

РАДИОТЕХНИКА

М. П. ДОЛУХАНОВ А. С. САКЯН, Բ. Н. ЭНТИՆԱ

КВАЗИРЕЛЕЕВСКИЕ ЗАМИРАНИЯ НА КОРОТКИХ ВОЛНАХ

Многочисленные наблюдения за характером замираний при приеме коротких волн со всей очевидностью показывают, что функция распределения замираний в среднем носит релеевский характер, отклоняясь в обе стороны от него при более глубоких и менее глубоких замираниях.

Релеевские замирания описываются функцией распределения

$$P(x) = e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} = e^{-\frac{x^2}{2x_{\text{ср}}^2}}, \quad (x > 0) \quad (1)$$

где  $x$  — действующее значение напряженности поля радиоволны в месте приема.

Очевидно, что такие замирания характеризуются вполне определенной и неизменной во времени глубиной при фиксированном медианном значении  $x_{\text{ср}}$ .

Учитывая это, ряд авторов пытался предложить выражение для плотности распределения с «регулирующим» параметром, с помощью которого можно было бы по желанию менять глубину замираний.

Наиболее известны распределение Райса [1], называемое также обобщенным распределением Релея, и распределение Накагами [2]. Однако, формула Райса предполагает взаимодействие сигнала с постоянной амплитудой с релеевским ансамблем. Но при дальнейшем распространении коротких волн сигнал с постоянной амплитудой сформироваться и устойчиво существовать не может. Кроме того, это распределение отображает только замирания, менее глубокие, чем релеевские.

Распределение же Накагами является неоправданно сложным и неудобным для практического применения.

В 1972 г. один из авторов настоящей статьи предложил новое распределение, получившее название *квазирелеевского* [3]. Целью настоящей статьи является более подробное исследование некоторых свойств этого распределения. Выражения для функции и плотности квазирелеевского распределения получены в предположении того, что сигнал принимается на  $n$  разнесенных антенн в условиях сложения сигналов в режиме автовыбора. Чем больше  $n$ , тем меньше глубина замираний суммарного сигнала. При  $n = 1$ , естественно, имеют место релеевские замирания. Обобщение заключается в том, что параметру  $n$  приписывается возможность принимать и нецелые значения, в том числе и значения, меньшие единицы. При этом, при  $n < 1$  возникают замирания более гу-

оокие, чем релеевские. Таким образом, при квазирелевском распределении параметр выполняет функции регулятора глубины замирания. С точки зрения физики явлений можно себе представить, что если с увеличением числа разнесенных антенн глубина замираний уменьшается, то режим  $n < 1$  соответствует ухудшению условий приема, когда замирания не компенсируются, а, наоборот, усугубляются. В упомянутой работе [3] было получено следующее выражение для видоизмененной интегральной функции распределения при квазирелевских замираниях:

$$P_n(x) = 1 - \left(1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}}\right)^n, \quad (2)$$

которая, в отличие от обычной интегральной функции, представляет собой вероятность того, что амплитуда сигнала не превышает уровень  $x$ .

Здесь  $\sigma_n$  определяется из того условия, чтобы  $y = \frac{x}{\sigma_n} = 1$  соответствовало медианному значению для данного  $n$ . Вводя соотношение

$$\sigma_n^2 = k(n) \sigma^2 \quad (3)$$

и используя выражение (1), формулу (2) можно для медианного значения переписать в виде:

$$0,5 = 1 - \left|1 - e^{-\frac{x_{med}^2}{2\sigma^2 k(n)}}\right|^n = 1 - \left|1 - e^{-\frac{0,691}{k(n)}}\right|^n. \quad (4)$$

Решая (4) относительно  $k(n)$ , находим:

$$k(n) = \frac{\sigma_n^2}{\sigma^2} = -\frac{0,691}{\ln(1 - 0,5^{1/n})}. \quad (5)$$

В табл. 1 приведены значения параметра  $\sigma_n$  для восьми дискретных значений  $n$ , выраженные через  $\sigma = \sigma_1$ .

Таблица 1

$n$	$\sigma_n / \sigma$	$(\sigma_n / \sigma)^2$
8	0.5278	0.2785
4	0.6140	0.3770
3	0.6627	0.4391
2	0.7506	0.5634
1	1.0000	1.0000
0.5	1.5520	2.4091
0.3	2.5740	6.6261
0.25	3.2779	10.7450

В принятом в этой статье определении функции распределения, плотность распределения  $p_n(x)$  оказывается связанной с функцией распределения соотношением:

$$p_n(x) = -\frac{dP_n(x)}{dx} \quad (6)$$

Выполняя дифференцирование, находим

$$p_n(x) = \frac{n}{2^{\frac{2}{n}}} \left(1 - e^{-\frac{x^2}{2^{\frac{2}{n}}}}\right)^{n-1} \cdot e^{-\frac{x^2}{2^{\frac{2}{n}}}} \cdot x. \quad (7)$$

Прежде чем перейти к анализу полученных выражений для  $p_n(x)$ , необходимо убедиться, что последние удовлетворяют двум условиям, необходимым и достаточным для того, чтобы выражение (7) было плотностью распределения непрерывной случайной величины. Этими условиями являются [4]:

$$p_n(x) \geq 0 \quad \text{и} \quad (8)$$

$$\int p_n(x) dx = 1. \quad (9)$$

Нетрудно заметить, что для всех  $x \geq 0$  в выражении (7) величина  $p_n(x)$  является положительной. Вычисление интеграла (9) при разных значениях  $n$  показывает, что условие (9) также выполняется.

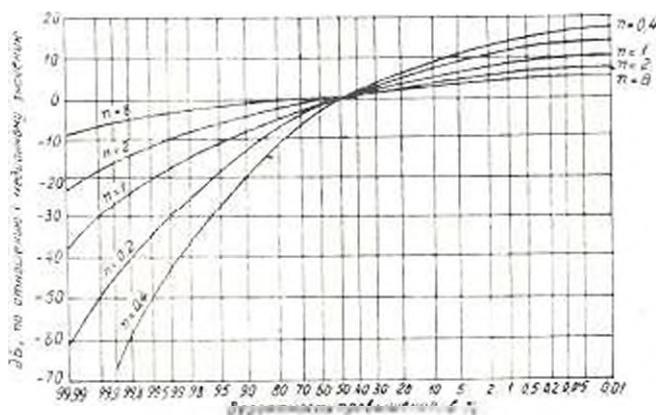


Рис. 1. Функции распределения быстрых замканий в логнормальном масштабе

На рис. 1 показано семейство функций распределения, построенное по формуле (2). По оси абсцисс отложены вероятности превышения (в процентах) значений, отложенных по оси ординат. В свою очередь эти значения выражены в дБ относительно медианных значений. Обращаем внимание, что благодаря (3) и (4) все кривые пересекают медианный уровень 0 дБ в точке, соответствующей вероятности 50%. Ось абсцисс на рис. 1 составлена в логнормальном масштабе, при котором логнор-

мальные распределения представляются семейством прямых, наклон которых определяется значением дисперсии. Для релевского распределения более удобным является так называемый релевский масштаб для оси абсцисс, при котором прямой линией выражается релевское распределение. Такой график, соответствующий рис. 1, показан на рис. 2.

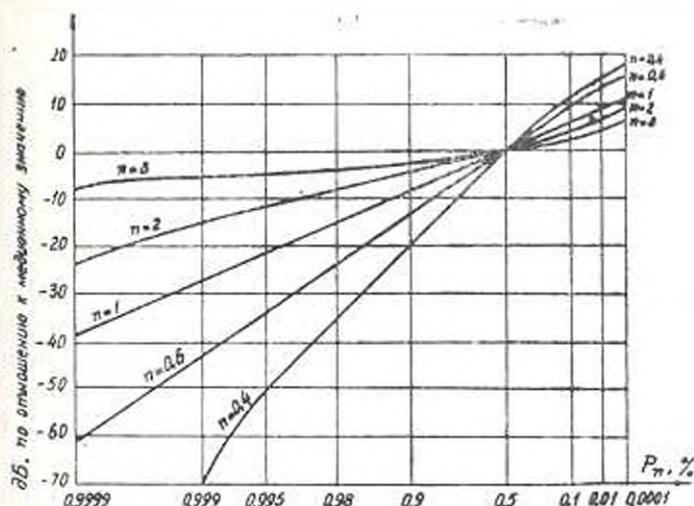


Рис. 2. Функции распределения быстрых замираний в релевском масштабе

В дальнейшем представляет интерес сопоставить средние с медианными значениями, которые очень близки одна к другой при релевском распределении, но могут отличаться при значениях  $n$ , отклоняющихся от единицы. С другой стороны, весьма важной характеристикой замираний являются дисперсии при разных значениях  $n$ . Быть может, еще более полной мерой глубины замираний является отношение стандартного отклонения (т. е. корня квадратного из дисперсии) к среднему значению.

Математическим ожиданием или средним значением непрерывной случайной величины является выражение

$$m_{1,n} = \int_0^{\infty} x p_n(x) dx = \frac{n}{\pi} \int_0^{\infty} x^2 (1 - e^{-\frac{x^2}{\pi}})^{n-1} \cdot e^{-\frac{x^2}{\pi}} dx. \quad (10)$$

В табл. 2 приведены приближенные значения  $m_{1,n} = \frac{m_{1,n}}{\sigma_n}$ , вычисленные методом разложения подынтегрального выражения в конечный ряд. В третьем столбце таблицы приведены значения  $m_{1,n}$ , полученные из значений  $m_{1,n}$  путем подстановки в них значений  $\sigma_n$  из табл. 1. В четвертом столбце табл. 2 приведены медианные значения сигнала, которые при известных  $n$  и  $\sigma_n$  вычислены по выражению (4), представленному в виде

$$\lg(1 - e^{-\frac{x^2 m_{1,n}}{2\sigma_n^2}}) = -\frac{0,30103}{n} \quad (11)$$

Таблица 2

Средние и медианные значения уровня принимаемого сигнала, подверженного квазирелевским замираниям

$n$	$m_{1,n}$	$M_{1,n}/\sigma_n^2$	$x_{\text{мед},n}/\sigma_n$	$m_{1,n}/x_{\text{мед},n}$
8	2,2708	1,1955	1,1775	1,02
4	1,9629	1,2052	1,1774	1,03
3	1,8245	1,2091	1,1776	1,03
2	1,6203	1,2162	1,1766	1,03
1	1,2533	1,2533	1,1776	1,07
0,5	0,8410	1,3052	1,1768	1,11
0,3	0,5819	1,4823	1,18	1,25
0,25	0,4980	1,6324	1,1871	1,35

Из рассмотрения табл. 2 можно сделать следующие выводы: среднее значение уровня принимаемого сигнала лишь незначительно зависит от параметра  $n$ , монотонно возрастая по мере уменьшения  $n$ ; наиболее заметен рост на участке от  $n=1$  до  $n=0,5$ ; медианные значения практически остаются постоянными, равными 1,177  $\sigma_n$  для всех значений  $n$ ; отношение  $m_{1,n}/x_{\text{мед},n}$  монотонно и незначительно возрастает по мере уменьшения  $n$ . Эти изменения целиком повторяют изменения средних значений.

По определению, центральным моментом распределения второго порядка или дисперсией непрерывной случайной величины является выражение

$$M_{2,n} = \int_0^{\infty} (x - m_{1,n})^2 p_n(x) dx = \frac{n}{\sigma_n^2} \int_0^{\infty} (x - m_{1,n})^2 (1 - e^{-\frac{x^2}{\sigma_n^2}})^{n-1} e^{-\frac{x^2}{\sigma_n^2}} x dx \quad (12)$$

В табл. 3 представлены результаты вычисления при значениях  $\sigma_n$ , взятых из табл. 1. Приведенные в табл. 3 величины являются наглядными характеристиками глубины замираний.

Таблица 3

Дисперсии ( $M_{2,n}$ ) и стандартные отклонения ( $\sigma_{\text{ст},n}$ ) принимаемого сигнала при квазирелевских замираниях

$n$	$M_{2,n} / \sigma_n^2$	$\sigma_{\text{ст},n} / \sigma_n$	$\sigma_{\text{ст},n} / M_{1,n}$
8	0,0774	0,279	0,202
4	0,1184	0,344	0,284
3	0,1480	0,387	0,318
2	0,2109	0,459	0,376
1	0,4334	0,658	0,525
0,5	0,8528	0,925	0,708
0,3	1,0783	1,059	0,720
0,25	2,5102	1,584	0,970

На рис. 3 показан график зависимости  $m_{1,n}$  и  $M_{2,n}$  от параметра  $n$  при его восьми фиксированных значениях. При этом положено  $\tau=1$ , ибо иначе нельзя было бы сопоставлять значения  $m_{1,n}$  и  $M_{2,n}$ .

На рис. 4 показана зависимость отношения  $S_{ст,n}/m_n$  от параметра  $n$ . Можно сделать вывод, что это отношение является хорошим критерием оценки глубины замираний.

Дисперсия является не только удобным мерилем глубины замираний. Она может служить также критерием эффективности приема на рассеянные антенны, применяемые как средство борьбы с замираниями. Насколько нам известно, этот прием впервые начал применяться в оптических линиях связи [5]. При распространении волны оптического диапазона в турбулентной атмосфере поперечное сечение потока излучения в месте расположения приемной антенны можно разбить на несколько пучков диаметром  $d$ , в пределах которых имеет место временная когерентность поля. Наоборот, в различных пучках флуктуации уровня поля протекают независимо.

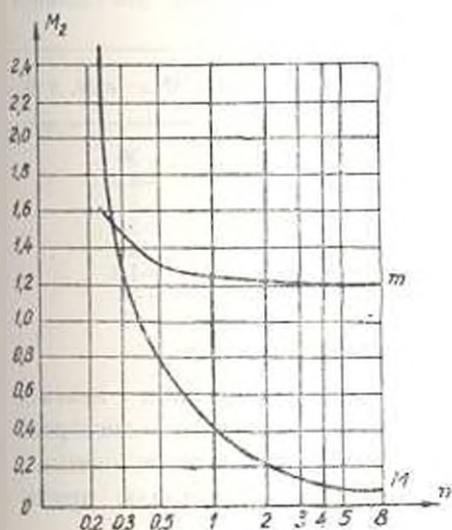


Рис. 3. Зависимость  $M_2$  и  $m$  от параметра  $n$  при  $\tau=1$

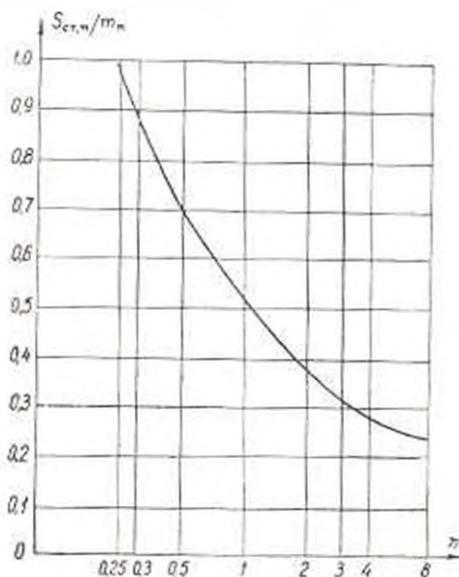


Рис. 4. Зависимость  $S_{ст,n}/m_n$  от параметра  $n$

Если в апертуре приемной антенны уменьшается всего один пучек, то возникают флуктуации уровня принимаемого поля с дисперсией  $M_2$ . Если же в апертуре помещаются  $n$  пучков, то возникает эффект *сглаживания* или *усреднения*. При этом флуктуации сигнала уменьшаются, и дисперсия результирующего сигнала определяется формулой  $M_{2,ст} \approx M_2/n$ .

Очевидно, что оптический эффект усреднения вполне эквивалентен приему на  $n$  рассеянных антенн при сложении сигналов по способу *звонвыбора*. Поскольку в основу представления о квазирелевском рас

пределении положен именно принцип сложения сигналов при разнесенном приеме, то можно ожидать, что, по аналогии с оптическими линиями связи, будет выполняться соотношение

$$M_{2,n} = M_{2,1} / n. \quad (13)$$

Степень выполнения этого соотношения иллюстрируется табл. 4. В первом столбце таблицы указано число разнесенных антенн, участвующих в процессе сложения, включая обобщенное представление о количестве антенн при  $n < 1$ . Во втором столбце приведены выраженные через  $\sigma^2$  значения дисперсии. Данные таблицы показывают, что соотношение (13) достаточно хорошо выполняется для значений  $n$  в интервале от 4 до 0,5 и удовлетворительно для всех остальных значений.

Напомним, что в практике не применяются разнесения с  $n > 6$ . Тем самым доказывается возможность применения принятой в оптических линиях связи концепции о зависимости дисперсии замираний сиг-

Таблица 4

Изменение относительного значения дисперсии принимаемого сигнала в зависимости от количества антенн, участвующих в разнесенном приеме при сложении сигналов по методу автовыбора

$n$	$M_{2,n} \sigma^2$	$M_{2,1} / M_{2,n}$	$(M_{2,1} / M_{2,n} - n) / n, \%$
8	0,0774	5,59	-30
4	0,1184	3,66	-81,5
3	0,1480	2,93	-2,4
2	0,2109	2,06	-2,7
1	0,4334	1,00	0,0
0,5	0,8578	0,508	-1,6
0,3	1,0583	0,411	-33
0,25	2,5102	0,175	-30

нала от числа антенн, участвующих в разнесенном приеме, и к коротковолновым линиям связи. Выражаясь точнее, дисперсия замираний КВ сигнала, принятого на  $n$  разнесенных антенн, оказывается в  $n$  раз меньше дисперсии замираний того же сигнала, принятого на одиночную антенну.

Ленинградский электротехнический институт связи им. М. А. Бонч-Бруевича

Получено 11.XI.1974

© 1975 ЧИТАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР НАЦИОНАЛЬНОГО ИСТОРИКО-КУЛЬТУРНОГО НАСЛЕДИЯ

ՀԱՅԿԱՍՏԱՆԻ ԳՐԱԴԱՐԱՆԱԿԱՆ ԿԵՆՏՐՈՆԻ ԿՈՒՆԻՍՏԱԿԱՆ ԳՐԱԴԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ա Վ Ք Ո Փ Ո Ւ Օ

Հողփառում դիտված է միազարանետրիկ կեղծ սելեկտիան բաշխումը, որը դառնալուստն ունեցող այն բաշխումներից տարրերիցում է իր զգալի պարզաբանումը՝ զործնական կիրառման տեսակետից:

Հաշվված են բաշխման վիճակագրական բնութագրերը: Տարածական ազդերնդունման սեռանկյունից կատարված է անսլոգիա կարճալիքային և օպտիկական կապի դժերի միջև: Հիմնավորված է կարճ ալիքների արագ մարումների խորութունը դիսպերսիայի միջոցով դնանաակյու ճնարավորութունը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

- 1 Rice C. O. Statistical properties of a sine wave plus random noise, Bell Syst Techn. Journ., 27, Jan. 1948.
- 2 Kakagami M. The  $n$ -distribution—a general formula of intensity distribution of rapid. Statistical methods of radio wave propagation, Pergamon Press, 1960.
- 3 Долуханов М. П. Флуктуационные процессы при распространении радиоволн Изд. «Связь», М., 1971.
- 4 Левиц Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга первая. Изд. «Советское радио», М., 1969.
- 5 Lawrence R., Strothben J. A Survey of Clat-Air Propagation Effects relevant to optical Communications, Proc. IEEE, 58, Oct. 1970.