

МАШИНОСТРОЕНИЕ

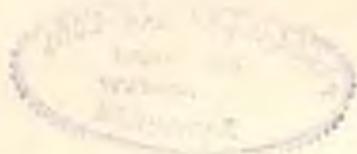
Э. А. АКОПЯН

СИНТЕЗ ПЛОСКИХ КУЛИСНЫХ МЕХАНИЗМОВ
С КРИВОЛИНЕЙНОЙ КУЛИСНОЙ

В конструкциях многих современных машин применяются различные кулисные механизмы. Однако, эти применения, в основном, ограничиваются механизмами с прямолинейной кулисой, что объясняется легкостью проектирования и изготовления таких механизмов, их хорошими силовыми и прочностными характеристиками. С другой стороны, в центральных кулисных механизмах с ведомой кулисой угол давления во всех положениях равен нулю, т. е. обеспечиваются наилучшие условия передачи сил. Однако, перечисленные выше достоинства кулисных механизмов с прямолинейной кулисой не могут компенсировать их недостатки. Основным недостатком этих механизмов является предельно малое число неизвестных параметров, определяемых при кинематическом синтезе. Вследствие этого кинематические возможности механизмов с прямолинейной кулисой строго ограничены. Например, в центральных кулисных механизмах с прямолинейной кулисой единственным неизвестным параметром является отношение длины кривошипа к длине стойки. При проектировании таких механизмов как правило задается коэффициент изменения средней скорости холостого хода (коэффициент производительности). Из этого условия определяется единственный неизвестный параметр механизма. Следовательно, при синтезе таких механизмов не могут быть предъявлены более или менее строгие требования к приближенному воспроизведению какого-либо закона движения ведомого звена.

В кулисных механизмах с криволинейной кулисой в зависимости от геометрической формы паза можно воспроизводить любой закон движения ведомого звена. В этом смысле они похожи на кулачковые механизмы. Наряду с этим, необходимо отметить, что проектирование и изготовление таких механизмов гораздо труднее, угол давления — величина переменная и, наконец, при одинаковых габаритах в этих механизмах силы должны быть гораздо меньше, чем в механизмах с прямолинейной кулисой.

Таким образом, механизмы с прямолинейной кулисой обладают хорошими динамическими качествами и ограниченными кинематиче-



скими возможностями, а механизмы с криволинейной кулисой отличаются богатыми кинематическими возможностями, но уступают первым по динамическим качествам.

При выборе кулисного механизма необходимо учесть вышесказанное, из которого следует, что не всегда оправдано применение механизмов с прямолинейной кулисой. Однако, применению механизмов с криволинейной кулисой значительно препятствует недостаточная осведомленность вопросов синтеза этих механизмов в современной технической литературе.

Все кулисные механизмы подразделяются на две группы:

- а) механизмы с ведущей кулисой,
- б) механизмы с ведомой кулисой.

Синтез механизмов с ведущей криволинейной кулисой сводится к синтезу соответствующих кулачковых механизмов. Решение этой задачи изложено в работе [1]. Цель настоящего исследования — разработать общий метод синтеза плоских кулисных механизмов с ведомой криволинейной кулисой.

Во всех случаях звено, составляющее высшую кинематическую пару с кулисой, должно быть снабжено роликом или пальцем (цевкой). При анализе и синтезе таких механизмов целесообразно рассмотрение контакта звеньев через центр ролика и теоретический профиль паза. В самом общем случае движения звеньев кулисного механизма могут быть сложными. Пусть движение ведущего звена дано двумя проекциями перемещения центра ролика (пальца) O_1 , S_{x_1} и S_{y_1} вдоль координатных осей OX и OY (рис. 1), а движение кулисы — двумя проекциями перемещения точки O_2 , S_{x_2} и S_{y_2} вдоль тех же осей и законом изменения угла поворота φ_2 кулисы вокруг этой точки.

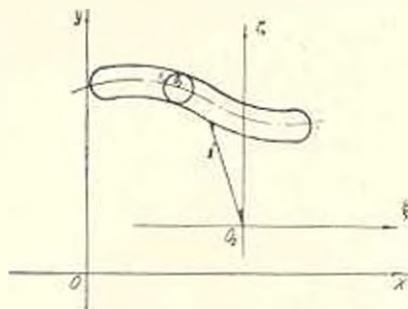


Рис. 1.

Таким образом, должны быть заданы следующие уравнения движения:

$$S_{x_1} = S_{x_1}(t); S_{y_1} = S_{y_1}(t); S_{x_2} = S_{x_2}(t); S_{y_2} = S_{y_2}(t); \varphi_2 = \varphi_2(t), \quad (1)$$

где t — время.

В начальном положении механизма обозначим координаты точки O_1 через (a_1, b_1) , а координаты точки O_2 — (a_2, b_2) . Уравнение оси паза кулисы, т. е. теоретического профиля, рассматривается в системе координат $\{O_2^*\}$, жестко связанной с кулисой, причем $\vec{O}_2^* \parallel \vec{OX}$, $\vec{O}_2^* \parallel \vec{OY}$.

При синтезе такого кулисного механизма координаты теоретического профиля кулисы могут быть определены следующими параметрическими уравнениями:

$$\begin{aligned} \xi(t) &= (S_{x_1} - S_{x_2} + a_1 - a_2) \cos \varphi_2 + (S_{y_1} - S_{y_2} + b_1 - b_2) \sin \varphi_2; \\ \zeta(t) &= (S_{y_1} - S_{y_2} + b_1 - b_2) \cos \varphi_2 - (S_{x_1} - S_{x_2} + a_1 - a_2) \sin \varphi_2, \end{aligned} \quad (2)$$

которые получаются из выражений (14) работы [2] подстановкой значений $P_1(t) = Q_1(t) = 0$, $P_2(t) = \xi(t)$, $Q_2(t) = \zeta(t)$.

Неизвестными параметрами механизма являются разности $a_1 - a_2$ и $b_1 - b_2$, которые должны быть определены исходя из дополнительных требований. Как известно, при кинематическом синтезе в качестве дополнительного условия требуется обеспечить углы передачи в заданных пределах. Это условие с учетом выражений (6), (12) и (13) работы [2] и полученных параметрических уравнений (2) данной работы сводится к неравенству

$$\left| \frac{V \dot{S}_{y_1} - U \dot{S}_{x_1}}{L^2 + V^2 - (U \dot{S}_{y_1} + V \dot{S}_{x_1})} \right| \geq \operatorname{tg} \gamma_{\min}, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} U &= S_{y_1} - \dot{S}_{y_1} - \varphi_2 (S_{x_1} - S_{x_2} + a_1 - a_2); \\ V &= \dot{S}_{x_1} - \dot{S}_{x_2} + \dot{\varphi}_2 (S_{y_1} - S_{y_2} + b_1 - b_2); \end{aligned} \quad (4)$$

γ_{\min} — допустимое минимальное значение угла передачи.

При больших силах взаимодействия элементов высшей кинематической пары возникает необходимость ограничения кривизны, ибо от кривизны зависят контактные напряжения. Контактные напряжения в высших кинематических парах плоских механизмов можно определить по формуле Герца:

$$\sigma_k = 0,418 \sqrt{\frac{P E_{\text{уп}}}{L_k \rho_{\text{нр}}}}, \quad (5)$$

где σ_k — величина напряжения в зоне контакта; P — нормальная сила взаимодействия звеньев; $E_{\text{уп}}$ — приведенный модуль упругости; L_k — длина линии контакта; $\rho_{\text{нр}}$ — приведенный радиус кривизны.

Проектировщиком должно быть обеспечено условие

$$\sigma_k \leq [\sigma_k]_{\text{доп}}, \quad (6)$$

где $[\sigma_k]_{\text{доп}}$ — допустимое значение контактных напряжений для выбранных материалов.

Из (5) и (6) получаем следующее неравенство:

$$\rho_{\text{нр}} \geq \left(\frac{0,418}{|z_k|_{\text{нр}}} \right)^2 \frac{P E_{\text{нр}}}{L_k} \quad (7)$$

При постоянной силе взаимодействия звеньев правая часть неравенства (7) представляет допустимое минимальное значение приведенного радиуса кривизны. Если же сила P переменная, то с некоторым запасом можно пользоваться следующим неравенством:

$$\rho_{\text{нр}} \geq \left(\frac{0,418}{|z_k|_{\text{нр}}} \right)^2 \frac{P_{\text{max}} E_{\text{нр}}}{L_k} (\rho_{\text{нр}})_{\text{нр}} \quad (8)$$

предполагая, что максимальная сила действует во всех положениях.

В рассматриваемых кулисных механизмах будем иметь

$$\rho_{\text{нр}} = \frac{R_p(\rho - R_p)}{\rho} \quad (9)$$

где ρ — текущий радиус кривизны теоретического профиля кулисы;
 R_p — радиус ролика.

Из (9) следует, что минимальное значение $\rho_{\text{нр}}$ при выбранном R_p соответствует минимальному радиусу кривизны, т. е.

$$\min \rho_{\text{нр}} = \frac{R_p (\rho_{\text{min}} - R_p)}{\rho_{\text{min}}} \quad (10)$$

С другой стороны, при том же ρ_{min} величина $\min \rho_{\text{нр}}$ достигает своего максимума при

$$R_p = 0,5 \rho_{\text{min}} \quad (11)$$

Следовательно, для минимизации наибольших контактных напряжений радиус ролика должны определять по (11). При этом будем иметь

$$(\min \rho_{\text{нр}})_{\text{max}} = 0,25 \rho_{\text{min}} \quad (12)$$

Таким образом, с учетом (8), (11) и (12) получаем следующее допустимое минимальное значение радиуса кривизны оси паза кулисы (теоретического профиля):

$$\rho_{\text{нр}} \sim \left(\frac{0,836}{|z_k|_{\text{нр}}} \right)^2 \frac{P_{\text{max}} E_{\text{нр}}}{L_k} \quad (13)$$

Из вышеизложенного следует, что в числе дополнительных требований, предъявляемых к проектируемому кулисному механизму, необходимо учесть условие

$$\rho \gg \rho_{\text{нр}} \quad (14)$$

где ρ — текущий радиус кривизны паза кулисы (теоретического про-

филя); $\rho_{\text{доп}}$ — допустимое минимальное значение величины ρ , определяемое по (13).

Пользуясь соответствующей формулой радиуса кривизны и параметрическими уравнениями (2), вместо (14) получим следующее условие:

$$(U^2 + V^2)^{3/2} \geq |UV - UV - (U^2 + V^2)\varphi_2| \rho_{\text{доп}}, \quad (15)$$

где U и V определяются по выражениям (4).

Из (3), (4) и (15) следует, что при поступательном движении кулисы параметры $a = a_1 - a_2$ и $b = b_1 - b_2$ не влияют как на угол передачи, так и на кривизну паза кулисы, так как при этом $\varphi_2 = 0$.

Следовательно, при синтезе механизмов с поступательно движущейся кулисой отпадает необходимость определения параметров a и b из этих неравенств, а обеспечение этих условий сводится к соответствующему выбору закона движения эвольвенты.

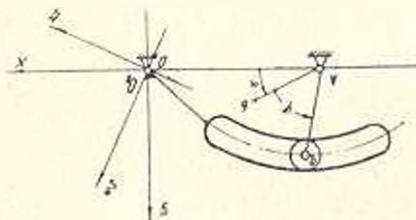


Рис. 2.

Применением разработанного метода рассмотрим решение задачи синтеза кулисного механизма, изображенного на рис. 2. В этом механизме центр ролика O_1 движется по дуге окружности вокруг неподвижной точки A , а кулиса вращается вокруг неподвижной точки O_2 . AB — начало отсчета угла поворота φ ведущего звена AO_1 .

Следовательно, в выбранных координатных системах будем иметь:

$$S_{x_1} = AO_1[\cos(\varphi + \alpha) - \cos\alpha]; \quad S_{y_1} = AO_1[\sin(\varphi + \alpha) - \sin\alpha],$$

$$S_{x_2} = S_{y_2} = a_2 = b_2 = 0; \quad u_1 = AO_1 \cos\alpha - AO_2; \quad b_2 = AO_1 \sin\alpha; \quad (16)$$

$$\varphi_1 = \varphi; \quad \varphi_2 = \psi(\varphi),$$

где ψ — угол поворота ведомого звена, отсчитанный от начального положения механизма. Оси $O_2\xi$ и $O_2\eta$ в начальном положении совпадают с O_2X и O_2Y . Таким образом, параметрические уравнения оси паза кулисы (т. е. теоретического профиля) в системе $\xi O_2\xi$ с учетом (2) и (16) будут иметь следующий вид:

$$\xi(\varphi) = AO_1[\lambda \cos(\varphi + \alpha - \psi) - \cos\psi];$$

$$z(\varphi) = AO_2 [\lambda \sin(\varphi + \alpha - \psi) + \sin \psi], \quad (17)$$

где $\lambda = AO_1/AO_2$.

В данном случае вместо (4) с учетом (16) получаем:

$$\begin{aligned} U &= AO_2 \left[\frac{d\psi}{d\varphi} - \lambda \left(\frac{d\psi}{d\varphi} - 1 \right) \cos(\varphi + \alpha) \right] \frac{d\varphi}{dt}; \\ V &= AO_2 \lambda \left(\frac{d\psi}{d\varphi} - 1 \right) \sin(\varphi + \alpha) \frac{d\varphi}{dt}. \end{aligned} \quad (18)$$

Таким образом, при синтезе кулисных механизмов с криволинейной кулисой по схеме, изображенной на рис. 2, неизвестные параметры определяются совместным решением неравенств (3) и (15), где U и V определяются из равенств (18).

Во всех кулисных механизмах рассматриваемого типа, независимо от формы паза, имеют место следующие равенства:

$$\frac{d\psi}{d\varphi|_{\varphi=\varphi_{\min}}} = \frac{\lambda}{\lambda-1}; \quad \frac{d\psi}{d\varphi|_{\varphi=\varphi_{\max}}} = \frac{\lambda}{\lambda+1}, \quad (19)$$

которые следуют из теоремы Виллиса. При постановке конкретных задач синтеза и выборе закона движения ведомого звена должны быть учтены условия (19).

Пример. Спроектировать кулисный механизм с криволинейной кулисой по схеме, изображенной на рис. 2, по следующим данным:

$$\psi = \varphi/3; \quad AO_2 = r_{\text{дон}} = 100 \text{ мм}; \quad \gamma_{\min} = 45^\circ; \quad 0 \leq \varphi \leq 90^\circ.$$

Постановкой этих величин в (18) получаем:

$$U = \frac{100}{3} \left[1 + 2\lambda \cos(\varphi + \alpha) \right] \frac{d\varphi}{dt}; \quad V = -\frac{200}{3} \lambda \sin(\varphi + \alpha) \frac{d\varphi}{dt}.$$

С учетом полученных выражений из (3) и (15) будем иметь:

$$\begin{aligned} 3\lambda |\sin(\varphi + \alpha)| &\geq |1 - 2\lambda^2 + \lambda \cos(\varphi + \alpha)|; \\ |1 - 4\lambda^2 + 4\lambda \cos(\varphi + \alpha)|^2 &\leq 8\lambda^2 - 1 + 2\lambda \cos(\varphi + \alpha). \end{aligned}$$

Решением последних неравенств определяются параметры λ и α . Рассмотрим одно из возможных решений поставленной задачи, соответствующее значениям $\lambda = 0,5$, $\alpha = 45^\circ$. Подстановкой этих значений в (17) получаем следующие уравнения теоретического профиля кулисы:

$$z(\varphi) = 50 \cos\left(\frac{2}{3}\varphi + 45^\circ\right) - 100 \cos\frac{1}{3}\varphi;$$

$$\dot{z}(\varphi) = 50 \sin\left(\frac{2}{3}\varphi + 45^\circ\right) - 100 \sin\frac{1}{3}\varphi.$$

Численные значения координат приведены в табл. 1. На рис. 3 изображен полученный механизм.

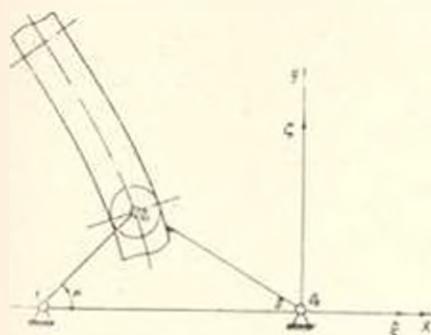


Рис. 3.

Таблица 1

Значения координат

φ°	$-x(\varphi)$, мм	$z(\varphi)$, мм	φ	$-x(\varphi)$, мм	$z(\varphi)$, мм
0	61.645	35.355	48	81.879	76.282
3	65.845	38.313	51	86.090	78.319
6	67.136	41.225	54	87.284	80.286
9	68.397	44.091	57	88.458	82.184
12	69.666	46.907	60	89.611	84.012
15	70.941	49.673	63	90.741	85.768
18	72.220	52.386	66	91.846	87.453
21	73.503	55.045	69	92.923	89.065
24	74.786	57.648	72	93.971	90.605
27	76.069	60.194	75	94.989	92.071
30	77.350	62.680	78	95.972	93.464
33	78.626	65.106	81	96.923	94.783
36	79.896	67.470	84	97.835	96.028
39	81.159	69.771	87	98.709	97.199
42	82.411	72.007	90	99.544	98.296
45	83.652	74.178			

В заключении отметим, что применением выражений (2) — (4) и (15) можно произвести синтез любого плоского кулисного механизма, так как эти выражения получены решением наиболее общей задачи синтеза кулисных механизмов.

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 24 IV.1971

Է. Ա. ՉԱԿՈՅԱՆ

ԿՈՐԱԳԻՏ ԿՈՒՆԻՍՈՎ, ՀԱՐՔ ԿՈՒՆԻՍԱՅԻՆ ՄԵՆԱՆԻՉՄԵՆՆԵՐԻ ՍԻՆԹԵԶ

Ա մ փ ո փ ո մ

Հողվածում շարադրված է կորագիծ կուլիսով հարթ կուլիսային մեխանիզմների նախագծման ամենարեզյանուր անալիտիկ մեթոդը, որը հիմնվում է Դեղինակի կողմից ղշակված համապատասխան բոունջքային մեխանիզմներ-

րի նախագծման մեթոդների վրա:

Որպես ընդհանուր գեպը դիտվում է այն մեխանիզմի նախագծման խնդիրը, որի կուլիսի շարժումը տրված է մի կետի տեղափոխման երկու պրոյեկցիաներով և այդ կետի շուրջը կատարվող պտույտով, իսկ տանող օղակի շարժումը՝ հոյովակի կենտրոնի տեղափոխման երկու պրոյեկցիաներով: Որպես մասնավոր գեպը դիտվում է այնպիսի եռօղակ կուլիսային մեխանիզմների սինթեզի խնդիրը, որոնց շարժական օղակները հենարանի հետ միացած են զլանական հողակապերով: Լուծված է թվային օրինակ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Акоюн Э. А. Синтез плоских кулачковых механизмов минимальных габаритов с роликовым, дуговым и заостренным толкателями. Сборник научных трудов Ереванского политехнического института, т. 24, серия «Машиностроение», вып. 1. Изд. «Айастан», Ереван, 1972.
2. Акоюн Э. А. Синтез плоских кулачковых механизмов со сложным движением кулачка и ведомого звена. Сб. «Механика машины», вып. 42, Изд. «Наука», М., 1973.