ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մեխանիկական գիտություններ սերիա XXVII, № 5, 1974 Серия технических наук

ГИДРАВЛИКА

Р. М. РАФАЭЛЯН

К ВОПРОСУ О НЕУСТАНОВИВШЕМСЯ ДВИЖЕНИИ В ТРУБОПРОВОДЕ, СОПРОВОЖДАЮЩЕМСЯ ОТРЫВОМ ПОТОКА

По расчету гидравлического удара, начинающегося понижением давления, имеется ряд работ [1, 2, 3], где, исходя из волновой теории, дается оценка величины максимального давления в случае образования разрыва сплошности потока в начале трубопровода. При решении этой задачи возникает необходимость исследования состояния кавитирующей полости. В настоящей работе, исходя из уравнения состояния кавитирующего объема и модели несжимаемой жидкости, получены формулы, описывающие процесс изменения давления у задвижки после внезапного прерывания потока. Результаты этих расчетов сопоставлены с экспериментом.

Одномерное неустановившееся движение в трубопроводе формулируется следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial x}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}-\frac{\lambda}{2d}v^2-g\sin\alpha; \qquad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x}=0.$$

Интегрируя систему (1) от $x=x_1(t)$ до $x=L$ при граничных условиях:

$$x=x_1(t); \qquad p=p_k\left(\frac{x_0}{x_1}\right)^n;$$

$$x=L; \qquad p=p_{ат},$$

после несложных преобразований получим уравнение, описывающее движение воды в трубопроводе от задвижки после разрыва потока.

$$\frac{dv}{dt}+\frac{\lambda}{2d}v^2=\frac{p_k\left(\frac{x_0}{x_1}\right)^n-p_{ат}-p_{ст}}{\rho(L-x_1)}, \qquad (2)$$

где v—скорость воды; $p_{ат}$, $p_{ст}$, p_k—давления атмосферное, статическое и в каверне; n—показатель политропы; ρ—плотность воды; x_0, x_1—размеры полости разрыва; L—длина трубопровода.

Принимается, что при внезапном закрытии задвижки у последней образуется начальная кавитирующая полость размера x_0, подвергающаяся расширению, а затем сжатию по закону политропы.

Уравнение (2) в безразмерных координатах $\zeta = \frac{x_1}{L}$, $\tau = t\sqrt{\frac{2g(H_{ст} + 10)}{L^2}}$, $u = \left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)^2$ при $\zeta \ll 1$ примет вид:

$$\frac{du}{d\zeta} + Au = \left[A_1\left(\frac{\zeta_0}{\zeta}\right)^n - 1\right](1 + \zeta), \tag{3}$$

где

$$A = \frac{\lambda L}{d}; \quad A_1 = \frac{p_к}{p_{ат} + p_{ст}}.$$

Решением этого неоднородного уравнения при начальных условиях $\zeta = \zeta_0$, $u = u_0$ будет:

$$u = \left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)^2 = e^{-A\zeta}\left[\int_{\zeta_0}^{\zeta}\left[A_1\left(\frac{\zeta_0}{\zeta}\right)^n - 1\right](1 + \zeta)e^{A\zeta}d\zeta + \left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)_0^2 e^{A\zeta_0}\right]. \tag{4}$$

Произведя интегрирование, при $\zeta \ll 1$ получим:

$$\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)^2 = e^{-A\zeta}\left[\frac{A_1\zeta_0^n}{1-n}(\zeta^{1-n} - \zeta_0^{1-n}) + \frac{A_1\zeta_0^n}{2-n}(\zeta^{2-n} - \zeta_0^{2-n})(1 + A) - (\zeta - \zeta_0) + \right.$$
$$\left. + A_1 A\zeta_0^n\frac{\zeta^{3-n} - \zeta_0^{3-n}}{3-n} - (1 + A)\frac{\zeta^2 - \zeta_0^2}{2} + \left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)_0^2 e^{A\zeta_0}\right]. \tag{5}$$

Приравнивая безразмерную скорость $\frac{d\zeta}{d\tau}$ к нулю, из (5) можно определить максимальное значение перемещения ζ_m колонны жидкости от задвижки. После остановки начнется обратное ее перемещение, что приведет к сжатию паровоздушной полости.

Движение в обратном направлении описывается уравнением

$$\frac{dv}{dt} - \frac{\lambda}{2d}v^2 = \frac{p_к\left(\frac{x_1}{x_1}\right)^n - p_{ат} - p_{ст}}{\rho(L - x_1)} \tag{6}$$

при начальном условии $x_1 = x_m$, $\frac{dx_1}{dt} = 0$.

В безразмерных переменных u, ζ уравнение (6) и начальное условие имеют вид:

$$\frac{du}{d\zeta} - Au = \left[A_1\left(\frac{\zeta_0}{\zeta}\right)^n - 1\right](1 + \zeta); \tag{7}$$

$$\zeta = \zeta_m; \quad u = 0.$$

Решение этого неоднородного уравнения получим аналогичным образом.

$$u=\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)^2=e^{A\tau}\left[\frac{\zeta_0^n(\zeta^{1-n}-\zeta_m^{1-n})A_1}{1-n}-(\zeta-\zeta_m)+\frac{A_1\zeta_0^n}{2-n}(1-A)(\zeta^{2-n}-\zeta_m^{2-n})+\right.$$

$$\left.+A\,\frac{\zeta^2-\zeta_m^2}{2}-A_2A_0^n\frac{\zeta^{3-n}-\zeta_m^{3-n}}{3-n}\right]. \qquad (8)$$

Во втором периоде движения (после вторичного отрыва от задвижки) справедливы следующие выражения, описывающие движение в прямом и обратном направлениях.

$$\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)^2=e^{-A\tau}\left[A_2\zeta_{1\max}^n\frac{\zeta^{1-n}-\zeta_{1\max}^{1-n}}{1-n}+\frac{\zeta^{2-n}-\zeta_{1\max}^{2-n}}{2-n}A_2\zeta_{1\max}(1+A)-(\zeta-\zeta_{1\max})\right]; \qquad (9)$$

$$\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)^2=e^{-A\tau}\left[A_2\zeta_{1\min}^n\frac{\zeta^{1-n}-\zeta_{1\max}^{1-n}}{1-n}+\frac{A_2\zeta_{1\min}^n}{2-n}(\zeta^{2-n}-\zeta_1^{2-n})(1-A)-(\zeta-\zeta_1)\right], \qquad (10)$$

где

$$A_2=\frac{p_{1\max}}{p_{ст}+p_{ст}}.$$

Из полученных уравнений видно, что скорость перемещения границы кавитирующей полости, а следовательно, и скорость движения столба жидкости зависят от начального размера x_0 полости.

Вообще говоря, этот параметр трудно определить экспериментальным путем. Многочисленные опыты, проведенные на экспериментальной установке в гидравлической лаборатории напорных систем АрмНИИВГиГ, позволили установить связь вида $x_0=f(v_0)$ (рис. 1), что дало возможность расчитать переходный процесс в трубопроводе.

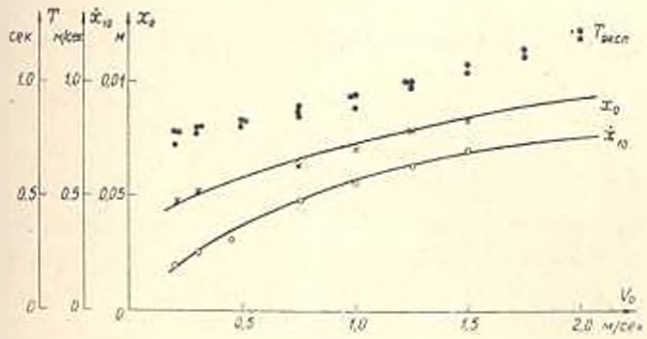

Рис. 1. Зависимость размера начальной кавитационной полости от скорости v_0

Уравнения (5), (8), (9) и (10), описывающие скорость расширения и сжатия кавитирующей полости, не решаются в квадратурах. Однако, если, следуя Чарному И. А. [4], линеаризировать член, выражающий сопротивление в уравнении (2), тогда можно получить

аналитические формулы для расчета переходного процесса. В этом случае уравнение (2) сводится к виду:

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} + 2b\frac{d\eta}{dt} + k^2\eta = 0, \tag{11}$$

где

$$2b = \left(\frac{\lambda|v|}{8\delta}\right)_{\text{ср}}; \qquad \eta = \frac{x_1}{x_0} - 1; \qquad k^2 = \frac{p_{\text{ст}} + p_{\text{ат}}}{\rho L x_0}\left(1 + \frac{x_0}{L}\right).$$

Уравнение (11) описывает свободные затухающие колебания столба жидкости в трубопроводе. Корни характеристического уравнения, соответствующего уравнению (11), комплексные, поэтому общее решение его будет иметь вид:

$$\eta = e^{-bt}\left(C_1 \sin\sqrt{k^2 - b^2}\, t + C_2 \cos\sqrt{k^2 - b^2}\, t\right). \tag{12}$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 найдем исходя из начальных условий:

$$t = 0; \quad x_1 = x_0; \quad \frac{dx_1}{dt} = \left(\frac{dx_1}{dt}\right)_0. \tag{13}$$

Подставляя в (12) значения постоянных интегрирования и учитывая, что $\eta = \frac{x_1}{x_0} - 1$, найдем закон движения столба жидкости в трубопроводе в виде:

$$x_1 = x_0\left[1 + \frac{e^{-bt}}{x_0\sqrt{k^2 - b^2}}\left(\frac{dx_1}{dt}\right)_0 \sin\sqrt{k^2 - b^2}\, t\right]. \tag{14}$$

По уравнению (14), совместно с уравнением состояния $p = p_0\frac{x_0}{x_1}$, можно определить изменение давления в зоне разрыва по формуле:

$$p(t) = \frac{p_0}{1 + \frac{e^{-bt}}{x_0\sqrt{k^2 - b^2}}\left(\frac{dx_1}{dt}\right)_0 \sin\sqrt{k^2 - b^2}\, t}. \tag{15}$$

Из (15) видно, что наличие множителя e^{-bt} обуславливает затухание амплитуды давления. Период этих колебаний определяется по выражению

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{k^2 - b^2}}. \tag{16}$$

В случае, когда сила трения при движении незначительна и ею можно пренебречь, (15) примет вид:

$$p(t) = \frac{p_0}{1 + \frac{\sin kt}{x_0 k}\left(\frac{dx_1}{dt}\right)_0}. \tag{17}$$

Экспериментальная установка, на которой проводилось исследование, состояла из насоса марки 4К-12, напорного трубопровода диаметром $d=0{,}1$ *м* и длиной $L=100$ *м*, напорного бака, расположенного на высоте 22 *м* над насосом. Забор воды насосом осуществлялся из приемного бака, находящегося на 0,6 *м* выше оси насоса. От напорного бака через сливной трубопровод вода обратно поступала в приемный бак. Отключения насоса проводились с помощью задвижки при различных установившихся начальных скоростях от 0,22 до 2 *м/сек*. Давления при неустановившихся режимах измерялись датчиком ТДДМ. Чтобы можно было вести наблюдение за состоянием потока после внезапного прекращения подачи воды на начальном участке трубопровода, непосредственно за закрывающимся затвором была вмонтирована трубка из оргстекла диаметром 80 *мм* и длиной 400 *мм*.

Визуальные наблюдения показали, что при внезапном прерывании потока, движущегося с малыми скоростями 0,22 ÷ 0,45 *м/сек*, у задвижки наблюдается пузырьковая кавитация и выраженный разрыв потока не происходит. Дальнейшее увеличение скорости v_0 приводило при

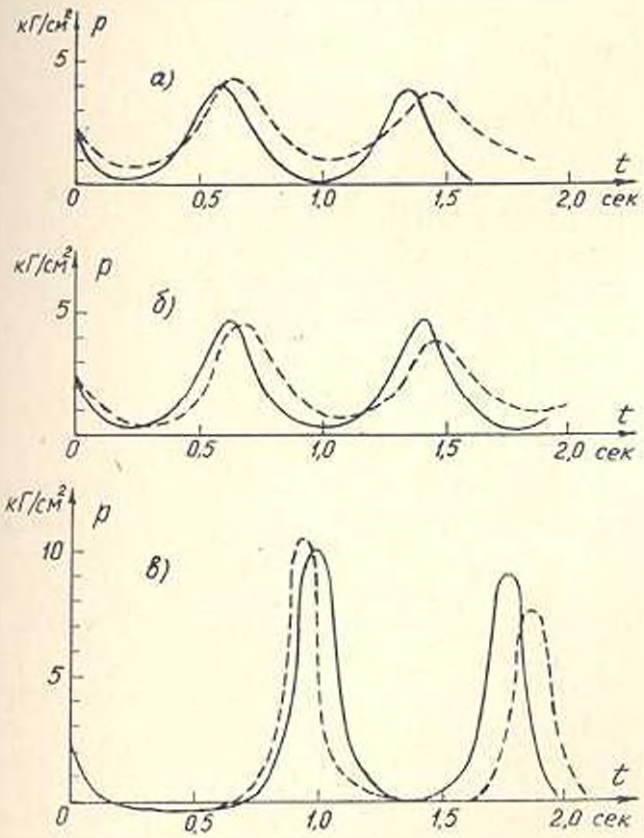

Рис. 2. Изменение давления у задвижки после прерывания потока:
а — при $v_0=0{,}22$ *м/сек*; $x_0=0{,}047$ *м*, $\dot{x}_{10}=0{,}21$ *м/сек*;
б — при $v_0=0{,}30$ *м/сек*; $x_0=0{,}51$ *м*; $\dot{x}_{10}=0{,}25$ *м/сек*;
в — при $v_0=1{,}00$ *м/сек*; $x_0=0{,}070$ *м*; $\dot{x}_{10}=0{,}56$ *м/сек*;
——— расчет; — — — эксперимент

прерывании потока к интенсивному образованию пустот в воде и к отрыву потока от задвижки. Характерные изменения давления для этих случаев приводятся на рис. 2. Расчет изменения давления у задвижки проводился по соотношениям (5), (8), (9) и (10) совместно с уравнением состояния при $n=1$. По этим уравнениям расчет проводился на ЭЦВМ. Для малых начальных скоростей v_0 изменение давления определялось по формуле (17). Результаты расчетов также приведены на рис. 2.

Во всем диапазоне изменения начальных скоростей v_0 определены также превышения давления Δh_2 над статическим давлением (рис. 3). Из рисунка видно, что в диапазоне скоростей $0{,}22 < v_0 < 0{,}75$ *м/сек* возникают давления, превышающие значения, вычисленные по формуле Н. Е. Жуковского.

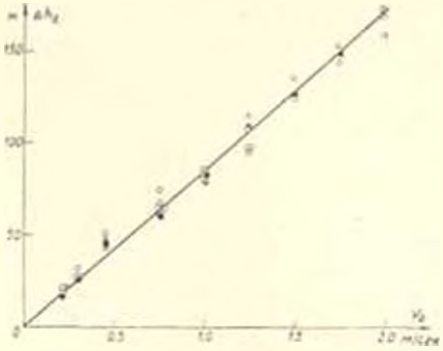

Рис. 3. Зависимость превышения давления над статическим от начальной скорости v_0:
● — расчет; — эксперимент

Выводы

1. Получены уравнения, описывающие изменение давления у задвижки и движение столба жидкости после отрыва потока в трубопроводе.

2. При небольших начальных скоростях, когда сопротивления трения незначительны, получены аналитические формулы для расчета процесса.

3. Максимальное давление, возникающее в трубопроводе при сжатии объема кавитирующей полости, зависит от ее первоначального размера. С ее увеличением максимальные давления увеличиваются.

АрмНИИВПиГ Поступило 4 II 1971

Ռ. Ի. ԻԱՖԱՆԼՅԱՆ

ԽՈՂՈՎԱԿԱՇԱՐՈՒՄ ՀՈՍԱՆՔԻ ԽԶՈՒՄՈՎ ՈՒՂԵԿՑՎՈՂ ՁՀԱՍՏԱՏՎԱԾ ՇԱՐԺՄԱՆ ՀԱՐՑԻ ՇՈՒՐՋԸ

Ամփոփում

Նիստով անսեղմելի հեղուկի և կավիտացիոն ծավալի վիճակի հավասարումներից, հոդվածում ստացվել են հոսանքի անընդհատության խզման հետևանքով փականի մոտ տեղի ունեցող անցումային երևույթներն արտահայտող դիֆերենցիալ հավասարումներ։ Այդ հավասարումների լուծումն իրականացվել է էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենայի վրա։

Հաշվումների արդյունքները համեմատվել են լաբորատոր փորձերի տվյալների հետ։

Շարժման հավասարման մեջ շփման դիմադրության անդամի գծայնացման հետևանքով ստացվել են անցումային երևույթներն արտահայտող անալիտիկ բանաձևեր։

ЛИТЕРАТУРА

1. Указания по защите водоводов от гидравлического удара. М., 1961.
2. *Сузик А. А.* Гидравлический удар в наклонном трубопроводе. Труды ЛПИЖТ-а, вып. 220, 1961.
3. *Wen-Asiang L.* Pressure generated by cavitation in a pipe. Journal of the Engineering and Mechanics Division. Proceedings of the American Society of civil Engineers. 1964.
4. *Чарный И. А.* Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. ГИТТЛ, 1951.