

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Г. Л. АРЕШЯН

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО
МОМЕНТА ИНДУКТОРНОГО ОДНОФАЗНОГО
ГЕНЕРАТОРА С ПУЛЬСИРУЮЩИМ ПОТОКОМ

В работах [1, 2], посвященных теории однофазных индукторных генераторов с пульсирующим потоком, не рассматривались вопросы получения аналитических выражений электромагнитного момента и виде функции угла положения ротора, с учетом гармоник токов (хотя бы только первых), которые существуют во всех трех обмотках генератора: возбуждения, силовой и демпферной. В этих работах получены выражения для постоянной составляющей электромагнитного момента в предположении наличия продольной и поперечной составляющих тока первой гармоники только в силовой обмотке. Между тем, в рассматриваемых генераторах, даже в установившихся режимах во всех трех обмотках величина первых гармоник токов оказывается одного и того же порядка (речь идет о приведенных значениях токов, выраженных в относительных единицах). В некоторых генераторах (в зависимости от параметров) заметно выражены также вторые и третьи гармоники токов. Поэтому представляет определенный теоретический и практический интерес получение аналитического выражения электромагнитного момента таких генераторов и анализ влияния гармоник токов обмоток возбуждения и демпферной как на постоянную составляющую момента, так и на амплитуды гармоник в разложении функции момента при повороте ротора на 2π электрических радиан. В настоящей работе ставится задача получения аналитического выражения электромагнитного момента, и его анализ для некоторых частных случаев дается в другой работе автора.

Индукторную машину с пульсирующим потоком будем рассматривать как систему, состоящую из четырех взаимосвязанных контуров в обобщенном пространстве Лагранжа, с соответствующими обобщенными силами, координатами, скоростями и импульсами. Первые три контура в пространстве Q [3] представляют собой электрические контуры обмоток возбуждения, силовой и демпферной (индексы «в», «с» и «д»). Четвертый контур — контур механический (вещественные массы статора и ротора генератора и первичного двигателя).

В обобщенном уравнении Лагранжа

$$F_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}_i} - \frac{\partial T}{\partial \gamma_i} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (1)$$

обобщенные силы F_i для четырех контуров будут: три э. д. с. и момент вращения

$$F_1 = e_a, \quad F_2 = e_c, \quad F_3 = e_b, \quad F_4 = M;$$

обобщенными координатами будут: электрические заряды и угол поворота ротора α в геометрических радианах

$$\gamma_1 = q_a, \quad \gamma_2 = q_c, \quad \gamma_3 = q_b, \quad \gamma_4 = \alpha;$$

обобщенными скоростями будут: электрические токи обмоток и угловая скорость вращения ротора в пространстве

$$\dot{\gamma}_1 = i_a, \quad \dot{\gamma}_2 = i_c, \quad \dot{\gamma}_3 = i_b, \quad \dot{\gamma}_4 = \dot{\alpha} = \omega_m.$$

Полная кинетическая энергия системы T равна сумме кинетической энергии T_a первых трех контуров и кинетической энергии четвертого контура T_m (как известно, кинетическая энергия, как квадратичная форма электрических токов, умноженных на механические скорости, не обнаружена):

$$T = T_a + T_m; \quad T_a = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 L_{ik} \dot{\gamma}_i \dot{\gamma}_k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 L_{ik} i_i i_k; \\ T_m = \frac{1}{2} K_J \dot{\alpha}^2. \quad (2)$$

где L_{ik} — элементы матрицы индуктивности, с учетом параметров нагрузки;

K_J — момент инерции вращающихся вещественных масс системы. Внешний момент, действующий на четвертый контур на основе уравнения (1), будет равен:

$$M = \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} - \frac{\partial T}{\partial \alpha}. \quad (3)$$

Соответствующие производные определяются на основе (2):

$$\frac{\partial T_m}{\partial \alpha} = K_J \dot{\alpha}; \quad \frac{\partial T_a}{\partial \alpha} = 0; \quad \frac{\partial T_a}{\partial \dot{\alpha}} = 0; \quad \frac{\partial T_m}{\partial \dot{\alpha}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \frac{\partial L_{ik}}{\partial \alpha} i_i i_k. \quad (4)$$

Элементы матрицы индуктивности являются функциями положения ротора и выражаются через аргумент γ — угла в электрических радианах. Связь между α и γ линейная: $\gamma = p\alpha$, где $p = z_p/z_r$ — число пар полюсов индукторного генератора, равное числу зубцов ротора. Подставляя значения частных производных по уравнению (4) в уравнение (3) и переходя к углу γ , получаем:

$$M = \frac{1}{p} K_i \ddot{\gamma} - \frac{p}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \frac{\partial L_{ik}}{\partial \dot{\gamma}} i_i i_k. \quad (5)$$

Второй член уравнения (5) представляет собой электромагнитный момент индукторной машины. Обозначая квадратную матрицу индуктивностей через $L = \|L_{ik}\|$, столбцовую матрицу токов — через $J = (i_1, i_2, i_3)$ и транспонированную матрицу токов через J' , получим на основе (5) выражение электромагнитного момента, записанное через матрицы, в виде:

$$M_1 = - \frac{p}{2} J' \frac{\partial L}{\partial \dot{\gamma}} J. \quad (6)$$

В выражениях (5) и (6) матрица L представляет собой сумму матрицы индуктивностей машины и матрицы индуктивностей внешней нагрузки. Поскольку индуктивность (и емкость) внешней нагрузки не зависит от угла γ , то в уравнениях (5) и (6) вполне допустимо подставлять только матрицу индуктивности машины. В дальнейшем в уравнении (6) будет использоваться матрица L , учитывающая индуктивности контуров только на участках внутри машины, т. е. в (6) будет подставляться матрица индуктивностей машины. Выражая матрицу индуктивностей L через матрицу магнитных проводимостей Λ и диагональную матрицу витков машины $W = \{W_1, W_2, W_3\}$ $L = W \Lambda W$, получим другое выражение для электромагнитного момента:

$$M_1 = - \frac{p}{2} F' \frac{\partial \Lambda}{\partial \dot{\gamma}} F, \quad (7)$$

где $F = WJ = (f_1, f_2, f_3)$ — столбцовая матрица м. д. с. машины; $F' = J'W$ — строчная матрица этих же м. д. с.

Уравнение (7) справедливо как для переходных процессов, так и для установившихся режимов работы. Рассмотрим подробно второй случай на примере пятизонного, двухкатушечного индукторного генератора с встречным расположением зон, т. е. типа $(b_1 \bar{a} b_2 \bar{a} b_1)$ $(b_1 \bar{a} b_2 \bar{a} b_1)$. К этому типу генераторов относятся генераторы на 8000 Гц, преобразователей серии ВПЧ (Ереван, Армэлектрозавод).

Матрица магнитных проводимостей машины Λ для генераторов типа $(b_1 \bar{a} b_2 \bar{a} b_1)$ $(b_1 \bar{a} b_2 \bar{a} b_1)$ равна*:

$$\Lambda = \frac{l_{cp}}{4p_n} \begin{vmatrix} 8\Lambda_2 - 8\phi + z_n & 2\Lambda_1 - 2\phi & 4\Lambda_2 - 4\phi + z_{n1} \\ 2\Lambda_1 - 2\phi & \Lambda_1 - 0.5\phi + z_c & \Lambda_1 - \phi \\ 4\Lambda_2 - 4\phi + z_{n1} & \Lambda_1 - \phi & 2\Lambda_2 - 2\phi + z_n \end{vmatrix} = \frac{l_{cp}}{4p_n} \bar{\Lambda}. \quad (8)$$

* Выражение (8) получено автором на основе схемы замещения, составленной для магнитных потоков и м.д.с. обмоток длинного типа генератора и в настоящей статье не выводится, ввиду ограниченности объема статьи.

Коэффициенты ρ и $\varepsilon_{\text{ср}}$ являются постоянными и в дальнейших выражениях не участвуют. Коэффициенты Λ_2 и Λ_3 зависят от угла γ и, с точностью до третьих гармоник включительно, равны:

$$\Lambda_2 = 1 + m_2 \cos 2\gamma; \quad \Lambda_3 = 1 + m_1 \cos \gamma + m_2 \cos 2\gamma + m_3 \cos 3\gamma, \quad (9)$$

где m_i — коэффициенты модуляции.

В выражении (8) $i_{\text{ср}}$ является средней величиной магнитной проводимости зубцовой зоны "а", а p_n равно числу пар полюсов обмотки возбуждения.

В силу уравнения (8), получаем

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \gamma} = \frac{i_{\text{ср}}}{4p_n} \frac{\partial \bar{\Lambda}}{\partial \gamma} = \frac{i_{\text{ср}}}{4p_n} \bar{\Lambda}, \quad (10)$$

где через $\bar{\Lambda}$ обозначена производная матрицы Λ по γ .

Производя необходимые вычисления, с учетом уравнения (9), получаем

$$\bar{\Lambda} = -A_1 \sin \gamma - A_2 \sin 2\gamma - A_3 \sin 3\gamma, \quad (11)$$

где матрицы A_i равны:

$$A_1 = m_1 \begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}; \quad A_2 = 2m_2 \begin{vmatrix} 8 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}; \quad A_3 = 3m_3 \begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}. \quad (12)$$

Выразим матрицы m , д. с. также через относительные величины.

За базовое значение для m , д. с. примем постоянную составляющую m , д. с. обмотки возбуждения $f_{\text{во}} = W_{\text{во}} i_{\text{во}}$. Тогда

$$F = f_{\text{во}} \bar{F}, \quad F^t = f_{\text{во}} \bar{F}^t. \quad (13)$$

Подставляя в уравнение (7) составляющие значения по уравнениям (10) и (13), получим:

$$M_1 = M_b \bar{M}_1; \quad M_b = \frac{\rho}{2} \frac{i_{\text{ср}}}{4p_n} f_{\text{во}}^2; \quad \bar{M}_1 = -\bar{F}^t \bar{\Lambda} \bar{F}, \quad (14)$$

где M_b — базовый электромагнитный момент;

$\bar{M}_1$ — электромагнитный момент в относительных единицах.

Как следует из (14), для вычисления электромагнитного момента необходимо знание матриц $\bar{\Lambda}$ и $\bar{F}$ (матрица $\bar{F}^t$ определяется из $\bar{F}$).

Для рассматриваемого типа генераторов матрица $\bar{\Lambda}$ задается уравнением (11) и не зависит от режимов работы генератора. Различные

режимы работы генератора обуславливают различные значения матрицы м. д. с. $\bar{F}$ и, следовательно, различные значения $\bar{M}_1$. Для установившихся режимов работы при постоянной скорости вращения ротора, матрица м. д. с. $\bar{F}$ для конкретных внешних нагрузок генератора определяется в результате решения основной системы уравнений м. д. с. [4]. Матрицу м. д. с. можно определить с точностью до любого числа гармоник. Исследования показали, что для широкого диапазона изменения $\cos \varphi$, четвертые и выше гармоники м. д. с. практически очень малы (по отношению к первым гармоникам), и для практики представляет интерес только первые три гармоники м. д. с. обмоток генератора. Представим м. д. с. обмоток в относительных величинах в виде:

$$\begin{aligned} \bar{f}_d &= 1 + \sum_{\nu=1}^3 \bar{F}_{d\nu}^d \cos \nu \gamma_1 + \sum_{\nu=1}^3 \bar{F}_{d\nu}^q \sin \nu \gamma_1; \\ \bar{f}_c &= \sum_{\nu=1}^3 \bar{F}_{c\nu}^d \cos \nu \gamma_1 + \sum_{\nu=1}^3 \bar{F}_{c\nu}^q \sin \nu \gamma_1; \\ \bar{f}_s &= \sum_{\nu=1}^3 \bar{F}_{s\nu}^d \cos \nu \gamma_1 + \sum_{\nu=1}^3 \bar{F}_{s\nu}^q \sin \nu \gamma_1. \end{aligned} \quad (15)$$

На основе (15) образуется матрица м. д. с. $\bar{F}$ вида

$$\bar{F} = \bar{F}_0 + \sum_{\nu=1}^3 \bar{F}_{\nu}^d \cos \nu \gamma_1 + \sum_{\nu=1}^3 \bar{F}_{\nu}^q \sin \nu \gamma_1, \quad (16)$$

где $\bar{F}_0 = (100)$ — столбцовая матрица постоянных составляющих м. д. с;

$\bar{F}_{\nu}^d = (\bar{F}_{\nu}^{d1} \bar{F}_{\nu}^{d2} \bar{F}_{\nu}^{d3})$ — столбцовая матрица продольных м. д. с. ν -ых гармоник;

$\bar{F}_{\nu}^q = (\bar{F}_{\nu}^{q1} \bar{F}_{\nu}^{q2} \bar{F}_{\nu}^{q3})$ — столбцовая матрица поперечных м. д. с. ν -ых гармоник.

Обозначая квадратными скобками строимые матрицы, получаем для транспонированных матриц выражение

$$\bar{F}^t = \bar{F}_0^t + \sum_{\nu=1}^3 (\bar{F}_{\nu}^d)^t \cos \nu \gamma_1 + \sum_{\nu=1}^3 (\bar{F}_{\nu}^q)^t \sin \nu \gamma_1, \quad (17)$$

где

$$\bar{F}_0^t = [100]; \quad (\bar{F}_{\nu}^i)^t = [\bar{F}_{\nu}^{i1} \bar{F}_{\nu}^{i2} \bar{F}_{\nu}^{i3}]; \quad i = d, q; \quad \nu = 1, 2, 3.$$

Как было указано, для конкретного установившегося режима, численные значения $\bar{F}_{\nu}^i$ ($i = \text{в. с. д.}; i = d, q; \nu = 1, 2, 3$) определяются ре-

шением основной системы уравнений м. д. с. и при вычислении электромагнитного момента являются заданными.

Подставив значения $\tilde{A}$ по уравнению (11), $\tilde{F}$ по уравнению (16) и $\tilde{F}'$ по уравнению (17) в выражение для $\tilde{M}_e$ [последнее уравнение (14)], произведя перемножение и тригонометрические преобразования, получаем выражение электромагнитного момента в виде:

$$\tilde{M}_e(\gamma) = C_0 + \sum_k C_k \cos k\gamma + \sum_k S_k \sin k\gamma, \quad (18)$$

где C_0 — постоянная составляющая, а C_k и S_k ($k = 1, 2, \dots, 6$) — амплитуды косинусных и синусных гармоник.

Получены аналитические выражения этих скалярных величин через исходные матрицы. Полученные выражения решают поставленную задачу, т. к. позволяют вычислить составляющие электромагнитного момента для любого заданного режима нагрузки с учетом взаимодействия всех гармоник токов (м. д. с.), которые существуют в трех обмотках генератора.

ЕрПН им. К. Маркса

Поступило 18.III.1975.

Գ. Լ. ԱՐԵՇԱՆ

ԲԱԲԱՆՈՂ ՀՈՍԲՈՎ ԽԱՆԱԶ ԻՆԴՈՒՍՏՐԻԱԿԱՆ ԳԵՆԵՐԱՏՈՐԻ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԵՒԱԿԱՆ ԽՈՒՄԵՆՏԻ ԱՆԱՎՈՏԻՎ ԱՐՏԱՀԱՅՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հազարավոր բնդհանրացման համառարման հիման վրա ստացված է ինդուկտորային դիներատորի էլեկտրամագնիսական մոմենտի անալիտիկ արտահայտությունը կախված ստորի դիրքի անկյունից:

Մոմենտի ֆունկցիան վերածված է Ֆուրյեի սինուսային և կոսինուսային շարքի և ստացված են մոմենտի հաստատված բաղադրիչի և սինուսային ու կոսինուսային հարմոնիկաների ամպլիտուդաների անալիտիկ արտահայտությունները: Ստացված բանաձևերը հաշվի են առնում մ. շ. ու. -երի հարմոնիկ բաղադրիչները բոլոր երեք փաթույթներում և մագնիսական հոսքի մագնիսային առաջին երեք գործակիցները:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Алексеев М. М. Машинные генераторы повышенной частоты. Изд. «Энергия», 1967.
2. Альпер Н. Я., Терзян А. А. Индукторные генераторы. Изд. «Энергия», 1970.
3. Носицын А. Г. О принципах электромеханики. «Доклады АН АрмССР», 1970, т. 51, № 1.
4. Арешян Г. Л. Теория установившихся процессов однофазных генераторов с пульсирующим потоком. «Доклады АН АрмССР», 1974, т. 58, № 5.