

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

А. М. САРГСЯН, К. С. ЧОБАНЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОУПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ
СОСТАВНОЙ ПЛАСТИНКИ, ПО ПРЯМОЛИНЕЙНОМУ
КОНТАКТУ КОТОРОЙ ДВИЖЕТСЯ
ИСТОЧНИК ТЕПЛА

Определение температурных полей и вызываемых ими температурных напряжений в тонких пластинках, нагреваемых подвижными источниками тепла, имеет важное значение для проектирования оптимальных процессов сварки. Температурные поля и термоупругие напряжения в изотропных и анизотропных однородных пластинках, обусловленные движущимися источниками, широко освещены в работах [1-7]. В работе [8] определено температурное поле при сварке встык тонких разнородных пластин с теплоизолированными поверхностями.

В настоящей работе определяются квазистационарное температурное поле с учетом теплоотдачи и температурные напряжения в тонкой составной пластинке, нагреваемой линейным источником тепла.

Задача рассматривается в следующей постановке. Две полубесконечные пластинки из различных материалов соединены между собой встык вдоль прямолинейной границы без остаточных напряжений при некоторой постоянной температуре T_0 . Линейный источник тепла постоянной мощности q движется вдоль прямолинейного контакта (ось x) со скоростью v . Через поверхности пластинки осуществляется теплообмен с внешней средой постоянной температуры T_0 . Предполагается, что на бесконечности разность температуры пластинок и среды, а также напряжения исчезают. Эта схема в первом приближении описывает распределение температуры и термоупругих напряжений при выполнении сварного шва и при строгании составной пластинки.

При изменении температуры окружающей среды от T_0 до T_1 к решению данной задачи следует добавить решение, соответствующее разности температур $T_1 - T_0$ и конкретным условиям на бесконечности.

Так как пластинка тонкая, величина $\varepsilon = h^2/(h\lambda)$ (единичный коэффициент теплоотдачи с поверхностями пластинки, h — толщина пластинки) мала по сравнению с единицей, градиент температуры по толщине пластинки незначителен, и поставленная задача сводится к двумерной температурной задаче теории упругости [3].

1. Для определения температурного поля в составной пластинке должна быть решена система дифференциальных уравнений [3]:



$$\frac{\partial^2 T_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_j}{\partial y^2} - m_j^2 T_j + \frac{\nu}{a_j} \frac{\partial T_j}{\partial x} = 0 \quad (1.1)$$

$$|x| < \infty, y > 0, j=1; |x| < \infty, y < 0, j=2,$$

при следующих контактных условиях:

$$T_1 = T_2; \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} - \frac{q}{2-\alpha} \delta(x); y = 0. \quad (1.2)$$

Здесь T_j — разность температуры точки пластинки и среды; λ_j, a_j — коэффициенты теплопроводности и температуропроводности материалов, составляющих пластинок; $\delta(x)$ — функция Дирака; $m_j^2 = 2\beta_j/\mu_j \delta = 2\alpha_j/\delta^2$, где β_j — коэффициенты теплоотдачи.

Для решения системы (1.1) при условиях (1.2) применяется интегральное преобразование Фурье [9]:

$$T_j(u, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} T_j(x, y) e^{iux} dx; T_j(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} T_j(u, y) e^{-iux} du. \quad (1.3)$$

Вместо (1.1) и (1.2) получим:

$$\frac{d^2 T_j}{dy^2} - (u^2 + m_j^2 + i\nu p_j) T_j = 0; \quad (1.4)$$

$$T_1 = T_2; \lambda_1 \frac{dT_1}{dy} = \lambda_2 \frac{dT_2}{dy} - \frac{q}{2-\alpha}; y = 0. \quad (1.5)$$

Решение (1.4) при условии (1.5) имеет вид

$$\bar{T}_j(u, y) = D e^{-|y|k_j}; \operatorname{Re} k_j > 0,$$

где

$$k_j = \sqrt{u^2 + m_j^2 + i\nu p_j}; p_j = \nu/a_j;$$

$$D = \frac{q}{2-\alpha} \cdot \frac{1}{\lambda_1 k_2 + \lambda_2 k_1}.$$

2. Двумерная температурная задача теории упругости приводится к интегрированию уравнений равновесия

$$\frac{\partial \sigma_{xj}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xyj}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{xyj}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yj}}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

и условий совместности деформаций

$$\Delta(\sigma_{xj} + \sigma_{yj}) + \alpha_j E_j \Delta T_j = 0 \quad (2.2)$$

с условиями непрерывности напряжений и перемещений на линии контакта ($y=0$):

$$\begin{aligned} \sigma_{y1} &= \sigma_{y2}; \quad \sigma_{xy1} = \sigma_{xy2}; \\ \sigma_{x1} - \nu_1 \sigma_{y1} &= \mu (\sigma_{x2} - \nu_2 \sigma_{y2}) + E_1 (a_2 - a_1) T_1; \\ 2(1 + \nu_1) \frac{\partial \sigma_{xy1}}{\partial x} - \left(\frac{\partial \sigma_{x1}}{\partial y} - \nu_1 \frac{\partial \sigma_{y1}}{\partial y} \right) &= 2\mu (1 + \nu_2) \frac{\partial \sigma_{x2}}{\partial x} - \\ - \mu \left(\frac{\partial \sigma_{x2}}{\partial y} - \nu_2 \frac{\partial \sigma_{y2}}{\partial y} \right) - E_1 \left(a_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} - a_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} \right), \end{aligned} \quad (2.3)$$

где непрерывность перемещений u_j , v_j на линии контакта соответственно заменена условиями непрерывности $\partial u_j / \partial x$ и $\partial^2 v_j / \partial x^2$ [10, 11].

Здесь ν_j , E_j , α_j — коэффициенты Пуассона, модули упругости и коэффициенты линейного расширения материалов, $\mu = E_1 / E_2$.

С помощью преобразования Фурье, решая уравнения (2.1) — (2.2) с условиями (2.3), для преобразований напряжений получим следующие выражения [12]:

$$\begin{aligned} \sigma_{xj} &= -(-1)^j \left[\frac{2 - |y||u|}{|u|} B_j + (-1)^j A_j \right] e^{-|y||u|} - \\ &\quad - D b_j F_j k_j^2 e^{-|y|k_j}; \\ \sigma_{yj} &= [A_j - (-1)^j |y| B_j] e^{-|y||u|} - D b_j F_j u^2 e^{-|y|k_j}; \\ \sigma_{xyj} &= -i \left[\frac{1 - |y||u|}{u} B_j + (-1)^j \frac{|u|}{u} A_j \right] e^{-|y||u|} - i(-1)^j D b_j F_j k_j u e^{-|y|k_j}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} d_1 &= 1 + \nu_1 + \mu(3 - \nu_2), \quad d_2 = 3 - \nu_1 + \mu(1 + \nu_2); \\ b_j &= \alpha_j E_j, \quad F_j = 1 / (m_j^2 + i \mu p_j); \\ B_i &= \frac{D}{d_1} \left[(4 - d_2) b_j F_j |u| - (4 - d_2) b_j F_j k_j \right] u^2; \\ A_1 &= \frac{D}{d_1 d_2} \left[\left[d_1 (2 - d_2) b_1 F_1 - 2 \mu d_2 b_2 F_2 \right] u^2 - \left[2 d_1 b_1 F_1 k_1 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 2 \mu d_2 b_2 F_2 k_2 \right] |u| \right]; \\ A_2 &= A_1 - D (b_2 F_2 - b_1 F_1) u^2. \end{aligned}$$

Возвращаясь к оригиналу, получим:

$$\begin{aligned} \sigma_{xj} &= -M_j \int_0^{\infty} \{ [E(1 + u^2 a_j) - F u^3 s_j] \cos U_j - [E u^3 s_j + F(1 + \\ &\quad + u^2 a_j)] \sin U_j \} e^{-|y|u} du - (-1)^j N_j \int_0^{\infty} \{ (E \cos ux - F \sin ux) [(2 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - |y|u)Q_j + (-1)^j P_j | - (E \sin ux + F \cos ux) [(2 - |y|u)S_j + \\
& \quad + (-1)^j R_j] | e^{-|y|u} du; \\
\sigma_{yj} = & M_j \int_0^{\bar{u}} [(E a_j - F u s_j) \cos U_j - (F u s_j - E a_j) \sin U_j] u^2 e^{-|y|u} du + \\
& + N \int_0^{\bar{u}} [(E \cos ux - F \sin ux) (P_j - (-1)^j Q_j) - (E \sin ux + \\
& \quad + F \cos ux) (R_j - (-1)^j |y|u S_j)] e^{-|y|u} du; \\
\sigma_{xj} = & -M_j \int_0^{\bar{u}} [(E u f_j - F e_j) \cos U_j - (F e_j - E u f_j) \sin U_j] u e^{-|y|u} du - \\
& - N \int_0^{\bar{u}} [(E \cos ux - F \sin ux) [(1 - |y|u)S_j - (-1)^j R_j] + (E \sin ux + \\
& \quad + F \cos ux) [(1 - |y|u)Q_j - (-1)^j P_j] | e^{-|y|u} du,
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
N = & q_j / 2 d_1 d_2 \delta; \quad M_j = q b_j / 2 \varepsilon_j; \quad n_j = \sqrt{0,5 (1 + \sqrt{(u^2 + m_j^2) + u^2 p_j^2 + \varepsilon_j^2 + m_j^2})^{1/2}}; \\
a_j = & \frac{m_j^2}{m_j^2 + u^2 p_j^2}; \quad \varepsilon_j = \frac{p_j}{m_j^2 + u^2 p_j^2}; \quad f_j = \frac{a_j p_j}{2 n_j} - \varepsilon_j n_j; \quad e_j = \frac{u^2 p_j \varepsilon_j}{2 n_j} + a_j n_j; \\
P_1 = & |d_1(2 - d_2) b_1 a_1 + 2 u d_2 b_2 a_2| u^2 - |2 d_1 b_1 \varepsilon_1 - 2 \varepsilon_1 d_2 b_2 \varepsilon_2| u; \\
R_1 = & |d_1(2 - d_2) b_1 \varepsilon_1 + 2 u d_2 b_2 \varepsilon_2| u^2 + |2 d_1 b_1 f_1 + 2 \varepsilon_1 d_2 b_2 f_2| u^2; \\
P_2 = & P_1 + d_1 d_2 (b_1 a_1 - b_2 a_2) u^2; \quad R_2 = R_1 + d_1 d_2 (b_1 \varepsilon_1 - b_2 \varepsilon_2) u^2; \\
Q_j = & d_j [(4 - d_2) b_j a_j u - (4 - d_1) b_j \varepsilon_j] u; \quad S_j = d_j [(4 - d_2) b_j \varepsilon_j u + \\
& \quad + (4 - d_1) b_j f_j] u^2;
\end{aligned}$$

$$E = \frac{i_1 n_1 + i_2 n_2}{(i_1 n_1 + i_2 n_2)^2 + u^2 \left(\frac{i_1 p_1}{2 n_1} + \frac{i_2 p_2}{2 n_2} \right)^2}$$

$$F = \frac{u \left(\frac{i_1 p_1}{2 n_1} + \frac{i_2 p_2}{2 n_2} \right)}{(i_1 n_1 + i_2 n_2)^2 + u^2 \left(\frac{i_1 p_1}{2 n_1} + \frac{i_2 p_2}{2 n_2} \right)^2}$$

Очевидно, что это решение может быть использовано как фундаментальное для любого другого распределения $q(x)$.

На рис. 1 приведены кривые распределения напряжений в составной пластинке из стали (индекс 1) и алюминия (индекс 2). Теплофизические и упругие постоянные заимствованы из работы [13], m_1^2 и m_2^2 —

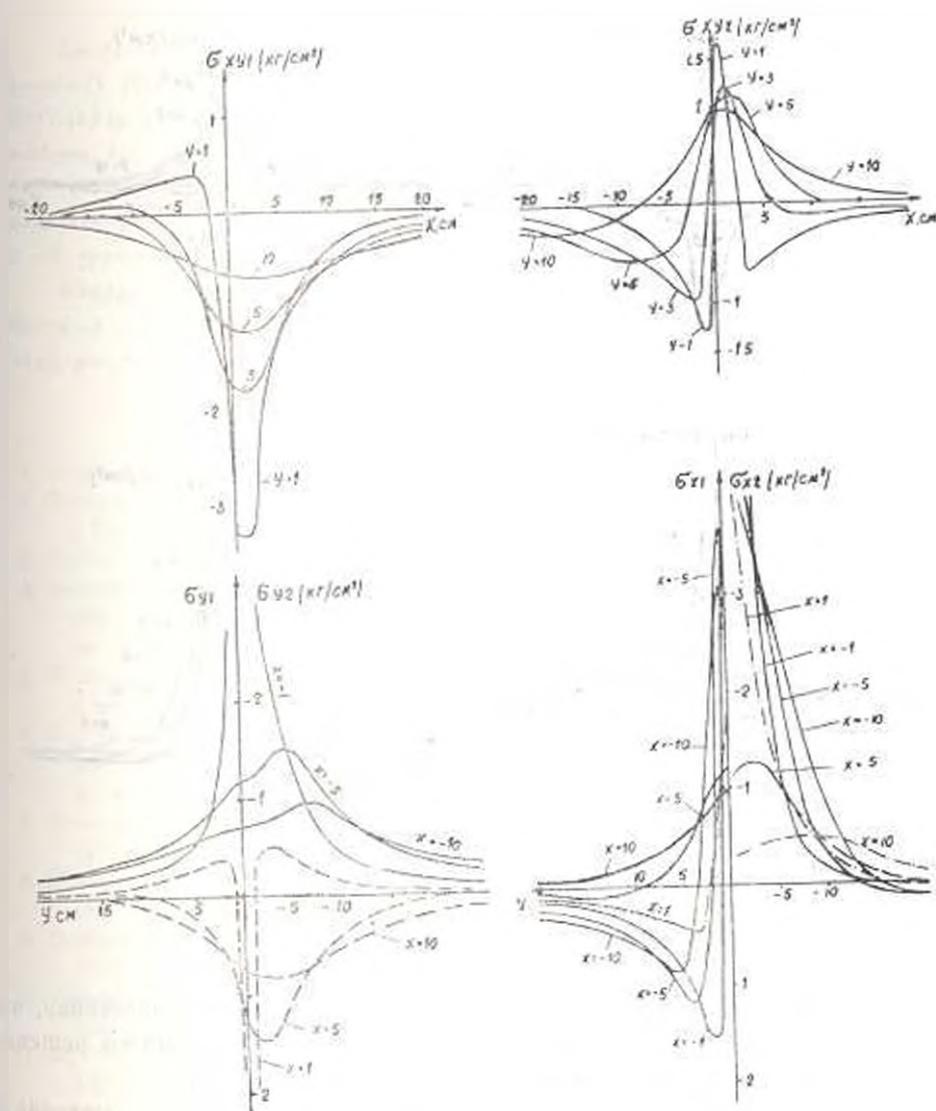


Рис. 1

в соответствии с рекомендациями работы [14], а для остальных параметров приняты следующие значения: $v = 0,5 \text{ см/сек}$, $q/2 = 1 \text{ кал/см. сек}$.

С целью выяснения влияния скорости перемещения источника тепла на температурные напряжения, рассмотрим также случай $v = 2$ см/сек. Из графиков, приведенных на рис. 2, видно, что с увеличением скорости движения источника напряжения уменьшаются, что физически легко интерпретируется (масштабы на рис. 2 и 1 одинаковые).

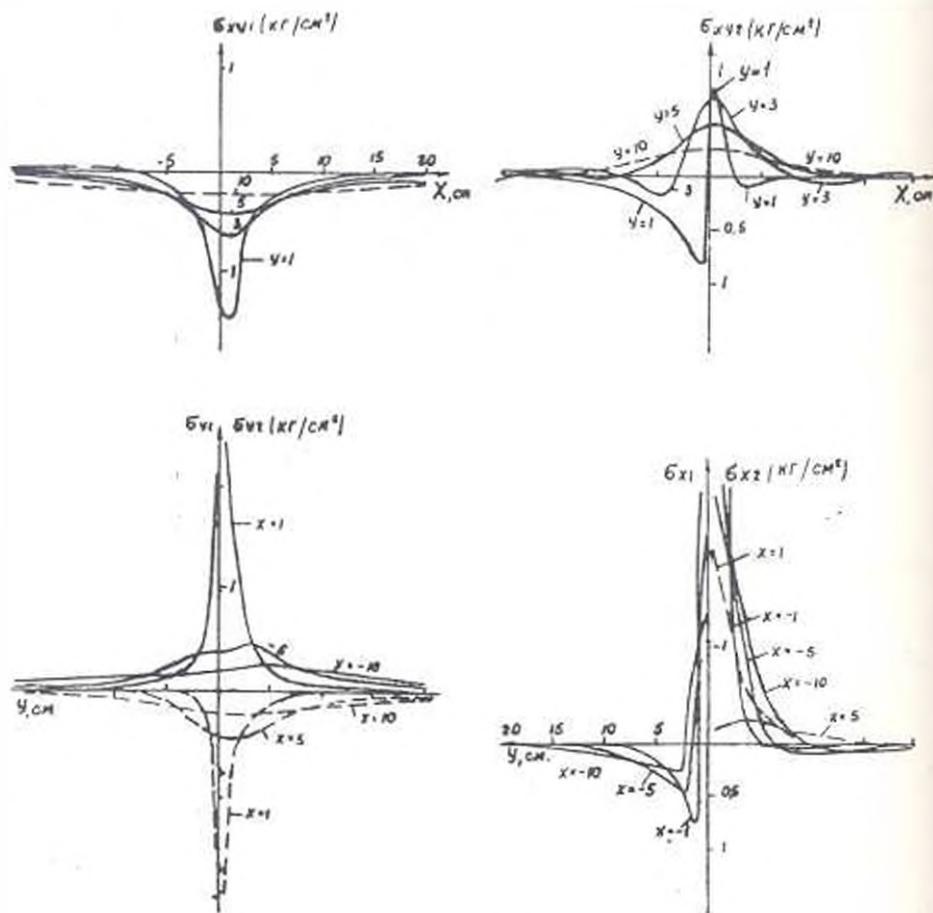


Рис. 2.

В случае $v = 0$ получим решение для неподвижного источника, что было получено в работе [15]. Легко получаются из данного решения другие частные случаи для однородной пластинки [5, 7].

Графики напряжений показывают, что разнородность материала пластинки обуславливает заметное изменение напряжений в окрестности прямолинейного стыка составной пластинки как в сторону их увеличения, так и уменьшения.

ՈՒՐ ԱՍՐԳՍՅԱՆ, Կ. Ս. ՉՈՐԱՆՅԱՆ

ԿԱԶՄՈՎԻ ԹԻՔԵԼՆԵՐԻ ԶԵՐՄԱՍԻՈՉԳԱԿԱՆ ԼԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒ-
ԹՅՈՒՆԸ ԵՐՐ ԶԵՐՄՈՒԹՅԱՆ ԱՎՅՅՈՒՐԸ ՇԱՐԺՎՈՒՄ Է ՆՐԱ
ՈՒՂԱՔԻՆԿ ԿՈՆՏԱԿՏՈՎ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. մ.

Հուլիսում զիտված է ըվագիտացիոնար շերմային դաշտում դանկող կազմովի թիթեղնիկի ընդհանրացված հարթ լարվածային վիճակը: Կազմովի թիթեղնիկը բաղկացած է տարրեր չիրմային և առածական հատկություններ սենցող երկու կիսասնովերջ թիթեղնիկներից: Զերմության աղբյուրը շարժվում է թիթեղնիկի սփղզարիմ կոնտակտի երկարությամբ՝ հաստատուն արագությունով: Թիթեղնիկի մակերևույթներից տեղի ունի շերմափոխանակություն շրջապատի հետ ըստ նյութանի օրենքի:

Խնդիրը լուծված է Ֆուրյեի ինակարալ ձևափոխության օգնությամբ: Արդյված է շերմային դաշտի շարժման արագության աղբյուրությունը լարումների բաշխման վրա:

Ճ Ի Դ Ե Ր Ա Տ Ր Ա

1. Рыкалин Н. Н. Расчет тепловых процессов при сварке. М., Машигиз, 1951.
2. Корнеев В. Г. Некоторые задачи теории упругости и теплопроводности, решаемые в Бесселевых функциях. М., Физматгиз, 1960.
3. Паркус Г. Неустановившиеся температурные напряжения. М., Физматгиз, 1963.
4. Колесниченко В. А., Коляно Ю. М. Температурные напряжения в анизотропной пластинке, нагреваемой движущимся источником тепла. «Физика и химия обработки материалов», №5, 1971.
5. Подстригач Я. С., Коляно Ю. М. О нагреве источниками тепла тонких пластинок с теплообменом. «Инженерно-физический журнал», № 2, 1964.
6. Подстригач Я. С., Коляно Ю. М. Двумерная температурная задача теории упругости для бесконечной пластинки, по краю которой движется источник тепла. «Прикладная механика», т. X, вып. 2, 1964.
7. Винокурова В. А. Некоторые закономерности образования напряжений при сварке. «Известия вузов. Машиностроение», № 4, 1966.
8. Махненко В. И. Расчет тепловых процессов при сварке встык разнородных пластин. «Физика и химия обработки материалов», № 6 1967.
9. Снеддон Н. Преобразование Фурье. М., Издательство иностранной литературы, 1955.
10. Чобанян К. С. О функции напряжений для плоской задачи теории упругости составных тел. «Доклады АН АрмССР», т. XXXII, № 2, 1961.
11. Лу Цин-хуа. Плоская задача теории упругости неоднородной изотропной среды. Проблемы механики сплошной среды. К семидесятилетию академика П. И. Мусхелишвили. Изд. АН СССР, М., 1961.
12. Уфлянд Я. С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. Изд. АН СССР, М., 1963.
13. Петров Г. П., Гумарев А. С. Теория сварочных процессов. М., Изд. «Высшая школа», 1967.
14. Казимирова А. А., Невосека А. Я. Расчет температурных полей в пластинках при электросварке плавлением. Киев, «Наукова Думка», 1968.
15. Саргсян А. М. Термоупругие напряжения составной пластинки в условиях теплоотдачи. «Известия АН АрмССР, механика», № 3, 1974.