

ГИДРАВЛИКА

С. М. КАЗАРЯН

К ВОПРОСУ ПРИТОКА ПОДЗЕМНЫХ ВОД К ВОДОЗАБОРНЫМ
 СКВАЖИНАМ, ЗАЛОЖЕННЫМ В ДВУХСЛОЙНЫХ
 ВОДОНОСНЫХ ТОЛЩАХ

Нестационарный процесс движения подземных вод в двухслойной гидравлически связанной среде (рис. 1) с учетом упругости жидкости и пласта для осесимметричной задачи можно выразить следующей системой дифференциальных уравнений:

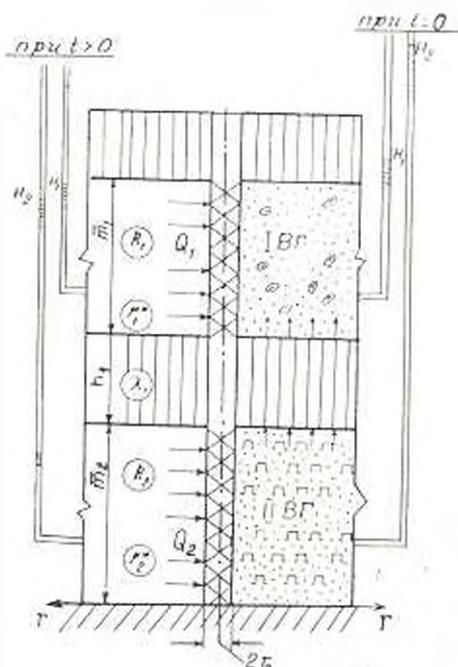


Рис. 1

$$\begin{aligned} a_1^2 \left(\frac{\partial^2 S_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial S_1}{\partial r} \right) - b_1^2 (S_1 - S_2) &= \frac{\partial S_1}{\partial t}; \\ a_2^2 \left(\frac{\partial^2 S_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial S_2}{\partial r} \right) - b_2^2 (S_2 - S_1) &= \frac{\partial S_2}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1)$$

где a_i^2 — коэффициент пьезопроводности ($i=1, 2$) первого и второго водоносных пластов; b_i^2 — коэффициент перетекания; S_i — понижение

уровня подземных вод в любых точках пласта, соответствующих I и II водоносным горизонтам, в любой момент времени.

$$\begin{aligned} a_1^2 &= \frac{(\overline{mk})_1}{\mu_1^2}; & b_1^2 &= \frac{\lambda_1}{h_1 \mu_1^2}; \\ a_2^2 &= \frac{(\overline{mk})_2}{\mu_2^2}; & b_2^2 &= \frac{\lambda_2}{h_2 \mu_2^2}; \end{aligned} \quad (2)$$

$$S_1(r, t) = H_{1e} - H(r, t); \quad S_2(r, t) = H_{2e} - H_2(r, t).$$

Здесь \overline{m}_1 и \overline{m}_2 — мощности соответственно I и II водоносных слоев;

k_1 и k_2 — коэффициенты фильтрации этих же слоев;

μ_1^2 и μ_2^2 — коэффициенты упругой водоотдачи этих же слоев;

λ_1 — коэффициент фильтрации плохонепроницаемого слоя;

h_1 — мощность того же слоя;

r — радиус-вектор;

H_{1e} и H_{2e} — пьезометрические напоры, соответствующие I и II водоносным горизонтам в естественных условиях;

$H_1(r, t)$ и $H_2(r, t)$ — пьезометрические напоры в любых точках слоев в любой момент времени (в течение отбора воды).

Для решения уравнений (1) можно установить следующие краевые условия:

начальные условия:

$$\begin{aligned} S_1(r, t)|_{t=0} &= 0; \\ S_2(r, t)|_{t=0} &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

граничные условия:

$$\begin{aligned} S_1(r, t)|_{r=r_0} &= 0; \quad S_2(r, t)|_{r=r_0} = 0; \\ S_1(r_0, t) + H_{2e} - H_{1e} &= S_2(r_0, t); \\ Q_1 &= -2\pi(\overline{km})_1 \left. \frac{\partial S_1(r, t)}{\partial r} \right|_{r=r_0} = \text{const}; \\ Q_2 &= -2\pi(\overline{km})_2 \left. \frac{\partial S_2(r, t)}{\partial r} \right|_{r=r_0} = \text{const}. \end{aligned} \quad (4)$$

Применяя для уравнений (1) преобразование Лапласа относительно переменной t и учитывая начальные условия, получим:

$$\begin{aligned} a_1^2 \left(\overline{S}_1 + \frac{1}{r} \overline{S}_1 \right) - (b_1^2 + \rho) \overline{S}_1 + b_1^2 \overline{S}_2 &= 0; \\ a_2^2 \left(\overline{S}_2 + \frac{1}{r} \overline{S}_2 \right) - (b_2^2 + \rho) \overline{S}_2 + b_2^2 \overline{S}_1 &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Система однородных уравнений (5) по своему виду напоминает функцию Бесселя мнимого аргумента, решение которой будем искать в виде [5, 6]:

$$\begin{aligned}\bar{S}_1 &= A_1 K_0(\omega r) + B_1 I_0(\omega r); \\ \bar{S}_2 &= A_2 K_0(\omega r) + B_2 I_0(\omega r),\end{aligned}\quad (6)$$

где $I_0(\omega r)$ и $K_0(\omega r)$ — цилиндрические функции мнимого аргумента, соответственно первого и второго рода нулевого порядка.

Используя условия (4) и свойства функций I_0 и K_0 , получим:

$$\bar{S}_1 = A_1 K_0(\omega r); \quad \bar{S}_2 = A_2 K_0(\omega r). \quad (7)$$

Подставляя значение \bar{S}_1 и \bar{S}_2 в (5) и используя рекуррентные формулы Бесселя [5, 6], имеем:

$$\begin{aligned}|\alpha_1^2 \omega^2 - (b_1^2 + p)| A_1 + b_1^2 A_2 &= 0; \\ b_2^2 A_1 + |\alpha_2^2 \omega^2 - (b_2^2 + p)| A_2 &= 0.\end{aligned}\quad (8)$$

Откуда для нетривиального решения получим:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{a^0 p - h \pm \sqrt{a_1^0 p^2 + 2ph_1 + h^2}}{2a_1^2}, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned}a^0 &= 1 + A^0; \quad a_1^0 = (1 - A^0)^2; \quad h = b_1^2(A^0 + B^0); \\ h_1 &= b_1^2|B^0 - A^0(B^0 + 1) + (A^0)^2|; \quad h_2 = h^2 = b_1^4(B^0 + A^0)^2 \\ A^0 &= \frac{a_2^2}{a_1^2}; \quad B^0 = \frac{b_1^2}{b_2^2}.\end{aligned}\quad (10)$$

Подставляя ω_1^2 и ω_2^2 в (8), находим значения A_1 и A_2 с точностью до постоянного множителя:

$$\begin{aligned}A_{11} &= C_1; \quad A_{12} = C_2; \\ A_{21} &= C_1 \lambda_1; \quad A_{22} = C_2 \lambda_2.\end{aligned}\quad (11)$$

Здесь

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \frac{b_1^2(A^0 - B^0) - p(A^0 - 1) - \sqrt{a_1^0 p^2 + 2ph_1 + h^2}}{2A^0 b_1^2}; \\ \lambda_2 &= \frac{b_1^2(A^0 - B^0) + p(A^0 - 1) + \sqrt{a_1^0 p^2 + 2ph_1 + h^2}}{2A^0 b_1^2}.\end{aligned}\quad (12)$$

Учитывая вышесказанное, общее решение системы (5) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}\bar{S}_1 &= C_1 K_0(\omega_1 r) + C_2 K_0(\omega_2 r); \\ \bar{S}_2 &= C_1 \lambda_1 K_0(\omega_1 r) + C_2 \lambda_2 K_0(\omega_2 r),\end{aligned}\quad (13)$$

где C_1 и C_2 — постоянные, определяемые из условия (4).

$$C_1 = \frac{\frac{Q_2}{k_2 m_2} - \frac{Q_1 \lambda_1}{k_2 m_1}}{2\pi r_0 \rho \omega_1 (\lambda_1 - \lambda_2) K_1(\omega_1 r_0)}$$

$$C_2 = \frac{\frac{\lambda_1 Q_1}{k_1 m_1} - \frac{Q_2}{k_2 m_2}}{2\pi r_0 \rho \omega_2 (\lambda_1 - \lambda_2) K_1(\omega_2 r_0)} \quad (14)$$

В дальнейшем, принимая в (10) лишь $(1-A^0)h = h_1$, имеющее место при идентичных гидрогеологических параметрах, получим:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{\rho + h}{a_2^2}}; \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{A^0 \rho}{a_2^2}} \quad (15)$$

С учетом этого, подставляя все значения в систему (13) и переходя от отображающей функции к ее оригиналу, применяя теорему обращения для преобразования Лапласа, получим:

$$S_2 = \frac{(Q_1 A_2 - Q_2 A_1) \sqrt{a_2^2}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \Phi_1(\lambda) \tau_1 d\lambda + \frac{Q_1 A_1 \sqrt{a_2^2}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \lambda \Phi_1(\lambda) \tau_1 d\lambda +$$

$$+ \frac{Q_2 A_1 \sqrt{a_2^2}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} |(1-A^0)\lambda + h| \Phi_1(\lambda) \tau_1 d\lambda + \frac{(Q_2 A_1 - Q_1 A_2) \sqrt{a_2^2}}{2\pi i} \times$$

$$\times \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \Phi_2(\lambda) \tau_2 d\lambda - \frac{Q_1 A_2 \sqrt{a_2^2}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \lambda \Phi_2(\lambda) \tau_2 d\lambda + \frac{Q_1 A_1 \sqrt{a_2^2}}{2\pi i} \times$$

$$\times \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} |(1-A^0)\lambda + h| \Phi_2(\lambda) \tau_2 d\lambda;$$

$$S_3 = - \frac{(Q_1 B_1 + Q_2 B_2) \sqrt{a_2^2}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \Phi_1(\lambda) \tau_1 d\lambda - \frac{Q_2 B_2 \sqrt{a_2^2}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \lambda \Phi_1(\lambda) \tau_1 d\lambda +$$

$$+ \frac{Q_1 B_1 \sqrt{a_2^2}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} [(1-A^0)\lambda + h] \Phi_1(\lambda) \tau_1 d\lambda + \frac{(Q_1 B_1 + Q_2 B_2) \sqrt{a_2^2}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \Phi_2(\lambda) \tau_2 d\lambda +$$

$$+ \frac{Q_2 B_2 \sqrt{a_2^2}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \lambda \Phi_2(\lambda) \tau_2 d\lambda - \frac{Q_1 B_1 \sqrt{a_2^2}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} [(1-A^0)\lambda + h] \Phi_2(\lambda) \tau_2 d\lambda \quad (16)$$

В (16) введены следующие обозначения:

$$\Phi_1(\lambda) = \frac{e^{i\lambda z}}{i|(1-A^0)\lambda + h|}; \quad \Phi_2(\lambda) = \frac{e^{i\lambda z}}{i|(1-A^0)\lambda + h|\sqrt{A^0\lambda}};$$

$$\bar{\varphi}_1 = \frac{K_0\left(r\sqrt{\frac{\lambda+h}{a_2^2}}\right)}{K_1\left(r_0\sqrt{\frac{\lambda+h}{a_2^2}}\right)}; \quad \bar{\varphi}_2 = \frac{K_0\left(r\sqrt{\frac{A^0\lambda}{a_2^2}}\right)}{K_1\left(r_0\sqrt{\frac{A^0\lambda}{a_2^2}}\right)};$$

$$A_1 = \frac{A^0 b_1^2}{2\pi r_0 k_2 m_2}; \quad A_2 = \frac{b_1^2(A^0 - B^0)}{4\pi r_0 k_1 m_1}; \quad A_3 = \frac{A^0 - 1}{4\pi r_0 k_1 m_1};$$

$$B_1 = \frac{1}{4\pi r_0 k_1 m_1}; \quad B_2 = \frac{b_1^2 B^0}{2\pi r_0 k_1 m_1}; \quad B_3 = \frac{b_1^2(A^0 - B^0)}{4\pi r_0 k_2 m_2};$$

$$B_4 = \frac{A^0 - 1}{4\pi r_0 k_2 m_2}; \quad B_5 = \frac{1}{4\pi r_0 k_2 m_2}. \quad (17)$$

Линейные интегралы для $S_i(r, t)$, полученные с помощью теоремы обращения, обычно вычисляются посредством перехода к замкнутому контуру и применением теоремы вычетов [6]. При вычислении линейных интегралов (16) встречаются следующие случаи:

1) $\bar{S}(\lambda)$ есть однозначная функция от λ со счетным множеством полюсов. В этом случае, используя лемму Жордана и теорему Коши, интеграл можно представить в следующем виде

$$j = 2\pi i \sum \text{Res}. \quad (18)$$

2) $\bar{S}(\lambda)$ имеет точку разветвления в точках $\lambda_1 = -h$ и $\lambda_2 = 0$ и только конечное число полюсов. В этих случаях, используя контуры интегрирования по рисункам 2 и 3 и применяя к ним лемму Жордана и теорему Коши, интегралы (16) можно представить в виде:

$$j = \int_{\gamma} + \int_{\gamma'} + \sum \text{Res}. \quad (19)$$

Все подынтегральные функции системы уравнений (16) многозначные. Вычисление их производится по формуле (19).

Вычисляя эти интегралы и подставляя в систему уравнений (16), получим расчетные формулы для S_1 и S_2 :

$$S_1 = N_1 Q_2 + G_1 Q_1;$$

$$S_2 = N_2 Q_2 + G_2 Q_1. \quad (20)$$

где

$$N_1 = A_{11} F_1(z_0, A^0, \bar{r}_0, \bar{r}) - A_{12} F_3(z_0, A^0, \bar{r}_0, \bar{r}) - A_{2k} \frac{\varphi(K_0)}{\varphi(K_1)}; \quad (21)$$

$$G_1 = -[A_{10} F_1(z_0, A^0, \bar{r}_0, \bar{r}) + A_{11} F_3(z_0, A^0, \bar{r}_0, \bar{r}) + A_{12} F_4(z_0, A^0, \bar{r}_0, \bar{r})] + A_{1k} \frac{\varphi(K_0)}{\varphi(K_1)}; \quad (22)$$

$$N_2 = B_{21}F_1(z^0, A^0, \bar{r}_0, \bar{r}) - B_{22}F_2(z^0, A^0, \bar{r}_0, \bar{r}) - B_{21}F_3(z^0, A^0, \bar{r}_0, \bar{r}) + \\ + B_{22}F_4(z^0, A^0, \bar{r}_0, \bar{r}) - B_{2k} \frac{\varphi(K_0)}{\varphi(K_1)}; \quad (23)$$

$$i_2 = B_{23}F_1(z^0, A^0, \bar{r}_0, \bar{r}) - B_{22}F_2(z^0, A^0, \bar{r}_0, \bar{r}) - B_{20}F_3(z^0, A^0, \bar{r}, \bar{r}) - \\ - B_{23}F_4(z^0, A^0, \bar{r}_0, \bar{r}) + B_{1k} \frac{\varphi(K_0)}{\varphi(K_1)}; \quad (24)$$

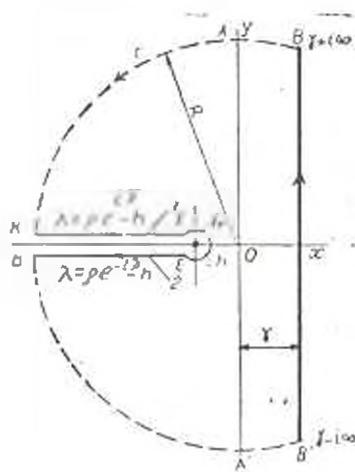


Рис. 2

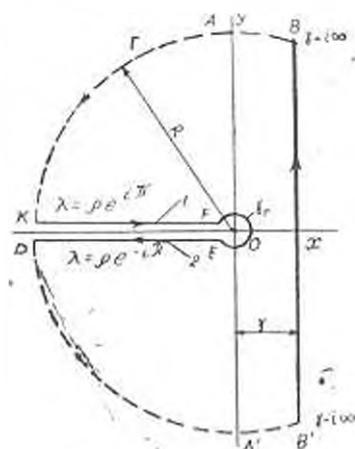


Рис. 3

Здесь

$$F_1(z^0, A^0, \bar{r}_0, \bar{r}) = \int_0^{\bar{r}} \frac{e^{-u} M_1 du}{\sqrt{u-1} |(A^0-1)u^2+u|}; \quad (25)$$

$$F_2(z^0, A^0, \bar{r}_0, \bar{r}) = \int_0^{\bar{r}} \frac{e^{-u} \sqrt{u-1} M_1 du}{(A^0-1)u^2+u}; \quad (26)$$

$$F_3(z^0, A^0, \bar{r}_0, \bar{r}) = \int_0^{\bar{r}} \frac{e^{-u} M_2 du}{\sqrt{A^0 u} |(A^0-1)u^2+u|}; \quad (27)$$

$$F_4(z^0, A^0, \bar{r}_0, \bar{r}) = \int_0^{\bar{r}} \frac{e^{-u} M_2 du}{\sqrt{A^0 u} |(A^0-1)u-1|}; \quad (28)$$

$$\varphi(K_0) = K_0(\bar{r}_1); \quad \varphi(K_1) = K_1(\bar{r}_{01}); \quad (29)$$

$$A_{10} = \frac{A^0}{\pi^2 r_0 k_1 m_1 (A^0 + B^0)} \sqrt{\frac{a_2^2}{h}}; \quad A_{11} = \frac{A^0}{\pi^2 r_0 k_2 m_2 (A^0 + B^0)} \sqrt{\frac{a_2^2}{h}};$$

$$A_{12} = \frac{B^0}{\pi^2 r_0 k_2 m_2 (A^0 + B^0)} \sqrt{\frac{a_2^2}{h}}; \quad A_{13} = \frac{A^0 - 1}{\pi^2 r_0 k_1 m_1} \sqrt{\frac{a_2^2}{h}};$$

$$\begin{aligned}
 A_{1k} &= \frac{A^0}{2\pi r_0 k_1 m_1 (A^0 + B^0)} \sqrt{\frac{a_2^2}{h}}; & A_{2k} &= \frac{A^0}{2\pi r_0 k_2 m_2 (A^0 + B^0)} \sqrt{\frac{a_2^2}{h}}; \\
 B_{23} &= \frac{1}{\pi^2 r_0 (A^0 + B^0)} \left| \frac{B^0}{k_1 m_1} - \frac{A^0 (A^0 + B^0)}{2k_2 m_2} \right| \sqrt{\frac{a_2^2}{h}}; \\
 B_{21} &= \frac{A^0}{2\pi^2 r_0 k_2 m_2 (A^0 + B^0)} \left| 2 - (A^0 + B^0) \right| \sqrt{\frac{a_2^2}{h}}; & B_{22} &= \frac{A^0 - 1}{2\pi^2 r_0 k_2 m_2} \sqrt{\frac{a_2^2}{h}}; \\
 B_{20} &= \frac{1}{\pi^2 r_0 (A^0 + B^0)} \left| \frac{B^0}{k_1 m_1} + \frac{A^0 + B^0}{2k_2 m_2} \right| \sqrt{\frac{a_2^2}{h}}; & \tau^0 &= ht; \\
 B_{11} &= \frac{A^0 - B^0}{2\pi^2 r_0 k_2 m_2 (A^0 + B^0)} \sqrt{\frac{a_2^2}{h}}; & R_{1k} &= \frac{1}{2\pi r_0 (A^0 + B^0)} \left| \frac{A^0 - B^0}{2k_2 m_2} - \right. \\
 & & & \left. - \frac{B^0}{k_1 m_1} \right| \sqrt{\frac{a_2^2}{h}}; \\
 M_1 &= \frac{J_0(\bar{r}_1 \sqrt{u-1}) Y_1(\bar{r}_{01} \sqrt{u-1}) - Y_0(\bar{r}_1 \sqrt{u-1}) J_1(\bar{r}_{01} \sqrt{u-1})}{J_1^2(\bar{r}_{01} \sqrt{u-1}) + Y_1^2(\bar{r}_{01} \sqrt{u-1})}; \\
 M_2 &= \frac{J_0(\bar{r}_2 \sqrt{u}) Y_1(\bar{r}_{02} \sqrt{u}) - Y_0(\bar{r}_2 \sqrt{u}) J_1(\bar{r}_{02} \sqrt{u})}{J_1^2(\bar{r}_{02} \sqrt{u}) + Y_1^2(\bar{r}_{02} \sqrt{u})}; \\
 r_1 &= \left| \sqrt{\frac{h}{a_2^2}} \cdot r \right|; & \bar{r}_{01} &= \left| \sqrt{\frac{h}{a_2^2}} \cdot r_0 \right|; & \bar{r}_2 &= \left| \sqrt{\frac{A^0 h}{a_2^2}} \cdot r \right|; \\
 & & \bar{r}_{02} &= \left| \sqrt{\frac{A^0 h}{a_2^2}} \cdot r_0 \right|. & & (30)
 \end{aligned}$$

В (30) J_0 , J_1 , Y_0 и Y_1 — функции Бесселя истинного аргумента, соответственно первого и второго рода, нулевого и первого порядка.

Интегральные функции $F_i(\tau^0, A^0, r_0, \bar{r})$ ($i=1, 2, 3, 4$) могут быть табулированы для различных значений безразмерных комплексов, которые выражаются через гидрогеологические параметры пластов.

Расчетными формулами (20) можно определять понижения уровня подземных вод в любых точках первого и второго водоносных слоев в любой момент времени при заданных гидрогеологических параметрах пластов и суммарном дебите из скважины.

Задача решается в следующем порядке:

1) по заданному суммарному дебиту Q_0 необходимо определить расходы Q_1 и Q_2 , которые втекает в скважины соответственно из первого и второго водоносных слоев. Имеем:

$$Q_0 = Q_1 + Q_2. \quad (31)$$

С другой стороны, из граничного условия можно установить, что

$$S_2(r_0, t) - S_1(r_0, t) = H_{2e} - H_{1e}. \quad (32)$$

Имея значения N_2 , N_1 , G_1 и G_2 при $r = r_0$, из (20) и (31) получим:

$$S_1(r_0, t) = Q_2 |N_1(r_0, t) - G_1(r_0, t)| + Q_0 G_1(r_0, t);$$

$$S_1(r_0, t) + H_{2c} - H_{1c} = Q_2 |N_1(r_0, t) - G_2(r_0, t)| + Q_0 G_2(r_0, t). \quad (33)$$

Решая систему (33) относительно Q_2 получим:

$$Q_2 = \frac{H_{2c} - H_{1c} + Q_0 |G_1(r_0, t) - G_2(r_0, t)|}{[N_2(r_0, t) - G_2(r_0, t)] - [N_1(r_0, t) - G_1(r_0, t)]}. \quad (34)$$

Затем определяется значение Q_1 по формуле (31) при данных Q_0 и Q_2 .

2) имея значения Q_1 и Q_2 , по формуле (20) определяются $S_1(r, t)$ и $S_2(r, t)$ при постоянной откачке.

АрмСХИ

Поступило 16.IV.1975.

Ս. Մ. ԿԱԶԱՐՅԱՆ

ԵՐԿՇԵՐՏ ԶՐԱՏՆԻ ՀՈՂԱՇԵՐՏՈՒՄ ՏԵԳԱՎՈՐՈՎԱՆ ԶՐԸՈՐԻ ՄԵՋ ՍՏՐԵՆԿՐԵՅԱ ԶՐԵՐԻ ՆԵՐՇՈՍՈՐԱՆ ՀԱՐՑԻ ՇՈՐԻՋԸ

Ա մ փ ո փ ո ս լ ի

Հողվածում արվում է հիդրավիթիակաճ կառուցի մեջ պանվող երկու ջրատար հողաշերտերում ճնշումների հաշվարկման մեթոդը՝ ջրհորից գումարային հաստատուն էլքի ջրաման ղեկարում, որը համապատասխանում է այդ հողաշերտերից ներհոսող Q_1 և Q_2 էլքերին:

Ընդունված է, որ ստորերկրյա ջրերի ներհոսումը ջրհորի մեջ կարելի է դիտել որպես առանցքով համաչափ խնդիր՝ անսահմանության ձգտող էլքային պայմաններով:

Խնդիրը լուծված է (1) համասարումների սխեմների օգնությամբ սկզբնական և էլքային (3), (4) պայմանների դեպքում, շնչելով ոչ մի սահմանափակում հիդրոերկրաբանական պարամետրների վրա՝ Օպերացիոն հաշվի մեթոդով (1) համասարումների սխեմների լուծումից ստացվել է (20) հաշվարկային բանաձևը, որի մեջ մտնող $F_1(z^0, A^0, \bar{r}_0, \bar{r})$ ֆունկցիաները պետք է աղյուսակավորվեն խնդրի լուծումը տարբեր հիդրոերկրաբանական պայմանների համար՝ ճեշաղցնելու նպատակով:

ЛИТЕРАТУРА

1. Подубранови-Кочани П. Я. Теория движения грунтовых вод. М., ГИИ, 1952.
2. Мязин А. Н. Действие колодца в паводном бассейне полемных вод Пав. Туркменского филиала АН СССР, № 3-4, 1946.
3. Боченев Ф. М. К методике гидрогеологических расчетов водозаборных сооружений слоистых водоносных толщ. Болгарская АН, серия гидрология и гидрогеология, кн. V, 1966.
4. Казарян С. М. К вопросу неустановившегося притока подземных вод в многоконтурной флюидной среде. Доклады АН АрмССР (серия техн. науки), т. XX, № 4, 1967.
5. Ватсон Г. Н. Теория Бесселевых функций. М., ГИИ, 1919.
6. Андре Анго. Математика для электро- и радиотехников (перевод с французского). М., 1964.