ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVIII, №1, 1975 Серия технических наук

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

К. М. МЕЛКОНЯН

МОСТОВАЯ ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ЦЕПЬ КАК ЗВЕНО АВТОМАТИЧЕСКОЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

В последнее время получили распространение автоматические приборы переменного тока для измерения комплексного сопротивления с компенсационными, компенсационно-мостовыми и мостовыми измерительными цепями [2, 3, 4]. При автоматизации процесса измерения комплексного сопротивления $(\dot Z = R + jX)$ соответствующая измерительная цепь включается как звено в автоматическую измерительную систему.

Цель настоящей статьи — исследование динамики мостовой уравновешенной цепи переменного тока (рис. 1) на примере конкретных мостовых цепей (рис. 2). Из множества вариантов исполнений мостовых схем выбраны только 14, содержащие комплексное сопротивление. Указанные схемы можно представить 5 основными видами измерительных цепочек (см. рис. 2). Эти исполнения мостовых цепей рассмотрены в статье в качестве примеров анализа при изучении поведения моста в области больших и малых отклонений от положения равновесия $\dot E = 0$.

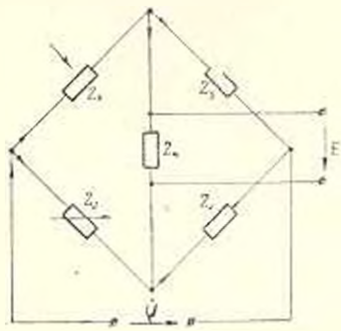

Рис. 1. Мостовая измерительная цепь переменного тока $\dot U = U_0 \sin \omega t$

Как составная часть всего автоматического измерительного прибора мостовая цепь представляет звено в автоматической системе регулирования комплексного сопротивления. Входными сигналами являются составляющие комплексного сопротивления $\Delta \dot Z$, выходным — напряжение $\dot E$ разбаланса моста. Напряжение $\dot E$ снимается с сопротивления $\dot Z_4$, включенного в измерительную диагональ моста, как показано на рис. 1. $\dot Z_x$, $\dot Z_2$, $\dot Z_3$, $\dot Z_1$ — соответственно измеряемое, регулируемое и включенные в противоположные плечи мостовой цепи балансные сопротивления.

На основании законов Кирхгофа получена передаточная зависимость $\dot E(\Delta \dot Z)$:

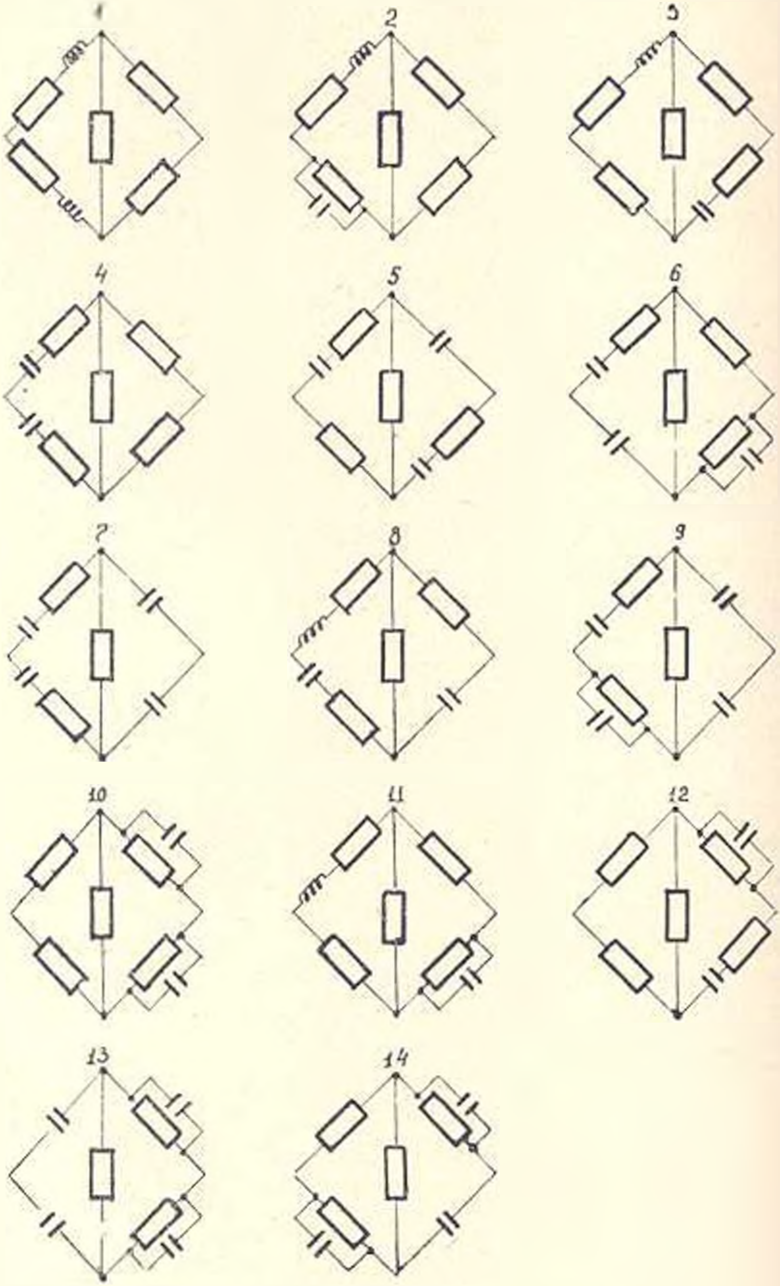

Рис. 2. Схемы измерительных цепочек:
вида 1—1, 2, 3, 8, 11;
вида 2—3, 4, 6, 12;
вида 3—5, 7, 8, 9;
вида 4—2, 10, 11, 12, 14;
вида 5—6, 9, 13, 14

$$\dot{E}=\dot{U}\left[\Delta Z+\frac{Z_2}{Z_3}\left(\frac{Z_3}{Z_1}-1\right)\right]\left\{\Delta Z\left[1+\frac{Z_2}{Z_3}-\frac{1}{Z_4}\left(Z_1\frac{Z_2+Z_3}{Z_3}+Z_2\right)\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{Z_2+Z_3}{Z_3}\left(Z_1+Z_2-\frac{Z_2}{Z_4}Z_1-\frac{Z_2}{Z_4}Z_3\right)+\frac{Z_2}{Z_4}Z_1\left(\frac{Z_3}{Z_1}-1\right)\right\}^{-1},$$

где $\Delta Z=Z_x-Z_2$.

При $Z_3=Z_1=Z$

$$\dot{E}=\dot{U}\frac{\Delta Z}{\Delta Z\left[1+\frac{Z_2}{Z}-\frac{1}{Z_4}(Z+2Z_2)\right]+(Z+Z_2)\left(\frac{Z+Z_2}{Z}-2\frac{Z_2}{Z_4}\right)}. \tag{1}$$

Отличие полученного выражения (1) от известного [4] заключается в учете комплексного сопротивления Z_4 измерительной диагонали. Обычно при рассмотрении мостовой измерительной цепи предполагалось $Z_4=\infty$. Такое упрощение оправдывалось при рассмотрении мостовой цепи как самостоятельного измерительного устройства. При автоматизации процесса измерения мостовая цепь подключается к последующему звену, представляющему нагрузку. В этом случае пренебрежение сопротивлением измерительной диагонали не оправдано. Учет сопротивления Z_4 позволяет делать обобщенное исследование поведения мостовой цепи как звена автоматической системы регулирования в области больших и малых отклонений от точки $\dot{E}=0$. В области больших отклонений ΔZ от положения равновесия $\dot{E}=0$ характеристика (1) нелинейная. Мостовая измерительная цепь в этом случае представляет нелинейное звено, которое можно линеаризовать только в области малых отклонений ΔZ от точки равновесия. Следовательно, при включении звена с характеристикой (1) в автоматическую измерительную систему в области больших отклонений ΔZ рассматривается нелинейная двумерная измерительная система. Динамическое изучение таких систем представляет трудности.

Для анализа динамики нелинейных систем автоматического регулирования существуют точные частотные методы. Эти методы основаны на применении теоремы об абсолютной устойчивости В. М. Попова [6, 7]. Методы позволяют изучить динамику нелинейных систем с определенным типом нелинейности (класса А).

Для распространения критерия В. М. Попова на автоматические измерительные системы с мостовой измерительной частью необходимо получить условия, при которых нелинейная характеристика (1) попадает в класс исследуемых нелинейностей типа А. При анализе зависимости $E(\Delta Z)$ получены следующие условия:

1. Условие непрерывности $\quad E(\Delta Z)|_{\Delta Z=0}=0;$ (2)

$$2. \quad \int_0^{\pm\infty} \dot{E}(\Delta Z)\, d\Delta Z = \pm\infty; \tag{3}$$

$$3. \text{ Условие ограниченности } \quad 0 < \frac{\dot{E}(\Delta Z)}{\Delta Z} < \dot{K} \tag{4}$$

$$\text{при} \quad Z > 2Z_2, \quad Z_4 > Z, \tag{5}$$

где $\dot{K}$—комплексный коэффициент усиления линеаризованной мостовой цепи. Для цепочек видов *1, 2, 4, 5* (рис. 2)

$$\dot{K} = 0{,}5\, \frac{1}{a_2}\, e^{j\pi/2}, \tag{6}$$

а для вида *3*

$$\dot{K} = 0{,}5\, \frac{1}{a_3}\, e^{j\pi/2}, \tag{7}$$

где a_2, a_3—коэффициенты, представляющие действительные числа и зависящие от параметров мостовой цепи (табл. 1).

Из выражений (6) и (7) видно, что для видов *1, 2, 4, 5* $K = 0{,}5/a_2$, а для вида *3* $K = 0{,}5/a_3$.

Соответственно, для аргумента комплексного коэффициента $\dot{K}$ имеем $\arg \dot{K} = \pi/2$.

Область больших отклонений ΔZ есть критический режим работы мостовой цепи. Рабочим же режимом является область малых отклонений от положения равновесия, так как мост, как звено, включается в следующую систему регулирования. В области малых отклонений от точки $\dot{E} = 0$ нелинейная характеристика линеаризуется известными методами [5]. В результате линеаризации для всех случаев исполнений мостовой цепи (рис. 2) получены линеаризованные зависимости $\dot{E}(\Delta Z)$.

Для видов *1, 2, 4, 5* имеем следующее уравнение динамики:

$$a_1 \frac{d\varepsilon}{dt} + a_2 \varepsilon = f_1(t) \sin \omega_n t - f_2(t) \cos \omega_n t, \tag{8}$$

а для вида *3*—

$$a_1 \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + a_2 \frac{d\varepsilon}{dt} + a_3 \varepsilon = f_1(t) \sin \omega_n t - f_2(t) \cos \omega_n t, \tag{9}$$

где a_1, a_2, a_3—постоянные коэффициенты, определяемые через параметры мостовой цепи, выражения которых приведены в табл. 1; $f_1(t)$, $f_2(t)$—функции отклонений и их производных по обеим составляющим комплексного сопротивления ΔZ; ε—напряжение рассогласования. Соответственно выражения g_0, L_0, C_0 представляют значения активной проводимости, индуктивности, емкости при установившемся уравновешенном состоянии мостовой цепи; ω_n—частота питания моста.

Выражения (8) и (9) можно записать так:

Таблица 1

NN	Коэффициенты a_1, a_2, a_3 и функции $f_1(t)$, $f_2(t)$
1	$a_1 = L_0 g - 2L_0 \cdot g_4;\ a_2 = 1 + R_0 g - 2R_0 g_4;\ d_1 = \omega_{\text{н}}^2 L_0^2 + (R+R_0)^2;\ Z_x = R_x + j\omega_{\text{н}} L_x;\ Z_2 = R_2 + j\omega_{\text{н}} L_2;$
	$f_1(t) = U\left\{\left[\frac{1}{R} - \frac{R_0}{R(R+R_0)} - \frac{L_0\omega_{\text{н}}^2}{d_1(R+R_0)}\right]\cdot\frac{1}{R+R_0}\cdot\Delta R + \frac{1}{d_1}\cdot L_0\omega_{\text{н}}^2\,\Delta L - \frac{\omega_{\text{н}}}{R+R_0}\left[\frac{R_0}{R} + \frac{1}{d_1}\cdot L_0^2\omega_{\text{н}}^2\right]\cdot\frac{d\Delta L}{dt}\right\};$
	$f_2(t) = U\left\{\frac{1}{d_1}\omega_{\text{н}} L_0\cdot\Delta R + \left[\frac{1}{R} - \frac{R_0}{R(R+R_0)} - \frac{1}{(R+R_0)d_1}\cdot L_0^2\omega_{\text{н}}^2\right]\frac{\omega_{\text{н}}}{R+R_0}\cdot\Delta L + \omega_{\text{н}}\left[\frac{1}{R} - \frac{1}{d_1}\cdot L_0\right]\frac{d\Delta L}{dt}\right\};$
2	$a_1 = 1 + R_0 g - 2R_0 g_4;\ a_2 = \frac{g_0}{C_0} - 2\frac{g_4}{C_0};\ d_2 = \omega_{\text{н}}^2 C_0^2 (R+R_0)^2 + 1;\ Z_x = R_x + j\frac{1}{\omega_{\text{н}} C_x};\ Z_2 = R_2 + j\frac{1}{\omega_{\text{н}} C_2};\ \Delta X_c = \frac{1}{\omega_{\text{н}}\Delta C};$
	$f_1(t) = U\left\{\frac{1}{Rd_2}\omega_{\text{н}}^2[R_0 - C_0(R+R_0)]\cdot\Delta R + \left[\frac{2}{R} + \frac{1}{Rd_2}\cdot C_0(R+R_0)\omega_{\text{н}}^2[R_0 - C_0(R+R_0)]\right]\frac{d\Delta R}{dt} + \left[\frac{\omega_{\text{н}}}{R} + \frac{1}{d_2}\cdot C_0(R+R_0)\omega_{\text{н}}^3[R_0 - C_0(R+R_0)]\right]\cdot\Delta X_c\right\},$
	$f_2(t) = U\left\{\left[\frac{\omega_{\text{н}}}{R} + \frac{1}{d_2}\omega_{\text{н}}^3 C_0(R+R_0)[R_0 - C_0(R+R_0)]\right]\Delta R - \frac{\omega_{\text{н}}}{Rd_2}[R_0 - C_0(R+R_0)]\cdot\frac{d\Delta R}{dt} + \frac{\omega_{\text{н}}^2}{Rd_2}[R_0 - C_0(R+R_0)]\cdot\Delta X_c\right\},$
3	$a_1 = R_0 C;\ a_2 = 1 + \frac{C}{C_0} - 2R_0 g_4;\ a_3 = -\left(2\frac{g_4}{C_0} + \frac{C}{C_0^2}\right);\ Z_x = R_x + j\frac{1}{\omega_{\text{н}} C_x};\ Z_2 = R_2 + j\frac{1}{\omega_{\text{н}} C_2};\ d_3 = \omega_{\text{н}}^2 (CC_0R_0)^2 + (C+C_0)^2;$
	$f_1(t) = U\left\{\left(CR_0\omega_{\text{н}}^2 B_2 - C\omega_{\text{н}}^2 + C\frac{\omega_{\text{н}}}{C_0}B_1\right)\Delta R - \left[C\omega_{\text{н}} + C\left(R_0\omega_{\text{н}} B_2 + \frac{B_1}{C_0}\right)\right]\frac{d\Delta R}{dt} + \left[C\omega_{\text{н}}\left(R_0\omega_{\text{н}} B_2 + \frac{B_1}{C_0}\right) - C\omega_{\text{н}}^2\right]\Delta X_c\right\};\ B_1 = \frac{1}{d_3}\omega_{\text{н}}^2 (C+C_0)CC_0R_0;$
	$f_2(t) = U\left\{\left[C\omega_{\text{н}}\left(R_0\omega_{\text{н}} B_2 + \frac{B_1}{C_0}\right) - C\omega_{\text{н}}^2\right]\cdot\Delta R - \left[C\omega_{\text{н}} + C\left(R_0\omega_{\text{н}} B_2 + \frac{B_1}{C_0}\right)\right]\frac{d\Delta R}{dt} + \left(CR_0\omega_{\text{н}}^2 B_2 - C\omega_{\text{н}}^2 + C\frac{\omega_{\text{н}}}{C_0}B_1\right)\Delta X_c\right\};\ B_2 = \frac{1}{d_3}\cdot\omega_{\text{н}}^2 (CC_0R_0)^2;$
4	$a_1 = C_0;\ a_2 = g_0 + g - 2g_4;\ Y_x = g_x + j\omega_{\text{н}} C_x;\ Y_2 = g_2 + j\omega_{\text{н}} C_2;\ d_4 = \omega_{\text{н}}^2 (RR_0C_0)^2 + (R+R_0)^2;\ \Delta g = \frac{1}{\Delta R};\ Y_x = \frac{1}{Z_x};\ Y_2 = \frac{1}{Z_2}$
	$f_1(t) = U\left\{R_0(R+R_0)\Delta g + \omega_{\text{н}}^2 RR_0^2 C_0\cdot\Delta C + R_0(R+R_0)\cdot\frac{d\Delta C}{dt}\right\}\frac{1}{d_4};$
	$f_2(t) = U\left\{\omega_{\text{н}}^2 RR_0^2 C_0\cdot\Delta g + R_0(R+R_0)\Delta C + RR_0^2 C_0\omega_{\text{н}}^2\frac{d\Delta C}{dt}\right\}\frac{1}{d_4};$
5	$a_1 = \frac{C_0 + C}{g_0 - 2g_4};\ a_2 = 1;\ d_5 = [\omega_{\text{н}}^2 R_0^2 (1+C_0C)^2 + C^2](1+C_0C);\ Y_x = g_x + j\omega_{\text{н}} C_x;\ Y_2 = g_2 + j\omega_{\text{н}} C_2;$
	$f_1(t) = U\left\{-\omega_{\text{н}}^2 C^2\Delta g + \omega_{\text{н}}^2 CR_0(1+C_0C)\Delta C - \omega_{\text{н}}^2 CR_0(1+C_0C)\frac{d\Delta C}{dt}\right\}\frac{1}{d_5};$
	$f_2(t) = U\left\{\omega_{\text{н}}^2 CR_0(1+C_0C)\Delta g - \omega_{\text{н}}^3 C^2\Delta C - \omega_{\text{н}}^2 CR_0(1+C_0C)\frac{d\Delta C}{dt}\right\}\frac{1}{d_5};$

$$a_1 \frac{d\varepsilon}{dt} + a_2\varepsilon = |\dot{F}| \sin(\omega_н t - \varphi_1);$$

$$a_1 \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + a_2 \frac{d\varepsilon}{dt} + a_3\varepsilon = |\dot{F}| \sin(\omega_н t - \varphi_1), \tag{10}$$

где

$$|\dot{F}| = \sqrt{f_1^2(t) + f_2^2(t)}; \qquad \varphi_1 = \operatorname{arctg} \frac{f_2(t)}{f_1(t)}.$$

Уравнению (8) соответствует последовательное соединение звена I-го порядка (рис. 3) с коэффициентом характеристического уравнения $p = -a_2/a_1$ и безынерционного модулятора

$$U_m = |\dot{F}| \sin(\omega_н t - \varphi_1). \tag{11}$$

Уравнению (9) соответствует последовательное соединение инерционного звена второго порядка (рис. 3) с коэффициентом характеристического уравнения

$$p_{1,2} = -\frac{a_2}{2a_1} \pm \sqrt{\left(\frac{a_2}{2a_1}\right)^2 - \frac{a_3}{a_1}} \tag{12}$$

и безынерционного модулятора согласно (11).

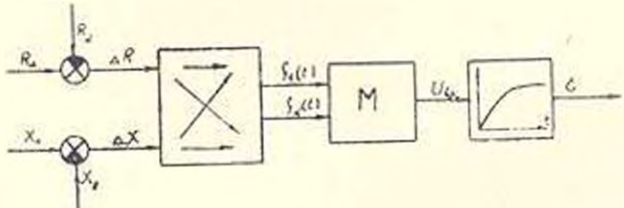

Рис. 3. Структурная схема линеаризованной мостовой цепи (М—модулятор)

В силу условия для случая $\frac{a_2}{2a_1} > \frac{a_3}{a_1}$

$$(C_0 + C - 2R_0g_4)^2 + 8C_0C > 0; \quad g_4 = 1/R_4, \tag{13}$$

двум действительным корням (12) соответствует последовательное соединение двух инерционных звеньев первого порядка.

Анализ уравнений динамики мостовой цепи в области малых отклонений позволил получить условия пренебрежения инерционностью мостовой цепи. Результаты анализа сведены в табл. 2.

Таблица 2

№№	Условия пренебрежения инерционностью мостовой цепи	
1	$a_1=0$ при $g_1=\frac{g}{2}$; $g=\frac{1}{R}$; $g_4=\frac{1}{R_4}$; g — активная проводимость	$a_1<a_2$ при $g_1\ll\frac{1}{2(R_0-L_0)}+\frac{g}{2}$;
2	$a_1=0$ при $g_4=(1+R_0g)\cdot 0{,}5g_0$; $g_4=\frac{1}{R_4}$	$a_1<a_2$ при $g_4<\frac{g}{2}-\frac{C_0}{2(1-R_0C_0)}$
3	$a_1\neq 0$ Условие $a_1=0$ не выполняется	$C>C_0$
4	$a_1\neq 0$ Условие $a_1=0$ не выполняется	$a_1<a_2$ $g_4<\frac{g}{2}+\frac{g_0-C_0}{2}$;
5	$a_1\neq 0$ Условие $a_1=0$ не выполняется	$a_1\leq a_2$ $g_4<\frac{g_0}{2}-\frac{C+C_0}{2}$;

Выводы

1. В области больших отклонений ΔZ от положения равновесия $\dot{E}=0$ мостовая цепь переменного тока, показанная на рис. 1, имеет нелинейную характеристику. Вводимые ограничения позволяют включить мостовую цепь в класс исследуемых нелинейностей типа А и применить известные методы анализа нелинейных автоматических систем.

2. Для области малых отклонений от положения равновесия динамика мостовой цепи может быть исследована при помощи уравнений (8) и (9), при выводе которых учтено сопротивление измерительной диагонали моста. При этом для схем видов *1, 2, 4, 5* получены неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка, а для вида 3 — уравнение второго порядка. Результаты анализа динамики мостовой цепи переменного тока получают применение при автоматизации процесса одновременного уравновешивания обеих составляющих комплексного сопротивления. Для анализа условий пренебрежения инерционностью мостовой цепи можно воспользоваться результатами, приведенными в табл. 2.

Поступило 12.IX.1973.

Կ. Մ. ՄԵԼՔՈՆՅԱՆ

ԿԱՄՐՋԱՅԻՆ ՉԱՓՄԱՆ ՇՂԹԱՆ ՈՐՊԵՍ ԱՎՏՈՄԱՏ ՉԱՓԻՉ ՍԻՍՏԵՄԻ ՕՂԱԿ

Ամփոփում

Հոդվածում տրված է փոփոխական հոսանքի կամրջային էլեկտրաչափման շղթաների վերլուծությունը, որը կատարված է հավասարակշռության վիճակից մեծ և փոքր շեղման տիրույթներում: Ստացված են պայմաններ պարամետրերի ընտրության համար և կազմված է կամրջային շղթայի գծայնացված մոդելների գործակիցների աղյուսակը:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бутусов И. Б.* Измерительные информационные системы. Л., 1970.
2. *Мелик-Шахназаров А. М., Алиев Т. М.* и др. Автокомпенсационные системы для измерения комплексных величин переменного тока. «Приборы и системы управления», № 3, 1971.
3. *Кнеллер В. Ю.* Автоматическое измерение составляющих комплексного сопротивления. М., «Энергия», 1967.
4. *Карандеев К. Б.* Мостовые методы измерений. Гостехиздат. Киев, 1953.
5. Теория автоматического регулирования. Под ред. Солодовникова В. В., «Машиностроение», 1967.
6. *Попов В. М.* Об абсолютной устойчивости нелинейных систем автоматического регулирования. «Автоматика и телемеханика», т. XXII, № 6, 1961.
7. *Наумов Б. Н.* Теория нелинейных автоматических систем. М., 1972.