейших моделей двухуровневого взаимодействия.

Рассмотрим вопросы оптимального управления коллективом автоматов, состоящим из n стохастических автоматов $A_1, A_2, \dots, A_n$, которые функционируют параллельно. Состояние всей системы определяется вектором

$$S=(S^{(1)}_{i_1}, S^{(2)}_{i_2}, \dots, S^{(n)}_{i_n}), \tag{1}$$

где $S^{(k)}_{i_k}$ — состояние автомата A_k. Для каждого состояния $S^{(k)}_{i_k}$ автомата A_k имеется набор управлений. Будем считать, что для состояния всей системы (1) управление представляет собой вектор

$$U=(U^{(1)}_{j_1}, U^{(2)}_{j_2}, \dots, U^{(n)}_{j_n}), \tag{2}$$

где $U^{(k)}_{j_k}$ — одно из управлений автомата A_k для состояния $S^{(k)}_{i_k}$. Если в своем функционировании автоматы $A_1, A_2, \dots, A_n$ как-то связаны между собой, то следует считать, что не все наборы (2) возможны в качестве управлений для состояния системы (1). Будем предполагать, что для каждого состояния (1) имеется набор сигналов управления; число этих сигналов, вообще говоря, меньше, нежели число всех возможных векторов (2). Каждому сигналу соответствует некоторый вектор управления (2).

Исходя из матриц переходов для автоматов $A_1, A_2, \dots, A_n$, можно построить матрицы переходов для всей системы. Тогда всю систему можно рассматривать как один автомат. Однако характеристика поведения этого автомата может определяться по-разному. Остановимся на двух естественных подходах к определению характеристики поведения системы, или, пользуясь терминами динамического программирования, к определению ее дохода.

Для удобства изложения откажемся от линейной нумерации состояний системы, будем считать, что, если все множество состояний представить в виде вектора, то (1) будет компонентой этого вектора с номером $i_1, i_2, \ldots, i_n$.

Первый подход. Одношаговый доход системы $\overline{F}$ определяется как функция от соответствующих доходов автоматов $A_1, A_2, \ldots, A_n$:

$$|\overline{F}|_{i_1, i_2, \ldots, i_n} = \varphi(|\overline{f}_1|_{i_1}, |\overline{f}_2|_{i_2}, \ldots, |\overline{f}_n|_{i_n}). \qquad (3)$$

В этом случае оптимизация полного дохода, т. е. поиск оптимального стационарного решения, осуществляется методами, описанными в [1].

Например, если у автоматов $A_1, A_2, \ldots, A_n$ есть поглощающие состояния, и время жизни всей системы определяется первым тактом, таким, что все автоматы окажутся в поглощающих состояниях, то для времени жизни системы вектор $\overline{F}$ определяется через соответствующие векторы $\overline{f}_1, \overline{f}_2, \ldots, \overline{f}_n$ следующим образом:

$$|\overline{F}|_{i_1, i_2, \ldots, i_n} = \max\{|\overline{f}_1|_{i_1}, |\overline{f}_2|_{i_2}, \ldots, |\overline{f}_n|_{i_n}\}. \qquad (4)$$

Если же время жизни системы определяется тактом, когда впервые какой-нибудь из автоматов $A_1, A_2, \ldots, A_n$ попал в поглощающее состояние, то вместо (4) необходимо использовать соотношение

$$|\overline{F}|_{i_1, i_2, \ldots, i_n} = \min\{|\overline{f}_1|_{i_1}, |\overline{f}_2|_{i_2}, \ldots, |\overline{f}_n|_{i_n}\}. \qquad (5)$$

Второй подход. Полный доход системы не определяется пошагово. Каждый автомат A_k имеет свой одношаговый доход $\overline{f}_k$ и полный доход $\overline{X}_k$ (при соответствующем управлении), определяемый пошагово, то поведение системы при некотором управлении оценивается через вектор $(\overline{X}_1, \overline{X}_2, \ldots, \overline{X}_n)$ с помощью некоторой функции

$$|\overline{X}|_{i_1, i_2, \ldots, i_n} = \varphi(|\overline{X}_1|_{i_1}, |\overline{X}_2|_{i_2}, \ldots, |\overline{X}_n|_{i_n}). \qquad (6)$$

Однако, так как система связана, то каждый доход $|\overline{X}_k|$, получаемый автоматом A_k при начальном состоянии, зависит теперь от состояния других автоматов. Поэтому теперь следует вместо вектора $\overline{X}_k$ рассматривать вектор, имеющий размерность, равную количеству состояний всей системы. Тогда задача приобретает следующий вид. Дан один автомат A (вся система рассматривается как один автомат), для которого с помощью управления U пошагово определяется несколько доходов $\overline{X}_1, \overline{X}_2, \ldots, \overline{X}_n$. Необходимо найти такое управление, чтобы оптимизировать вектор $\overline{X}$, где

$$|\overline{X}|_i = \varphi(|\overline{X}_1|_i, |\overline{X}_2|_i, \ldots, |\overline{X}_n|_i) \qquad (7)$$

(здесь для автомата A мы использовали обычную линейную нумерацию состояний).

Таким образом, если первый подход не приводит к принципиально новым задачам (увеличивается лишь размерность искомого вектора), то второй подход порождает новый тип задачи. Можно показать, что эта задача, вообще говоря, не решается итерационным методом и требует определенного перебора. Однако представляют интерес некоторые частные случаи, которые могут встретиться на практике, допускающие использование итерационного метода.

Прежде всего отметим случай, когда функция φ является линейной (доходы автоматов $A_1, A_2, \ldots, A_n$ суммируются с некоторыми весами):

$$\varphi([\bar{X}_1]_i, [\bar{X}_2]_i, \ldots, [\bar{X}_n]_i) = \sum_{k=1}^{n} \lambda_k [\overline{X}_k]_i. \tag{8}$$

Очевидно, что этот случай сводится к ситуации, возникающей при первом подходе. Действительно, определив для всей системы одношаговый доход.

$$\overline{F} = \sum_{k=1}^{n} \lambda_k \overline{f}_k \tag{9}$$

с помощью соответствующей линейной комбинации одношаговых доходов, мы можем образовать линейную комбинацию рекуррентных соотношений для пошагового вычисления доходов $\overline{X}_1, \overline{X}_2, \ldots, \overline{X}_n$, в результате чего получим рекуррентное соотношение для пошагового вычисления дохода $\overline{X}$:

$$\overline{X}_{k+1} = \overline{F}(u) + A(u)\overline{X}_k. \tag{10}$$

Таким образом, задача сводится к задаче, рассмотренной в [1].

Легко решается также случай, когда управление каждым автоматом независимо, а функция φ является монотонно убывающей или возрастающей по всем своим аргументам.

Перейдем теперь к рассмотрению случая, когда общий сигнал управления автоматами $A_1, A_2, \ldots, A_n$ подается не на каждом такте, а в моменты времени, кратные некоторому отрезку τ ($\tau = 0, T, 2T, \ldots, kT$). Воздействие управляющего сигнала состоит в том, что оно задает каждому автомату A_k режим работы в течение T тактов. Этот режим может быть трех видов: автомат может работать по собственной программе; автомат может работать по чужой программе (т. е. по программе другого автомата, которому отдано предпочтение); автомат может быть отключенным, т. е. пребывать все T тактов в одном состоянии. Употребленные здесь термины „работать по собственной программе" и „работать по чужой программе" требуют пояснения.

Рассмотрим схему, приведенную на рис. 1.

На этой схеме каждый автомат A_k имеет свое управление V_k, получающее информацию о состояниях автомата A_k. Однако непосредственной связи от $У_k$ к A_k нет; все A_k управляются через устройство переключения $П$, которое может подключить любое $У_k$ к любому A_l, либо вообще ничего не подключать к A_l (т. е. отключить этот автомат). Действия переключающего устройства $П$ осуществляются в соответствии с сигналами, поступающими от общего устройства управления $У$, которое через каждые T тактов получает информацию о состояниях всех автоматов $A_1, A_2, \ldots, A_n$ и на основании этой информации выдает сигналы устройству $П$, устанавливающие соответствующий режим работы всей системы на очередные T тактов.

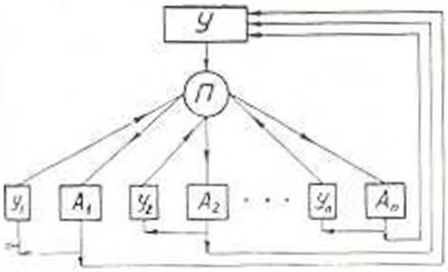

Рис. 1.

Рассмотрим два типа устройства $П$. Первый тип осуществляет включение на T тактов одного из автоматов A_k, который работает под воздействием своего управления $У_k$ (т. е. работает по собственной программе), остальные автоматы отключаются, т. е. каждый из них находится в одном и том же состоянии в течение T тактов. Второй тип осуществляет выбор одного из управляющих устройств $У_l$, под воздействием которого в течение T тактов работают все автоматы $A_1, A_2, \ldots, A_n$. В последнем случае будем говорить, что автомат A_l функционирует свободно, а все автоматы A_k, где $k \neq l$, лишены свободного функционирования.

Естественно, это не единственно возможные типы устройства $П$ и соответствующего управления $У$. Однако они характерны для многих иерархических системных задач, поэтому и мы выбрали их в качестве объекта исследования.

Рассмотрим задачи управления конечно-автоматной системой, когда в соотношении (7) функция φ определяется следующим образом:

$$\varphi(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n) = \min(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n), \tag{13}$$

т. е. действие всей системы оценивается по автомату, функционирующему „наихудшим“ образом. Если автомат отключен на время T, то будем считать, что его доход за это время равен нулю. Пусть T будет достаточно большое. Тогда имеет смысл пользоваться предельными оценками дохода для автоматов $A_1, A_2, \ldots, A_n$ в течение T тактов и искать приближенный алгоритм оптимального управления.

1. Если устройство $П$ является устройством первого типа, то для каждого автомата A_k следует рассчитать вектор дохода $\overline{X_k}$. Напомним, что размерность вектора $\overline{X_k}$ равна числу состояний автомата A_k — для каждого состояния свой доход. Тогда для работы устройства $У$ можно рекомендовать следующий алгоритм. По вектору состояний $\overline{S} = (S^{(1)}_{i_1}, S^{(2)}_{i_2}, \ldots, S^{(n)}_{i_n})$ определяется вектор доходов состояния $S^{(k)}_{i_k}$ автомата A_k $(k = 1, 2, \ldots, n)$

$$([\overline{X_1}]_{i_1}, [\overline{X_2}]_{i_2}, \ldots, [\overline{X_n}]_{i_n}). \tag{14}$$

Управление $У$ должно включить тот автомат A_k, у которого соответствующее $[\overline{X_k}]_{i_k}$ наибольшее среди всех компонент вектора (14). Остальные автоматы выключаются.

2. Если устройство $П$ является устройством второго типа, то поиск оптимального управления $У$ осуществляется иначе. Для нахождения оптимального управления следует рассматривать взаимодействие каждой пары автоматов (A_k, A_l), когда автомат A_k является свободно функционирующим, а автомат A_l нет. Пару автоматов можно свести к рассмотрению одного стохастического автомата B_{kl}, состояниями которого являются пары состояний. Для каждого автомата B_{kl} можно рассчитать вектор дохода, решая соответствующую систему уравнений. Тогда управление $У$ нужно строить следующим образом. По очереди просматриваем все автоматы A_k в качестве свободно функционирующих, т. е. для каждого A_k при заданном состоянии (1) выписывается набор доходов

$$(y_1^{(k)}, y_2^{(k)}, \ldots, y_n^{(k)}), \tag{15}$$

где $y_l^{(k)}$ — доход автомата B_{kl} в состоянии $(S^{(k)}_{i_k}, S^{(l)}_{i_l})$.

Среди компонент вектора (15) находим минимальную компоненту, которую мы обозначим через Z_k. Среди всех Z_k найдем наибольшую. Пусть соответствующий номер автомата — m. Тогда управление $У$ должно предоставить автомату A_m свободное функционирование.

Если отрезок времени T небольшой, то методика построения оптимального управления $У$ будет иной. Она будет состоять в переходе к другому масштабу времени: функционирование системы будет рассматриваться не во времени τ, а во времени τ', где $\tau = \tau' T$.

Если устройство $П$ принадлежит к первому типу, то для каждого автомата A_k необходимо его рассматривать совместно с $У_k$ как автономное устройство, выписать его стохастическую матрицу P_k и найти ее степень P_k^T. Тогда все сведется к функционированию автономных автоматов (которые мы обозначим через $D_1, D_2, \ldots, D_n$) во времени τ' с матрицами $P_1^T, P_2^T, \ldots, P_n^T$. По матрице P_k^T для D_k вычисляется вектор дохода. В данный момент времени τ' по вектору состояний (1) определяется набор доходов для каждого D_k, и включается тот автомат A_k, для которого этот доход наибольший.

Очевидно, этот алгоритм можно рекомендовать для не очень малых значений T. При небольшом отрезке времени T описанный алгоритм будет работать неудовлетворительно, так как будет слишком приближенным. Если T мало и мы хотим найти в точности оптимальное управление, то необходим не только переход от времени τ к времени τ', но и необходимо рассмотрение всей системы как единого автомата. В частности, это относится и к случаю, когда устройство H — второго типа.

Поступило 4.III. 1971

Ն. Ե. ՍԱՐԱՖՅԱՆ, Մ. Ն. ԱՎԱԳՅԱՆ

ՎԵՐՋԱՎՈՐ ԱՎՏՈՄԱՏՆԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՄԻ ՔԱՆԻ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածը նվիրված է վերջավոր ավտոմատների համակարգերի կառավարման խնդիրներին։ Դիտվում են բարդ կառավարման համակարգերի պարզեցված երկու վարկած։ Այդ վարկածները (մոդելները) վերաբերվում են այսպես կոչված բազմամակարդակ կառավարվող համակարգերի դասին։ Ուսումնասիրվում են տարբեր դեպքեր՝ երբ համակարգի առաջին և երկրորդ մակարդակներում գտնվող ավտոմատները ունեն կառուցվածքային և աշխատանքային տարբեր ցուցանիշներ և բնութագրեր։

Բերված են նման համակարգերի աշխատանքը բնութագրող մի քանի ալգորիթմներ։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Сарафян Н. Е.* Одна задача иерархических систем автоматов. «Изв. АН СССР. Техническая кибернетика», № 4, 1968.