

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

М. В. БАПБУРЯН

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ
ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ СУБСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Субсинхронные двигатели—двигатели с электромагнитной редукцией скорости вращения—находят применение в автоматических системах и устройствах, где требуется обеспечение низких точно фиксированных стабильных скоростей вращения без применения понижающих механических устройств [1]. Сложный гармонический состав поля в воздушном зазоре субсинхронных двигателей приводит к воздействию на ротор добавочных асинхронных и синхронных моментов, затрудняющих пуск и увеличивающих неравномерность мгновенной скорости вращения. Для определения критерияльных соотношений между параметрами субсинхронного двигателя и нагрузки, обеспечивающих надежную работу в достаточно широком диапазоне механических нагрузок, необходимо исследовать переходные режимы. Целью данной работы является разработка математической модели для анализа переходных процессов в субсинхронных двигателях.

В основу исследования положена физическая модель идеализированной обобщенной субсинхронной машины [2]. В качестве такой модели, естественно, исходя из общего принципа работы различных типов субсинхронных двигателей, приняты явнополюсный двигатель с распределенной зубчатой зоной, имеющий две фазные системы обмоток на статоре и короткозамкнутую обмотку на роторе.

Сформулируем основные допущения и предположения, принимаемые при построении и изучении электромагнитных процессов этой физической модели.

1. Фазные обмотки симметричны. Короткозамкнутая обмотка ротора заменяется эквивалентной двухфазной.
 2. Магнитная проницаемость стали $\mu_{ст} \rightarrow \infty$. Насыщение учитывается соответствующим выбором параметров.
 3. Приложенные к машине напряжения являются синусоидальными функциями времени.
 4. Обобщенная машина принимается двухполюсной.
 5. Пространственное распределение магнитных потоков в п.с. обмоток статора и ротора синусоидально.
 6. В качестве осей машины приняты направления максимальной (ось d) и минимальной (ось q) магнитных проводимостей воздушного зазора.
- Основные электромагнитные процессы в субсинхронных двигателях

определяются гармониками, создающими основной электромагнитный момент и индуктирующими в обмотках э.д.с. основной частоты, т. е. эквивалентной основной гармонической магнитного поля в зазоре, вращающейся в пространстве синхронно с осями d, q со скоростью в k_p раз больше субсинхронной скорости ротора (k_p — коэффициент редукции).

Для анализа электромагнитных процессов в субсинхронных двигателях можно использовать две модели машины:

I модель — имеет оси координат, жестко связанные с обмотками;

II модель — имеет оси координат, связанные с осями d, q .

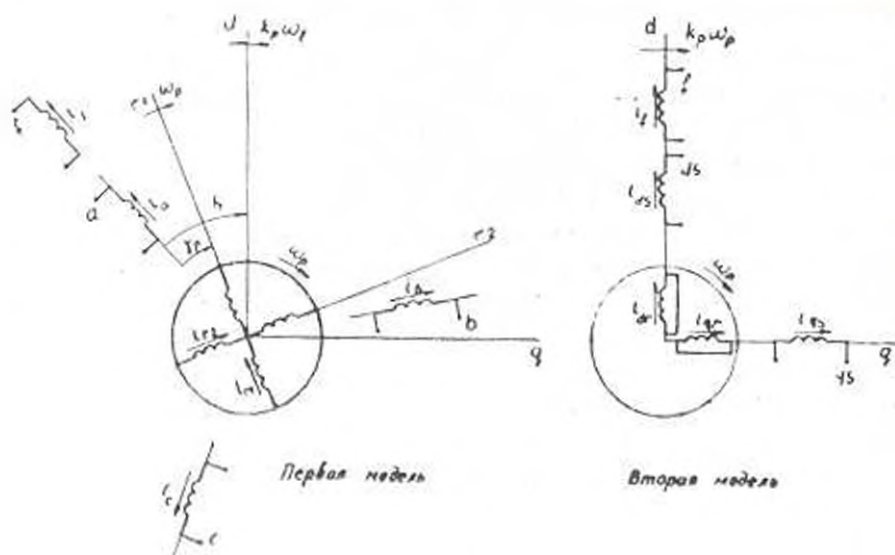


Рис. 1. Модели идеализированной субсинхронной машины

Уравнения э.д.с. первой модели идеализированной машины имеют вид:

$$u_1 = R_1 i_1 + \frac{d}{dt} (L_1 i_1), \quad (1)$$

где u_1 — вектор приложенного напряжения; i_1 — вектор тока; R_1 — матрица активных сопротивлений; $L_1 i_1$ — вектор потокоцеплений.

Индуктивные связи между обмотками являются функцией взаимного расположения в пространстве обмоток машины и осей d и q [3].

Матрица индуктивностей имеет вид:

$$L_1 = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{am} & L_{af} \\ & L_{mm} & L_{mf} \\ & & L_{ff} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $n = a, b, c$ (0, 2, 1); $m = r1, r2$ (0, 1); f — индексы обмоток статора, ротора и возбуждения.

Матрица L_1 симметрична относительно главной диагонали. Диагональные элементы — индуктивности отдельных обмоток; остальные элементы

соответствуют взаимным индуктивностям пар обмоток, обозначенных индексами.

Само- и взаимноиндуктивности статора

$$L_{nn} = A_s + L_{\sigma} = B_s \cos \left(2\theta - \frac{2\pi}{3} n \right);$$

$$L_{nN} = -\frac{A_s}{2} + B_s \cos \left[2\theta - \frac{2\pi}{3} (n + N) \right];$$

Само- и взаимноиндуктивности ротора:

$$L_{mm} = A_r + L_{\sigma} = B_r \cos(\theta - \tau_r - \pi m);$$

$$L_{r1,2} = B_r \sin 2(\theta - \tau_r);$$

Взаимноиндуктивности между обмотками статора и ротора

$$L_{nm} = A_{sr} \cos \left(\tau_r + \frac{2\pi}{3} n - \frac{\pi}{2} m \right) = B_{sr} \cos \left(2\theta - \tau_r - \frac{2\pi}{3} n - \frac{\pi}{2} m \right).$$

Индуктивные связи, обусловленные обмоткой возбуждения, определяются способом возбуждения машины:

а) при радиальном возбуждении

$$L_f = A_f + L_{\sigma} = B_f \cos 2\theta;$$

$$L_{nf} = -\frac{A_{nf}}{2} + B_{sf} \cos \left(2\theta - \frac{2\pi}{3} n \right);$$

$$L_{df} = A_{df} = B_{df} \cos 2\theta;$$

$$L_{mf} = A_{rf} \cos \left(\tau_r + \frac{\pi}{2} m \right) = B_{rf} \cos \left(2\theta - \tau_r - \frac{\pi}{2} m \right).$$

б) при осевом возбуждении

$$L_{nf} = M_{dsf} \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} n \right);$$

$$L_{mf} = M_{drf} \cos \left(\theta - \tau_r - \frac{\pi}{2} m \right);$$

$$L_f = M_{df} + L_{\sigma}.$$

Коэффициенты элементов матрицы L_1 имеют вид:

$$A_s = \frac{M_{ds} + M_{qs}}{2};$$

$$B_s = \frac{M_{ds} - M_{qs}}{2};$$

$$A_r = \frac{M_{dr} + M_{qr}}{2};$$

$$B_r = \frac{M_{dr} - M_{qr}}{2};$$

$$A_f = \frac{M_{df} + M_{qf}}{2};$$

$$B_f = \frac{M_{df} - M_{qf}}{2};$$

$$\begin{aligned} A_{sr} &= \frac{M_{dsr} + M_{qsr}}{2}, & B_{sr} &= \frac{M_{dsr} - M_{qsr}}{2}, \\ A_{sf} &= \frac{M_{dsf} + M_{qsf}}{2}, & B_{sf} &= \frac{M_{dsf} - M_{qsf}}{2}, \\ A_{rf} &= \frac{M_{drf} + M_{qrf}}{2}, & B_{rf} &= \frac{M_{drf} - M_{qrf}}{2}, \end{aligned}$$

где M_{da} — коэффициент самовиндукции фазы a , соответствующий потоку взаимовиндукции при совпадении оси фазы a с осью d ;

M_{qa} — коэффициент самовиндукции фазы a при совпадении оси фазы с осью q ;

M_{dr} , M_{qr} , M_{df} и M_{qf} — аналогичные величины коэффициентов самовиндукции фазы r и обмотки возбуждения,

M_{dsr} — коэффициент взаимовиндукции между фазами a и r при совпадении их осей с осью d ;

M_{qsr} — коэффициент взаимовиндукции между фазами при совпадении их осей с осью q ;

M_{dsf} , M_{qsf} , M_{drf} , M_{qrf} — аналогичные величины коэффициентов взаимовиндукции соответственно между фазами статора, ротора и обмоткой возбуждения;

L_{aa} , L_{ar} , L_{af} — индуктивность рассеяния соответственно фаз a , r и обмотки возбуждения.

$$\gamma = \int \omega_r dt + \gamma_0 \text{ — угол поворота ротора,}$$

$$\vartheta = \gamma_{ar} + \vartheta_0 \text{ — угол поворота оси } d,$$

$$\omega_r \text{ — угловая скорость вращения ротора.}$$

Углы γ_0 и ϑ_0 определяются выбором осей фазных систем обмоток.

Выполняя дифференцирование с учетом экв. (1) запишем в виде

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + \gamma_r \frac{\partial L_{11}}{\partial \gamma_r} i_1. \quad (3)$$

Полученные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами неудобны для анализа электромагнитных процессов, так как, даже в установившемся режиме работы, токи системы являются функциями времени.

Для получения уравнений с постоянными коэффициентами необходимо преобразовать токи статора и ротора из систем координат, жестко связанных с обмотками, в систему координат d , q .

$$\vec{i}_1 = C \vec{i}_2$$

где C — матрица преобразования для токов:

$$C = \begin{bmatrix} C_{ni} & 0 & 0 \\ 0 & C_{mj} & 0 \\ 0 & 0 & C_f \end{bmatrix} \quad (4)$$

$i=ds, qs(0, 1)$; $j=dr, qr(0, 1)$ — индексы обмоток статора и ротора второй модели идеализированной машины;

$$C_{ni} = \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}n + \frac{\pi}{2}i\right);$$

$$C_{mj} = \cos\left(\theta - \gamma_p + \frac{\pi}{2}m - \frac{\pi}{2}j\right);$$

$C_f = \cos\theta$ — при радиальном возбуждении;

$C_f = 1$ — при осевом возбуждении.

Вектор напряжения в преобразованной системе координат $u_2 = C \cdot u_1$ и уравнение э. д. с. в осях d, q

$$u_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + g_2 i_2 = Z_2(p) i_2, \quad (5)$$

где $\theta = k_p \gamma_p$ — скорость вращения осей;

$R_2 = C \cdot R_1 C$ — матрица сопротивлений;

$L_2 = C \cdot L_1 C$ — матрица индуктивностей;

$g_2 = C \cdot L_1 \frac{dC}{dt} + \frac{\partial L_1}{\partial \theta} C$ — матрица момента.

Универсальная матрица переходных сопротивлений $Z_2(p)$ машины имеет вид

	ds	qs	dr	qr	f
ds	$\frac{3}{2}(R_s + pL_{ds})$	$-\frac{3}{2}L_{qs}p\theta$	$\frac{3}{2}pM_{dsr}$	$-\frac{3}{2}M_{qsr}p\theta$	$\frac{3}{2}pM_{sf}$
qs	$\frac{3}{2}L_{ds}p\theta$	$\frac{3}{2}(R_s + pL_{qs})$	$\frac{3}{2}M_{dsr}p\theta$	$\frac{3}{2}pM_{qsr}$	$\frac{3}{2}M_{sf}p\theta$
dr	$\frac{3}{2}pM_{dsr}$	$-\frac{3}{2}\frac{k_p-1}{k_p}M_{qsr}p\theta$	$R_r + pL_{dr}$	$-\frac{k_p-1}{k_p}L_{qr}p\theta$	pM_{rf}
qr	$\frac{3}{2}\frac{k_p-1}{k_p}M_{dsr}p\theta$	$\frac{3}{2}pM_{qsr}$	$\frac{k_p-1}{k_p}L_{qr}p\theta$	$R_r + pL_{qr}$	$\frac{k_p-1}{k_p}M_{rf}p\theta$
f	$\frac{3}{2}pM_{sf}$	0	pM_{rf}	0	$R_f + pL_f$

где $L_{ds} = \frac{3}{2}M_{da} + L_{ss}$ — "трехфазная" полная индуктивность фазы обмотки статора по оси d ;

$L_{qs} = \frac{3}{2}M_{qa} + L_{ss}$ — аналогичная величина по оси q ;

$L_{dr} = M_{dr} + L_r$ — индуктивность фазы ротора по оси d ;

$L_{qr} = M_{qr} + L_r$ — индуктивность фазы ротора по оси q .

Вводя коэффициенты формы поля по продольной и поперечной осям k_d и k_q , выражения для коэффициентов само- и взаимондукции можно записать в виде:

$$L_{ds} = k_d L_s + L_{\sigma}; \quad L_{qs} = k_q L_s + L_{\sigma};$$

$$L_{dr} = k_d L_r + L_{\sigma}; \quad L_{qr} = k_q L_r + L_{\sigma};$$

$$M_{dsr} = k_d M_{sr}; \quad M_{qsr} = k_q M_{sr},$$

где L_s , L_r , M_{sr} — индуктивности фаз обмоток статора и ротора и взаимондуктивность между ними, соответствующие приведенному равномерному воздушному зазору.

Имея матрицу переходных сопротивлений $Z_d(p)$ можно исследовать установившиеся и переходные режимы работы основных типов субсинхронных двигателей. В частности, на основе данной математической модели проведено теоретическое исследование режима малых колебаний различных типов субсинхронных двигателей, определены синхронизирующий и демпферный моменты, собственные частоты колебаний.

Поступило 6 VI 1974

Վ. Մ. ԲԱՅԲՈՒՐՅԱՆ

ՍՈՒՐՍԻՆԿՐՈՆ, ՇԱՐԺԻՋՆԵՐԻ ԱՆՑՈՂԻՆ ԳՐՈՑԵՆՆԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՄԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՈՐՈՒՆԷԼ

Ո. Մ. ԲԱՅԲՈՒՐՅԱՆ

Հոդվածում ուսումնասիրված են սուրսինկրոն մեքենայի ֆիզիկական մոդելները, ստացված են սարքեր տիպերի սուրսինկրոն մեքենաների փաթեթների ինքնա- և փոխինդուկտիվությունների արտահայտությունները: Հիմնական պարամետրերի վերլուծության հիման վրա ստացված է բնութագրացված էլեկտրադինամիկական մոդելի անցողիկ դիմադրությունների մատրիցան:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Курикин А. С., Юферов Ф. М. О принципе действия редукторных двигателей // Известия вузов. Электромеханика, 1964, № 2.
2. Киселев П. Ю. Уравнения для исследования режимов работы тихоходных безредукторных электромеханических машин В кн. Электромеханика малой мощности. М., «Наука», 1971.
3. Христен В. В. Электрические микромашины переменного тока для устройств автоматики. М., «Энергия», 1969.