ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVIII, №5, 1975 Серия технических наук

НАУЧНЫЕ ЗАМЕТКИ

Т. А. НАЛЧАДЖЯН, Н. А. ПЕРЕЛЬМАН

СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ МЕТОДОМ ГЕНЕРИРОВАНИЯ

Построение модели внешней среды необходимо как для анализа существующих объектов (систем), так и для синтеза и сравнения вновь проектируемых. При исследовании многомерных систем с целью выбора их оптимальных параметров применяемый математический аппарат сложен, чем объясняется все большее применение для этих целей ЦВМ. В случаях применения цифровых машин внешнюю среду целесообразно моделировать как многомерный вектор с дальнейшим генерированием его компонентов на базе известных вероятностных характеристик каждого компонента. Предлагается метод генерирования вектора среды, сущность которого в следующем.

Пусть многомерная плотность распределения вероятностей параметров окружающей среды задана в виде функции

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_k) = f(\overline{X}). \tag{1}$$

Кроме того, задана область G существования вектора $\overline{X}$, являющегося вектором контролируемых внешних воздействий. Задание области G эквивалентно наличию $2k$ неравенств, накладываемых на компоненты вектора

$$x_{i\min} \leqslant x_i \leqslant x_{i\max}, \tag{2}$$

где $x_{i\min}$ и $x_{i\max}$ — минимальные и максимальные значения случайных параметров $x_i (i = 1, 2, \ldots, k)$. Будем считать, что реализация вектора среды известна, если известны числовые значения всех его компонентов, т. е.

$$x_1 = a_1, \; x_2 = a_2, \; \ldots, \; x_k = a_k. \tag{3}$$

Вектор $\overline{A} = \overline{A}|a_1, a_2, \ldots, a_k|$ будет реализацией вектора $\overline{X}$, если

$$x_{i\min} \leqslant a_i \leqslant x_{i\max}. \tag{4}$$

Отсюда вытекает, что если генерировать числовые значения отдельных компонентов из области допустимых значений, то множество полученных реализаций даст реализацию случайного вектора. Необходимо, чтобы числовые значения компонентов, получаемые в результате генерирования, соответствовали законам распределения отдельных компонен-

тов $f(x_i)$. Последние функции можно определить из выражений для полной плотности вероятностей вектора среды $f(\bar{X})$ [1]:

$$f(x_1)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\dots\int_{-\infty}^{\infty}f(x_1,x_2,\dots,x_k)\,dx_2\,dx_3\dots dx_k;$$

$$f(x_2)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\dots\int_{-\infty}^{\infty}f(x_1,x_2,\dots,x_k)\,dx_1\,dx_3\dots dx_k; \qquad (5)$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$f(x_k)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\dots\int_{-\infty}^{\infty}f(x_1,x_2,\dots,x_k)\,dx_1\,dx_2\dots dx_{k-1}.$$

Однако, при решении конкретных задач бывает трудно, а иногда и невозможно получить выражения для плотности многомерного распределения вероятностей вектора среды $f(\bar{X})$. Гораздо проще получить одномерные функции распределения плотности вероятностей $f_i(x_i)$ на основе экспериментальных данных, и при помощи их и условных плотностей вероятностей определить

$$f(x_1, x_2, \dots, x_k)=f(x_1)f(x_2/x_1)f(x_3/x_1x_2)\dots f(x_k/x_1x_2\dots x_{k-1}) \qquad (6)$$

Отсюда вытекает следующая методика построения математической модели окружающей среды. Генерированием получаем реализации всех компонентов случайного вектора среды, подчиненных одномерным законам распределения вероятностей, множество этих реализаций будет подчиняться искомому многомерному закону распределения (6).

Для генерирования необходимо иметь базовую случайную величину T, плотность распределения вероятностей которой $f(t)$ известна. Подавая эту случайную величину на вход статического преобразователя, описываемого оператором

$$x_i=x_i(t), \qquad (7)$$

на его выходе получим случайную величину x_i, закон распределения которой однозначно определяется функцией $f(t)$ и оператором (7). Блок-схема генерации i-го компонента $\bar{X}$ представлена на рис. 1.

Рис. 1

где ГБСВ — генератор базовой случайной величины T.

Таким образом вся задача сводится к определению оператора преобразования (7) для получения случайной величины x_i.

Функция преобразователя $x_i(t)$ определится из условия линейного преобразования [1]

$$f(x_i)=f[\varphi(x_i)]\varphi'(x_i) \tag{8}$$

при заданных $f(t)$ и $f(x_i)$, где функция $\varphi(x_i)=t$ и находится из уравнения (7).

Принцип и последовательность генерирования случайной величины показаны на рис. 2.

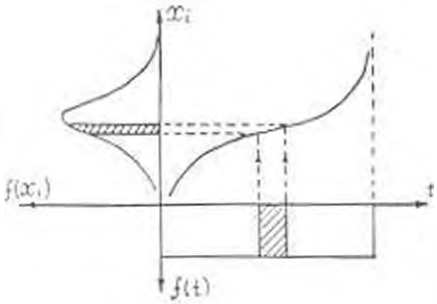

Рис. 2

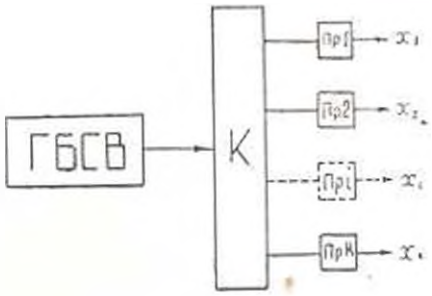

Рис. 3

На практике в качестве плотности распределения вероятностей базовой случайной величины целесообразно выбирать равномерный закон, как наиболее просто реализуемый на ЦВМ. При реализации модели на машине для облегчения согласования с ней удобнее заменить непрерывную плотность распределения вероятностей соответствующей гистограммой. При этом опускается трудоемкая работа по аппроксимации функции преобразователя к желаемой плотности вероятностей.

Общая блок-схема математической модели окружающей среды при некоррелированных компонентах приведена на рис. 3.

Здесь, как и прежде, ГБСВ—генератор базовой случайной величины; К—коммутатор; Пр1, Пр2,..., ПрК—преобразователи, характеристики которых должны быть определены вышеизложенным способом.

Пример. Рассмотрим построение модели окружающей внешней среды на примере дорожных условий г. Еревана.

Не вдаваясь в подробности и методику выбора параметров, характеризующих рассматриваемую внешнюю среду, укажем, что в качестве основных параметров, характеризующих дорожно-транспортную сеть современных городов, были выбраны следующие: уклон дороги на длине 100 метров; рядность улиц; состояние покрытия в зависимости от климатических условий; наличие или отсутствие светофора на 100 метровом участке дороги и его фаза (красная, желтая, зеленая); интенсивность движения.

После обработки статистического материала были построены гистограммы и определены функции преобразователей при равномерном распределении базовой случайной величины T. Затем из таблицы случайных чисел с указанным распределением были выбраны 15 чисел (по 3 числа на каждые 100 м дороги):

0, 3393;	0, 9108;	0, 7892;	0, 9085;	0, 2638;
0, 1313;	0, 3897;	0, 4380;	0, 1618;	0, 1858;
0, 5354;	0, 0905;	0, 1420;	0, 3280;	0, 9697.

В соответствии с этими числами, функциями преобразования и известными гистограммами были получены следующие характеристики трех 100-метровых участков:

I участок—уклон 1,5%; двухрядная улица; снег; светофор отсутствует; 1 машина на 100 м.

II участок—уклон 7,8%; двухрядная улица; снег; светофор отсутствует; 2 машины на 100 м.

III участок—уклон 0,5%; однорядная улица; сухо; светофор отсутствует; 4 машины на 100 м.

Указанная методика принципиально не ограничивает количество параметров, т. е. пригодна для моделирования систем большой мерности.

В заключении отметим, что данный метод построения модели внешней среды с успехом можно использовать при исследовании большого класса производственных, технических и других объектов, при проектировании которых необходимо учитывать влияние внешних воздействий.

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 18 III 1975.

ЛИТЕРАТУРА

1 Вентцель Е. С. Теория вероятностей. Изд. «Наука», М., 1964.