ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVIII, №6, 1975 Серия технических наук

ЭНЕРГЕТИКА

Г. Т. АДОНЦ, А. С. АВАКИМОВ, Р. А. ЕРМЕКОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ МИНИМИЗАЦИИ ПОТЕРЬ АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ, БАЗИРУЮЩИХСЯ НА ГРАДИЕНТНЫХ МЕТОДАХ

В настоящее время в связи с разработкой АСУ и АСДУ энергосистем важное значение приобретают, наряду с созданием и усовершенствованием алгоритмов, исследование эффективности их использования для получения рекомендаций по практическому применению.

В настоящей статье излагаются результаты исследований по оценке эффективности четырех алгоритмов минимизации потерь активной мощности, использующих градиентные методы первого и второго порядков. Представлены также некоторые разработки по усовершенствованию алгоритмов, базирующихся на градиентном методе второго порядка. Все четыре алгоритма рассматриваются применительно к задаче минимизации потерь активной мощности в следующей постановке.

Принимаются в качестве заданных: а) активные P_m^0 и реактивные Q_m^0 мощности, модули U_m^0 и фазы φ_m^0 напряжений исходного установившегося режима системы (где m — индекс узлов многополюсника, 0 — верхний индекс исходного установившегося режима), б) активные g_{mk} и реактивные b_{mk} проводимости системы, в) пределы изменения модулей напряжения $U_m^{\text{мин}}$ и $U_m^{\text{макс}}$ реактивных мощностей генерирующих узлов $Q_k^{\text{мин}}$ и $Q_k^{\text{макс}}$.

Требуется определить: а) параметры оптимального режима многополюсника, б) потери активной мощности π в искомом оптимальном режиме.

Математическая формулировка задачи. Выражение целевой функции имеет следующий вид:

$$\pi = F[U, \varphi(U)],$$

где U — вектор независимых регулируемых параметров режима: $\varphi(U) = x$ — вектор зависимых переменных, выраженных через независимые с помощью следующих уравнений баланса активных и реактивных мощностей [1]:

$$P_m - U_m \sum_{k=1}^{n} U_k [g_{mk} \cos(\varphi_m - \varphi_k) - b_{mk} \sin(\varphi_m - \varphi_k)] = 0;$$

$$Q_m - U_m\sum_{k=1}^{n} U_k[g_{mk}\sin(\psi_m - \psi_k) + b_{mk}\cos(\psi_m - \psi_k)] = 0. \qquad (2)$$

Ограничения в виде неравенства для простоты и наглядности поставлены лишь на регулируемые независимые параметры режима. В качестве последних были выбраны напряжения генераторных узлов многополюсника:

$$U_k^{\text{мин}} \leqslant U_k \leqslant U_k^{\text{макс}}.$$

Алгоритм 1 использует широко известный метод оптимального градиента. Последовательность приближений к искомому оптимальному режиму строится по следующей формуле:

$$\left[U_k\right]^i = \left[U_k\right]^{i-1} - \alpha^i \left[\frac{\partial\pi}{\partial U_k}\right]_{\overline{U}=\overline{U}^{i-1}}, \qquad (3)$$

где $\left[\frac{\partial\pi}{\partial U_k}\right]_{\overline{U}=\overline{U}^{i-1}} = \left[\left(\frac{\partial\pi}{\partial U_k}\right)'\right] - \left[\frac{\partial f}{\partial U_k}\right]^T \cdot \left[\frac{\partial f}{\partial X}\right]^{T-1} \cdot \left[\left(\frac{\partial\pi}{\partial X}\right)'\right]$

— градиент функции;

α — коэффициент, определяющий величину шага, минимизирующего функцию π в заданном направлении;

k — индекс множества генераторных узлов;

i — верхний индекс номера шага итерации;

$[X]$ — вектор зависимых параметров режима;

$[f]$ — вектор-функция уравнений установившегося режима;

$[U_k]$ — вектор регулируемых параметров;

T — индекс транспонированной матрицы.

Для расчета коэффициента α зависимость функции по параметру α аппроксимируется полиномом второго порядка

$$a_2\alpha^2 + a_1\alpha + a_0 = \pi(\alpha). \qquad (4)$$

при $\alpha = 0$, $a_0 = \pi^{i-1}(0)$ — значение функции в i-ом шаге итерации,

$$a_1 = \left(\frac{\partial\pi}{\partial\alpha}\right)_{\alpha=0} = -\sum_k \left(\frac{\partial\pi}{\partial U_k}\right)^2_{U_k = U_k^{i-1}}.$$

Коэффициент a_2 определяется после пробного шага

$$a_2 = \frac{\pi_1(\alpha_1) - a_1\alpha_1 - a_0}{\alpha_1^2},$$

где α_1 — выбранное значение параметра для пробного шага;

$\pi_1(\alpha_1)$ — значение функции в конце пробного шага.

Оптимальное значение коэффициента α определяется из формулы:

$$\pi_* = -\frac{a_1}{2a_2} \qquad (5)$$

Алгоритм II. В этом алгоритме итерационный процесс строится по рекурсивной формуле

$$\left[U_k\right]^i = \left[U_k\right]^{i-1} - t^i \left[\frac{\partial^2\pi}{\partial U_k \partial U_m}\right]^{-1}_{U=U^{i-1}} \cdot \left[\frac{\partial \pi}{\partial U_k}\right]_{U=U^{i-1}}, \qquad (6)$$

где $\left[\frac{\partial^2\pi}{\partial U_k \partial U_m}\right]$ — матрица частных производных второго порядка (матрица Гесса), элементы которой представляют собой коэффициенты членов второго порядка в разложении целевой функции в ряд Тейлора по степеням регулируемых параметров $[U_k]$ и определяются по следующим формулам [2]:

а) для диагональных элементов

$$\left(\frac{\partial^2\pi}{\partial U_k^2}\right)^i = \frac{2}{(q_k^i)^2}\left[\pi^i - \pi^{i-1} - q_k^i\left(\frac{\partial\pi}{\partial U_k}\right)\right]; \qquad (7)$$

б) для недиагональных элементов

$$\left(\frac{\partial^2\pi}{\partial U_k \partial U_m}\right)^i = \frac{1}{(q_{km}^i)^2}\left[\pi^i - \pi^{i-1} \mp q_{km}^i\left(\frac{\partial\pi}{\partial U}\right)_k \mp q_{km}^i\left(\frac{\partial\pi}{\partial U}\right)_m\right] -$$

$$-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial^2\pi}{\partial U_k^2}\right) + \left(\frac{\partial^2\pi}{\partial U_m^2}\right)\right], \qquad (8)$$

где π^i – значение функции на i-ом шаге при изменении соответствующего регулируемого параметра на величину q.

В указанной работе значение π^i определялось в результате расчета установившегося режима, что требовало большой затраты машинного времени. В предлагаемом алгоритме внесено усовершенствование в части определения функции π^i. Функция π^i определяется в результате прямого расчета по формуле (1). Значения независимых переменных задаются, а зависимые переменные определяются с помощью матрицы чувствительности $[S]$

$$[X]^i = [X]^{i-1} + [\Delta X]^i, \qquad (9)$$

где $$[\Delta X]^i = [S]\cdot[\Delta U]^i,$$

$$[S] = -\left[\frac{\partial f}{\partial X}\right]^{-1}\cdot\left[\frac{\partial f}{\partial U_k}\right]. \qquad (10)$$

Здесь $[\Delta X]$ — вектор приращений зависимых параметров,

$[\Delta U]$ — вектор приращений регулируемых параметров.

Надо отметить, что расчет элементов матрицы чувствительности не требует большого числа вычислительных операций и большой памяти ЦВМ. К моменту расчета π^i в памяти машины находится транспонированная обращенная матрица $\left|\frac{\partial f}{\partial X}\right|^{T-1}$ и матрица $\left|\frac{\partial f}{\partial U_k}\right|$, используемые для вычисления градиента функции π^l. Для расчета $[S]$ достаточно матрицу $\left|\frac{\partial f}{\partial X}\right|^{T-1}$ транспонировать и умножить на $\left|\frac{\partial f}{\partial U_k}\right|$. В этом алгоритме, для определения величины оптимального шага ε, зависимость функции по параметру ε аппроксимируется полиномом второго порядка.

Алгоритм III представляет собой модификацию алгоритма II и образуется, если в матрице вторых частных производных не учитывать недиагональные элементы. Тогда формула (6) для построения итерационного процесса принимает следующий вид:

$$\left|U_k\right|^l = \left|U_k\right|^{l-1} - \varepsilon^l \left|\frac{\partial^2 \pi}{\partial U_k^2}\right|^{-1}_{\overline{U}=\overline{U}^{l-1}} \left|\frac{\partial \pi}{\partial U_k}\right|_{\overline{U}=\overline{U}^{l-1}}, \tag{11}$$

где $\left|\frac{\partial^2 \pi}{\partial U_k^2}\right|$ — матрица вторых частных производных только с диагональными элементами.

Элементы этой матрицы в отличие от элементов диагональной матрицы, приведенной в работе [3] (алгоритм III), являются полными частными производными второго порядка и определяются с учетом ограничений в виде равенств.

В алгоритме IV (смешанный алгоритм) первые шаги ($1 \div 2$) итерационного процесса производятся по методу оптимального градиента, а последующие шаги—градиентным методом второго порядка, использующим полную матрицу вторых частных производных.

Учет ограничений регулируемых переменных в процессе итерации осуществляется путем закрепления переменных, вышедших за пределы допустимых значений:

$$U_k^l = \begin{cases} U_k^{\text{макс}} \text{ если } U_k^{l-1} + \Delta U_k^l > U_k^{\text{макс}}, \\ U_k^{\text{мин}} \text{ если } U_k^{l-1} + \Delta U_k^l < U_k^{\text{мин}}, \\ U_k^{l-1} + \Delta U_k^l \text{ в остальных случаях.} \end{cases} \tag{12}$$

В конце каждого шага минимизации проверяется оптимальность полученного режима по следующим критериям:

$$\begin{gathered} \frac{\partial \pi}{\partial U_k} < \varepsilon \text{ если } U_k^{\text{мин}} < U_k < U_k^{\text{макс}}; \\ -\frac{\partial \pi}{\partial U_k} \geqslant \varepsilon \text{ если } U_k = U_k^{\text{макс}}; \end{gathered} \tag{13}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial U_k} > \varepsilon \text{ если } U_k = U_k^{\text{мин}},$$

где $\varepsilon = 0{,}01$.

Сравнение алгоритмов производилось по числу вычислительных операций и объему используемой памяти, необходимых для полного решения задачи минимизации потерь активной мощности конкретных энергосистем. Составлены формулы для расчета числа вычислительных операций для одного шага оптимизации и приведены в табл. 1.

Таблица 1

Вид расчета	Алгоритмы I	Алгоритмы II	Алгоритмы III
Расчет элементов матрицы Гесса			
а) диагональных	—	$N_u = \Gamma x^2 + y(x + 16b + 8n + 4)$	$N_u = \Gamma x^2 + y(x + 16b + 8n + 4)$
б) недиагональных	—	$N'_u = \Gamma x^2 + \frac{y(y-1)}{2} \times (2x + 16b + 8n + 10)$	
Величина оптимального шага	$N_{шI} = 2N_1 + 16b + 8n + \Gamma x(1 + x)$	$N_{шII} = 2[2N_1 + 16b + 8n + \Gamma x(1 + x)]$	
Установившийся режим	$N_{уст} = i\left[\frac{8b}{n}(2б + 1) + 28б + 12\Gamma + 40b + 18n\right] + 36b + 8n$		
Градиент функции	$N_\Gamma = \frac{x}{2}\left(x^2 + 6x + 3\Gamma - 1\right) + 116b + 8n$		
Расчет новых значений регулируемых параметров	$N_н = y$	$N_н = \frac{y}{3}\left(y^2 + 6y + 2\right)$	$N_н = 3y$
Общее число вычислительных операций	$N_I = N_{уст} + N_\Gamma + N_{шI} + N_н$	$N_{II} = N_{уст} + N_\Gamma + N_u + N'_u + N_{шII} + N_н$	$N_{III} = N_{уст} + N_\Gamma + N_u + N_{шII} + N_н$

Примечание. В формулах, приведенных в табл. 1, приняты следующие условные обозначения: n — число независимых узлов, Γ — число генераторных узлов, b — число ветвей, x — число зависимых переменных, б — балансирующий узел, y — число независимых переменных, N_1 — число вычислительных операций одного шага установившегося режима, i — число итераций установившегося режима.

Как видно из формул, определяющим фактором числа вычислительных операций, наряду с количеством узлов и ветвей схемы, является число последовательных приближений к искомому оптимальному режиму и число итераций, необходимых для получения установившегося режима.

Объем используемой памяти ЦВМ алгоритмом I принимается в качестве единицы сравнения. Для алгоритмов *II*, *III* и *IV* наблюдается незначительное увеличение памяти, связанное с хранением элементов матрицы Гесса. Ниже приводится число необходимых дополнительных ячеек памяти соответственно для алгоритмов:

$$\text{II, IV} - \frac{y(y+1)}{2};$$

$$\text{III} - y,$$

где y — число независимых переменных.

Конкретные расчеты минимизации потерь активной мощности производились для 3-, 8- и 18-узловых схем. Результаты расчетов использовались для оценки эффективности алгоритмов по числу вычислительных операций (табл. 2).

Таблица 2

n	Алгоритмы					
	I		II		III	
	N	t	N	t	N	t
3	57034	12	15942	3	37806	7
8	531492	6	139261	2	211332	3
18	2050268	10	748410	3	1245854	5

t — число шагов процесса минимизации

Одновременно произведены расчеты минимизации потерь активной мощности по алгоритмам *I* и *III* без оптимизация величины шага в выбранном направлении. При этом оказалось, что для градиентного метода первого порядка (алгоритм *I*) при использовании произвольного шага число итераций резко возрастает, и соответственно увеличивается общее время расчета. Применение алгоритма *III* с постоянным параметром, определяющим величину шага, дает незначительное увеличение числа итераций, а следовательно, и времени расчета, по сравнению с расчетом по тому же алгоритму, но с оптимизацией величины шага.

Надо иметь в виду, что определение оптимальной величины шага дает большое увеличение числа вычислительных операций, а следовательно, растет необходимое время для расчета одного шага процесса минимизации.

Сопоставление указанных факторов приводит к заключению, что оптимизация величины шага минимизации необходима при пользовании алгоритмом *I* и не обязательна в случае применения алгоритма *III*.

Исследование алгоритма *IV* нельзя считать достаточным, так как эффективность применения алгоритма *IV* зависит от пределов ограничений типа неравенств на независимые и зависимые переменные. Ввиду узости области возможного существования оптимального режима, применение алгоритма *IV* не всегда дает положительный эффект.

Анализ результатов расчета приводит к следующим выводам:

1. Использование матрицы вторых частных производных в алгоритмах минимизации потерь активной мощности значительно уменьшает общее время расчета.

2. Сравнение эффективности алгоритмов по числу вычислительных операций для рассчитанных конкретных небольших схем показывает целесообразность применения алгоритма II.

3. При пологом изменении функции потерь активной мощности приближенное определение оптимального шага минимизации при аппроксимации функции параболой дает большие погрешности, вследствие чего требуется уточнение величины шага.

АрмНИИЭ Поступило 26.V. 1975

Հ. Տ. ԱԴՈՆՑ, Ա. Ս. ԱՎԱԿԻՄՈՎ, Ռ. Ա. ԵՐՄԵԿՈՎԱ

ԱԿՏԻՎ ՀԶՈՐՈՒԹՅԱՆ ԿՈՐՈՒՍՏՆԵՐԻ ՄԻՆԻՄԻԶԱՑԻԱՅԻ ԱԼԳՈՐԻԹՄՆԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆԸ, ՈՐՈՆՔ ՀԻՄՆՎԱԾ ԵՆ ԳՐԱԴԻԵՆՏԱՅԻՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ՎՐԱ

Ամփոփում

Հոդվածում շարադրված են ակտիվ հզորության կորուստների մինիմիզացիայի առաջին և երկրորդ կարգի գրադիենտային մեթոդների վրա հիմնված չորս ալգորիթմների էֆեկտիվության գնահատման հետազոտության արդյունքները։ Հետազոտության արդյունքները ցույց են տալիս, որ երկրորդ մասնակի ածանցյալների մատրիցայի օգտագործումը ակտիվ հզորության կորուստների մինիմիզացիայի ալգորիթմներում զգալիորեն փոքրացնում է հաշվարկման ընդհանուր ժամանակը։

Ալգորիթմների էֆեկտիվության համեմատությունը, ըստ հաշվման գործողությունների քանակի, ցույց է տալիս 2-րդ ալգորիթմի կիրառման նպատակահարմարությունը ոչ մեծ քանակությամբ հանգույցներ ունեցող սխեմաների համար։

Հաշվման գործողությունների քանակի ալգորիթմների ընտրման համար բերված բանաձևերը թույլ են տալիս ալգորիթմների էֆեկտիվության համադատությունն տանել ուրիշ խնդիրների լուծման համար։

Ցույց է տրված, որ ակտիվ հզորության կորուստների ֆունկցիայի ավելի հարթ փոփոխության դեպքում, ֆունկցիան պարաբոլով մոտարկելիս, մինիմիզացիայի օպտիմալ քայլի մոտավոր որոշումը տալիս է մեծ սխալներ, որի հետևանքով պահանջվում է քայլի մեծության ճշտում։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Адонц Г. Т.* Метод расчета установившегося режима электрической системы. «Электричество», № 5, 1972.
2. *Sasson A. M., Viloria F., Aboites F.* Optimal Load Flow Solutions Using the Hessian Matrix. „Power Apparatus and Systems", №1, 1973.
3. *Адонц Г. Т., Авакимов А. С., Ермекова Р. А.* К расчету минимума потерь активной мощности с использованием матрицы вторых частных производных от потерь. «Известия АН АрмССР (серия технических наук)», т. XXVII, № 5, 1974.