

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Э. В. ТАТЕВОСЯН

МОДЕЛЬ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ СИСТЕМЫ
АВТОМАТИЧЕСКОГО УРАВНОВЕШИВАНИЯ ПРИ ВРАЩЕНИИ

Структура рассмотренной в [1] системы автоматического уравновешивания при вращении (САУВ) приведена на рис. 1, а, где ИзУ—измерительное устройство, которое превращает сигнал дисбаланса в электрические колебания и фильтрует помехи. УУ—управляющее устройство, определяющее фазы дискрет исправления, ИУ—исполнительное устройство, которое наносит (или удаляет) дискреты исправления с фазой, заданным управляющим устройством, на уравновешиваемый двигатель—объект регулирования ОР с коэффициентом передачи a_s . В [1] дана аналитическая модель системы при действии внешней широкополосной (некоррелированной) помехи, а также кратко описана ее цифровая модель (рис. 1, б).

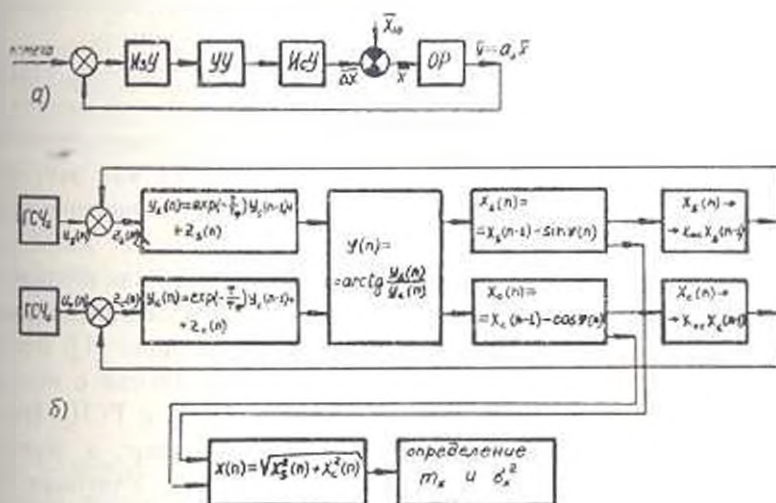


Рис. 1.

Необходимость цифрового моделирования обусловлена следующим:

1. При аналитическом исследовании САУВ рассматривается как непрерывная система, в то время как в конце уравновешивания существенным становится влияние отдельных дискрет исправления;

2. САУВ является системой с управлением по фазе, т. е. существует как нелинейной системой с обратной связью, для которой неприменима

статистическая линеаризация. Потому при аналитическом исследовании [1] процесс уравнивания в условиях внешней помехи был приближенно разделен на 2 стадии: *нестационарный процесс*, где методом «динамики средних» [2] был найден закон уменьшения матожидания дисбаланса

$$x = x_{\text{н.з.}} \exp\left(-\frac{t}{\tau_n}\right), \quad (1)$$

где x — матожидание дисбаланса;

$\tau_n \approx 1,6 \frac{\sigma_n}{V_n}$ — постоянная времени уравнивания; σ_n — среднеквадратическое значение помехи; $V_n = \Delta f_n$ — скорость исправления; Δ и f_n — дискрета и частота исправления;

и *стационарный процесс* с матожиданием дисбаланса, отличным от нуля, который был исследован методами теории марковских процессов. В конце первой стадии, когда величина дисбаланса становится соизмеримой с дискретой, метод «динамики средних» не применим, поэтому не представляется возможным аналитически определить длительности перехода от нестационарного процесса к стационарному, т. е. точно определить время выхода в стационарную область;

3. Представление случайного остаточного дисбаланса в стационарном процессе (на второй стадии) как компоненты марковского процесса с релеевским распределением при аналитическом исследовании возможно только при большом уровне помехи и требует экспериментального подтверждения в случае небольшой по величине помехи.

Возможность цифрового моделирования обусловлена статистической устойчивостью системы. Нетривиальность цифровой модели САУВ, которая потребовала ее подробного рассмотрения, определяется особенностями рассматриваемой системы, а именно: так как регулируемая величина в САУВ является векторной, она при моделировании представляется как сумма двух ортогональных составляющих. Такой переход от полярных координат к декартовым возможен, так как вектор узкополосной помехи на выходе фильтра также может быть представлен как сумма двух ортогональных независимых составляющих [1]. Вследствие этого цифровая модель САУВ является двухканальной с отдельными независимыми генераторами случайных чисел ГСЧ_х и ГСЧ_с (рис. 1,б).

Условия адекватности модели системе включают, в первую очередь, неискажение спектра при дискретизации [3]. Учитывая, что период дискретизации при цифровом моделировании задан ($T=1$), необходимо найти из условия неискажения спектра при дискретизации допустимые пределы изменения параметров модели — в данном случае добротности Q фильтра ИзУ. Так как аналогом цифрового фильтра с разностным уравнением

$$y(n) = e^{-T T_{\Phi}} y(n-1) + u(n) \quad (2)$$

(где $u(n)$ и $y(n)$ — входная и выходная последовательности соответственно; T_{Φ} — постоянная времени фильтра ИзУ) является инерцион-

ное звено с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{1}{\frac{1}{T_\Phi} + p} \quad (3)$$

то, считая, что спектр сигнала на выходе инерционного звена при действии на входе „белого шума“ ограничен частотой $\omega_0 = 2\pi f_0 \approx 5/T_\Phi$, из условия $2f_0 < 1/T$ найдем область допустимого изменения T_Φ : $T_\Phi > 1,67$. В целях простоты модели целесообразно принять частоту вращения уравниваемого ротора равной периоду дискретизации, т. е. $f_0 = T = 1$. (Одновременно определяются две ортогональные составляющие вектора дисбаланса, поэтому это условие не приведет к потере информации о полезном сигнале.) Так как $T_\Phi = \frac{2Q}{\omega_0} = \frac{Q}{\pi f_0}$, то условием неискажения спектра будет $Q \geq 5$.

При действии на входе цифрового фильтра (2) последовательности $u(n)$ независимых чисел, распределенных по нормальному закону с нулевым матожиданием и дисперсией σ_u^2 , дисперсия выходной последовательности $y(n)$ равна [4]

$$\sigma_y^2 = \frac{\sigma_u^2}{1 - \exp(-2T/T_\Phi)} \quad (4)$$

Вследствие достаточно медленного изменения дисбаланса (из-за суммирования дискрет исправления), коэффициент передачи цифрового фильтра по полезному сигналу можно принять равным коэффициенту передачи для постоянной входной последовательности [4]:

$$K_c = \frac{1}{1 - \exp(-T/T_\Phi)} \quad (5)$$

С учетом (4) и (5) постоянная времени уравнивания при цифровом моделировании равна:

$$\tau_y = \frac{\tau_u}{0,63K_{oc}} V \sqrt{\frac{1 - \exp(-\pi/Q)}{1 + \exp(-\pi/Q)}} \quad (6)$$

где K_{oc} — коэффициент обратной связи модели ($K_{oc} = a_1$, где a_1 — коэффициент передачи уравниваемого ротора).

Величина дисбаланса, с которой начинается влияние помехи, т. е. начало снижения дисбаланса по экспоненте, определяется из соотношения $m_{cos\varphi} \approx 0,8$ [1], где матожидание косинуса фазовой ошибки $m_{cos\varphi}$ определяется на выходе фильтра и равна:

$$x_{cos\varphi} \approx 1,27 \frac{\sigma_u}{K_{oc}} V \sqrt{\frac{1 - \exp(-\pi/Q)}{1 + \exp(-\pi/Q)}} \quad (7)$$

Матожидание величины остаточного дисбаланса в стационарном процессе (в соответствии с (9) из [1]) при цифровом моделировании равно:

$$m_x \approx 0.396 \sqrt{\frac{Q\sigma_x}{K_{oc}}} \sqrt{\frac{1 - \exp(-\pi/Q)}{1 + \exp(-\pi/Q)}}. \quad (8)$$

Проверка адекватности модели системе производится для случая, допускающего аналитическое решение, т. е. для первой стадии процесса уравнивания и условиях помехи. На рис. 2 приведены кривые снижения дисбаланса при добротности фильтра $Q=5$ и внешней помехе

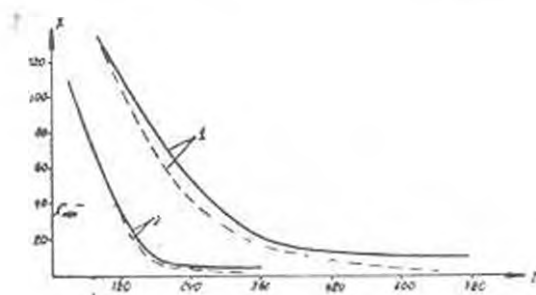


Рис. 2.

$\sigma_x^2 = 1$, для двух значений K_{oc} (кривая 1 — $K_{oc} = 0.006$; кривая 2 — $K_{oc} = 0.02$). Пунктиром приведены расчетные по (1) кривые, где $\sigma_{x_{н.р.}}$ — по (6) и (7) соответственно. Как видно из рис. 2, при $m_{max} > 0.8$ снижение дисбаланса происходит практически по прямой. Отклонение от экспоненты (1) начинается со значений дисбаланса, превышающих матожидание в 1.5–2 раза. Время уменьшения дисбаланса от $x_{н.р.}$ до выхода в стационарную область незначительно меньше времени затухания экспоненты: $\Delta t \approx 3.5\tau$.

Исследование стационарного процесса требует, в первую очередь, определения необходимого объема выборки последовательности случайных чисел (объема прогонки модели САУВ) для получения достоверных значений матожидания m_x и дисперсии σ_x^2 . Для этого необходимо знание корреляционной функции случайного остаточного дисбаланса [5], вычисление которой занимает значительный объем памяти. При ограниченности объема памяти матожидание и дисперсия остаточного дисбаланса могут определяться путем последовательного увеличения объема прогонки модели. Последовательное увеличение объема прогонки продолжается до тех пор, пока значения m_x и σ_x^2 не стабилизируются (отличаются не более чем на 10–15% в последних 2–3-х выборках).

На рис. 3 приведены зависимости матожидания остаточного дисбаланса от добротности фильтра для трех значений коэффициента обратной связи: кривая 1 — $K_{oc} = 0.002$, что при $\sigma_x^2 = 1$ соответствует помехе на входе САУВ величиной 500 дискрет; кривая 2 — $K_{oc} = 0.02$ (помеха

равна 50 дискретам). В первом случае, так как помеха на выходе фильтра больше полезного сигнала, экспериментальные кривые хорошо совпадают с расчетными по (8), для второго случая формула (8) дает заниженное (на ~30%) значение величины (статочного дисбаланса

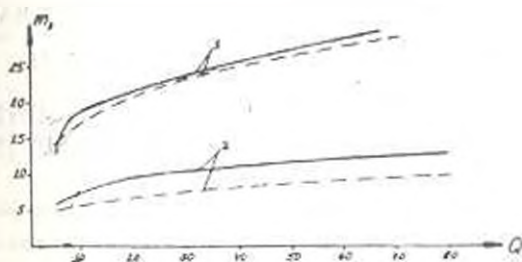


Рис. 3

Отношение матожидания к дисперсии случайного остаточного дисбаланса составляет $2,1 \div 2,2$, что близко к тому же отношению для релеевского распределения. Таким образом, хотя при низком уровне помехи формула (8) дает несколько заниженное значение матожидания остаточного дисбаланса, вследствие невыполнения условия, принятого при аналитическом исследовании, однако можно считать, что экспериментальное исследование подтвердило гипотезу о случайном остаточном дисбалансе как компоненте марковского процесса с релеевским распределением.

Է. Վ. ԽԱՆԻՉՅԱՆ

ՊՏՏՄԻՆ ԸՆԹԱՅՐՈՒՄ ԱՎՏՈՄԱՆ ՆԱԳԱՈՒՐԱԿՇԻՐՈՂ ՈՒՍՏԱՆԻ
ՓԻՃԱՆԱԿՐԱԿԱՆ ՓՈՐՁԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՄՈՒԵԼԸ

Ա. Մ. ԲԻՐՈՒՄԻ

Դիտարկվում է պոտան ընթացքում ապտոմատ նախաարահայող սխեմիի քվանտի փոփոխական մոդելը: Պարզաբան նպատակով կատարվում է անցում կոորդինատների բնության սխեմիից Դեկարտի սխեմի: Բերված են մոդելացման արդյունքները:

ЛИТЕРАТУРА

1. Татаросян Э. В. Оптимальная система управления уравниванием при прерывании. «Известия АН АрмССР (серия Т. Естественные науки)», XXVIII, № 4, 1975.
2. Винцель Е. С. Введение в исследование операций. Изд. «Сов. радио», М., 1961.
3. Голд Б., Киддер Ч. Цифровая обработка сигналов. М., Изд. «Сов. радио» 1973.
4. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Выпуск 1. «Мир», 1974.
5. Видекин С. Я. Статистические методы исследования систем автоматического регулирования. Изд. «Сов. радио», М., 1967.