

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Р. А. УНАЦЯН

СИММЕТРИЧНЫЙ ИЗГИБ КРУГЛОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ
 ПЛИТЫ ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

В статье рассматривается напряженное состояние круглой свободно опертой железобетонной плиты, находящейся в стационарном высокотемпературном поле, где температура является функцией толщины плиты, при изгибно-растягивающей распределенной нагрузке.

Принимается, что в релогических соотношениях, описывающих напряженно-деформированное состояние бетонной части плиты, деформационные характеристики бетона существенно зависят от температуры.

Задачи, посвященные определению напряженного состояния железобетонных элементов с учетом ползучести, рассмотрены в работах [1—4].

При учете термоползучести бетона зависимость между напряжениями и деформациями запишем в виде [1]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}(t) = \alpha_1 \delta_{ij} \theta(t) + \frac{1}{E_2(\theta)} [(1 + \nu) \sigma_{ij}(t) - \nu \varepsilon_2(t) \delta_{ij}] - \\ - \frac{1}{E_2(\theta)} \int_0^t [(1 + \nu) \sigma_{ij}(\tau) - \nu \varepsilon_2(\tau) \delta_{ij}] K(\theta, t, \tau) d\tau, \end{aligned} \quad (1)$$

(i, j = 1, 2)

где δ_{ij} — символ Кронекера; $\theta(z)$ — относительная температура;

$$\varepsilon_2(t) = \sum \varepsilon_{2ij}(t) \delta_{ij}; \quad \theta(z) = \frac{T(t)}{T_0} = \alpha_1 + \frac{c_1}{H} [h(r, t) - z]; \quad \alpha_1 = \alpha T_0;$$

$T(z)$ — температурная функция; T_0 — порог действия температуры на деформационные характеристики материала; α — коэффициент линейного расширения.

Выражения ядра ползучести и модуля упругости бетона при высоких температурах имеют следующий вид

$$K(\theta, t, \tau) = E_2(\theta, t) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E_2(\theta, \tau)} - C(\theta, t, \tau) \right]; \quad E_2(\theta) = \beta \exp(-\nu \theta),$$

где $C(\theta, t, \tau) = \beta_1 [1 - \exp(-\gamma_1(t-\tau))] \exp(\nu_1 \theta)$ — мера ползучести, а $\beta = 0,15$; $\gamma_1 = 0,28$; $\beta_1 = 1,12 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{кг}$; $\beta = 2 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$; $\rho_0 = 1,162$;

$\gamma = 0,026$ /день— параметры, характеризующие деформативные свойства бетона при высоких температурах.

Связь между напряжениями и деформациями арматуры запишем в следующем виде [9]:

$$\varepsilon_{1,ij} = \varepsilon_1 \theta_1 \delta_{ij} + \frac{\varepsilon_1^m}{E_1(\theta)}, \quad (2)$$

где $E_1(\theta)$ — модуль упругости материала арматуры.

Исходя из [10], решение задачи приводится к решению системы нелинейных интегродифференциальных уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned} \nabla^2 W + \frac{D_{11}}{D} L_1(W, \theta) + \frac{D_{12}}{D} L_2(W) + \frac{D_{13}}{D} L_3(W, \theta) + \frac{D_{14}}{D} L_4(W) + \\ + \frac{D_{15}}{D} L_5(W) + \left(\frac{D_{16} + D_{17}}{D} \right) \varepsilon_1 \theta + 2\gamma_1 \nabla^2 \theta = - \frac{q(x, y)}{D}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} |E_1(\theta) | W_{,ij} - \varepsilon_1 \theta_1 \delta_{ij} | | | - \varphi(r, \theta) | H |^{1/m} s - \frac{1}{H(1-\nu^2)} (W_{,ij} | \\ + \nu W_{,ii} - (1 + \nu) \varepsilon_1 \theta_1 \delta_{ij} | \int_0^{\varphi(r, \theta)} E_2(\theta) | | + R_1^* | z dz = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$L_1(W, \theta) = 2(\nabla W_{,i} + \varepsilon_1 \theta_{,i}); \quad L_4(W) = \frac{1}{r} W_{,r} + \frac{1}{r^2} W_{,rr} - \nu W_{,rr};$$

$$L_2(W) = W_{,rr} + \left(\frac{1}{r} W_{,r} + \frac{1}{r^2} W_{,rr} \right); \quad L_3(W, \theta) = \frac{2}{r} (\nabla W_{,r} + \varepsilon_1 \theta_{,r});$$

$$L_5(W) = (1 - \nu) \left(\frac{1}{r} W_{,r} - \frac{1}{r^2} W_{,rr} \right);$$

$$D | \theta_1 h^s(r, \theta) | = \frac{1}{1-\nu^2} \left[\frac{1 + R_1}{\int_0^{\varphi(r, \theta)} E_2(\theta) | H - h^s(r, \theta) + z | z dz} \right]^{-1}; \quad s = \frac{\Delta}{h};$$

$$R_1^* = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t R_1(\theta, t, z) dz = \frac{A}{h}; \quad R_1(\theta, t, z) = A \exp | -u(t - \tau) |;$$

$$A = \frac{A_1 [a(\gamma_1 + \gamma_0 - u)^2 + b(\gamma_1 + \gamma_0 - u) + 2c]}{3(\gamma_1 + \gamma_0 - u)^2 - 2A_2 a(\gamma_1 + \gamma_0 - u) + A_1 b}; \quad A_1 = \frac{HP A_0^* E_{10}}{B_0^*};$$

$$B_0^* = \int_0^{\varphi(r, \theta)} z E_2(\theta) | H - h^s(r, \theta) + z | dz; \quad \gamma_0 = A_0^* \exp | (a_1 + c_1 z^s(r, \theta)) \delta_1 |;$$

$$b = \left| (1 - \varphi^s(r, \theta)) \delta_1 c_1 \frac{z^s(r, \theta)}{3} - \delta_1 c_1 \frac{z^s(r, \theta)}{4} \right|_{\gamma_0}; \quad \varphi(r, \theta, z) = \frac{h(r, \theta, z)}{H};$$

$$c = \left[\beta_1^2 c_1^2 (1 - \varphi^*(r, \Theta)) \frac{\varphi^{*2}(r, \Theta)}{8} + \beta_2^2 c_1^2 \frac{\varphi^*(r, \Theta)}{10} \right]^{1/2}; \quad \varphi^*(r, \Theta) = \lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(r, \Theta, t);$$

$$T_0 = 100; \quad \beta_1 = \beta_2 = 1; \quad \alpha_1 = \frac{T_1}{T_0} = 1;$$

$$a = [3 - \varphi^*(r, \Theta)] \frac{\varphi^{*2}(r, \Theta)}{6}; \quad c_1 = \frac{T_2 - T_1}{T_0} = 4;$$

$$E_1(\Theta) = E_1 = 1,8 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2; \quad E_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2; \quad A_0 = \rho_0 E_0 \beta_1 \gamma_1;$$

$$R^* = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} R(\Theta, t, z) dz = \frac{A_0^* \exp(\beta_1 \Theta)}{A_1^* \exp(\beta_1 \Theta) + \gamma_1}; \quad \Theta_1 = \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \Theta(z) dz;$$

$$R^* = -A_0^* \exp(\beta_1 \Theta) \exp[-(A_0^* \exp(\beta_1 \Theta) + \gamma_1)|t - \tau|];$$

$A, A_1, B_0, \gamma_0, b, a, c, \mu$ — параметры, характеризующие деформативные свойства бетона при высоких температурах; H — толщина плиты; Δ — толщина арматуры; $b(r, t)$ — толщина сжатого слоя бетона (рис. 1).

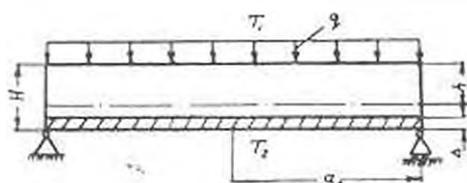


Рис. 1

Значения μ в зависимости от коэффициента армирования (α) приведены в табл. 1.

Таблица 1

α	0.1	0.05	0.025	0.0143	0.01	0.007
μ	0.0191	0.0196	0.02	0.021	0.0215	0.0219

В случае симметричного изгиба система (3)–(4) приводится к следующему виду:

$$\Psi_{xx}'' + \left[\frac{1}{x^2} + (\ln y^2)_{,x} \right] \Psi_{,x}' - \left[\frac{1}{x^2} - \frac{\gamma}{x} (\ln y^2)_{,x} \right] \Psi^* = \frac{P x}{y^3}; \quad (5)$$

$$E_1(\Theta) [\Psi_{,x}' (1 - \varphi_0 y)] s - \frac{1}{1 - \alpha^2} \left[\Psi_{,x}' + \frac{\gamma}{x} \Psi^* \right] F^* = 0, \quad (6)$$

$$\text{где } \Psi = W_{,x}'; \quad y = \frac{z}{\varphi_0}; \quad \alpha^2 = \frac{h^2(x, \Theta)}{H^2}; \quad \varphi_0 = \frac{h_0(0, \Theta)}{H};$$

$$\alpha = \frac{r}{a_0}; \quad P = \frac{a_0^2 q}{2D [\Theta_1, h^2(x, \Theta)]};$$

$h^*(x, \Theta)$ — толщина сжатого слоя бетона в некоторой точке плиты;
 $h^*(0, \Theta)$ — толщина сжатого слоя бетона в центре плиты; a_0 — радиус внешнего контура плиты;

$$F^* = \frac{1}{H^2} \int_0^{h^*(x, \Theta)} E_2(\Theta) |1 + R^*| z dz = E_2 A_0^* \left[\frac{\exp(-\lambda_1 z)}{A_0^* (-\lambda_1)^2} \right] \exp(-\lambda_1 z^*(x, \Theta) - (1 - \lambda_1 z^*(x, \Theta))) \left| + \frac{z^*(x, \Theta)}{b_2} \left[\ln(a_2 + b_2 z^*(x, \Theta)) - \ln a_2 \right] - \frac{1}{b_2^2} \left[(a_2 + b_2 z^*(x, \Theta)) \ln(a_2 + b_2 z^*(x, \Theta)) - (a_2 + b_2 z^*(x, \Theta)) \ln a_2 - b_2 z^*(x, \Theta) \right] \right|;$$

$$a_2 = \gamma_1 + A_0^* (1 + a_1 \lambda_1 + \lambda_1 c_1 z^*(x, b)); \quad b_2 = -A_0^* \lambda_1 c_1.$$

Поскольку при симметричной нагрузке в центре плиты имеет место чистый изгиб, то значения h^* для разных z берем из [10], принимая $y = \exp\left(-\frac{\beta_0 x^2}{4}\right)$ [где β_0 — постоянная величина, которая определяется из уравнения (6)], общее решение уравнения (5) будет:

$$\Psi^* = P(c_2 \Psi_1^* + \Psi_0^*),$$

где $\Psi_0^* = \frac{P x \exp(0,5 \beta_0 x^2)}{(3 - \nu)^2}$ — частное решение уравнения (5);

$$\Psi_1^* = c_3 \left[x + \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\beta_0^{\nu} (1 + \nu)(3 + \nu) \dots (2n - 1 + \nu)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \dots 2n \cdot 2n(2n + 2)} x^{2\nu+1} \right]$$

— решение однородного уравнения (5);

c_3 — произвольная постоянная; c_2 — постоянная, определяемая в каждом частном случае из контурных условия плиты.

Исходя из [10], значения σ для арматуры и бетона будут:

$$\sigma_s^* = H E_s(\Theta) |W^*_{s, \nu} (1 - \tau^*(r))|; \quad (7)$$

$$\sigma_b^* = \frac{E_2(\Theta)}{(1 - \nu^2)} \left| (1 - \nu) W^*_{b, \nu} + \nu W^*_{b, \nu} \beta_0 \right| \left| 1 + R^* \right| z. \quad (8)$$

Здесь $W^*_s = \sum W^*_{s, \nu} \beta_0^{\nu}$; W^*_b — прогиб от q ;

$$W^*_b = u_0 \left\{ 0,5(x^2 - 1) + \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\beta_0^{\nu} (1 + \nu)(3 + \nu) \dots (2n - 1 + \nu)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \dots 2n \cdot 2n(2n + 2)} x^{2\nu + 2} \right\}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n (1+\nu)(3+\nu) \dots (2n-1+\nu)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n \cdot 2n(2n+2)^2} \left| c_2 + \frac{P}{\alpha^2(3-\nu)} \left(e^{\alpha z} - e^{-\alpha z} \right) \right|$$

— суммарный прогиб плиты (от q и T),
где

$$c_2 = \frac{1}{|(1+\nu_1) - \nu(1-\nu_2)|} \left| \frac{P(1+\nu_0+\nu)e^{\alpha_0 z_0} 2}{\alpha_0(3-\nu)} - \alpha \Delta t(1+\nu) \right|.$$

Задача решена при значениях коэффициента α , приведенных в табл. 1, для двух случаев:

1. Действует стационарное высокотемпературное поле, ползучесть бетона не учитывается;

2. Действует стационарное высокотемпературное поле в условиях неоднородной ползучести бетона при $t \rightarrow \infty$.

Числовые результаты для указанных случаев приведены на рисунках 2 и 3 в виде графиков.

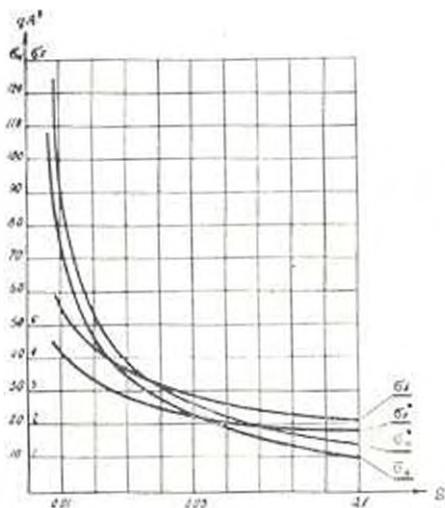


Рис. 2

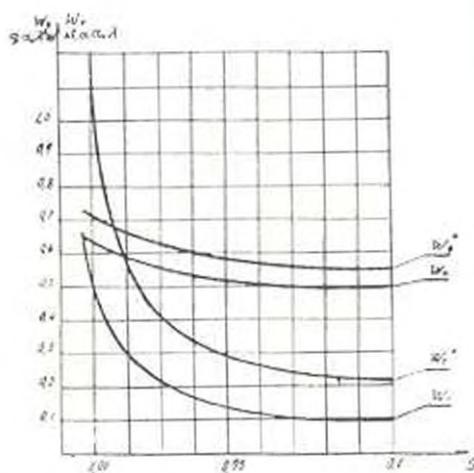


Рис. 3

Как видно из этих графиков, прогиб плиты со временем и в зависимости от уменьшения коэффициента армирования увеличивается.

Характер распределения напряжений в бетоне при высоких температурах качественно отличается от картины распределения напряжения для тех случаев, когда механические свойства материалов не зависят от температуры.

Как видно из рис. 2, со временем максимальные нормальные напряжения в бетоне уменьшаются, а в арматуре увеличиваются; перераспределение напряжений увеличивается с уменьшением коэффициента армирования.

Թ. Ա. ՀՈՒՆԱՆՅԱՆ

**ԵՐԿՈՒՐՆՑՈՒՆՆ ԿՆՐ ԻԱԼԻ ՍԻՄՄԵՏՐԻԿ ԾՌՈՒՄԸ ԲԱՐՉՐ
ՉԵՐՄԱՍԻՃԱՆՆԵՐԻ ԳԵՊԵՐՈՄ**

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Հողվածում դիտվում է երկաթբետոնե ազատ ճեղքված կնր սալի լարվածային փրճակը համասարաչափ բաշխված բեռնվածքի տակ ծովելիս՝ երբ սալը զտնվում է ստացիոնար բարձր ջերմային դաշտում, որի չեղմաստիաներ ֆունկցիա է սալի հաստատունից, էնդոնվում է, որ սալի բետոն մասի լարվածադեֆորմացիոն փրճակը պատկերող սեպտոգրաֆան հարաբերակցություններում բետոնի դեֆորմացիոն բնութագրերը զգալիորեն կախված են չեղմաստիաներից:

Խնդիրը լուծված է երկու դեպքի համար.

1. Ազդում է ստացիոնար բարձր ջերմային դաշտ, բետոնի սողըր հաշվի չի առնվում,

2. Ազդում է ստացիոնար բարձր ջերմային դաշտ բետոնի անհամաստեղ սողի պայմաններում՝ երբ ժամանակը ձգտում է անվերջություն:

ЛИТЕРАТУРА

1. Арутюнян Н. Х. Некоторые задачи теории ползучести. Гостехиздат, М.—Л., 1952.
2. Улицкий И. И. Теория и расчет «деформетонных» стержневых конструкции с учетом длительных процессов. Киев, 1967.
3. Бончиренко А. М. Некоторые вопросы деформационной теории ползучести. Харьков, 1968.
4. Гурьянов А. А., Аржанов С. М. Стационарные деформации бетона и железобетона в периодическом ЭВМ сдл. «Известия АН СССР, ОТИ, механика и машиностроение», М., 1969.
5. Эвдокин М. А. «Известия АН СССР, ОТИ, механика и машиностроение», № 4, 1961.
6. Гилжонская С. И. Пластичка и обделка. М., 1963.
7. Эвдокин М. А., Мурадян Л. М. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н)», т. XXIV, № 4, 1971.
8. Мурадян Л. М. ДАН АрмССР, том 55, № 1, 1972.
9. Гольденблат Н. И. и др. Расчет конструкции на тепловые воздействия. М., 1969.
10. Уманян Р. А. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н)», т. XXVIII, № 1, 1975.