

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Г. Л. АРЕШЯН

ТЕОРИЯ УЧЕТА МАГНИТНОГО СКИН-ЭФФЕКТА
 В ОДНОФАЗНЫХ ИНДУКТОРНЫХ ГЕНЕРАТОРАХ С
 ПУЛЬСИРУЮЩИМ ПОТОКОМ

В работе [1] была развита теория составления основной системы уравнений мдс и определения матриц активных и индуктивных сопротивлений, рассматриваемого класса генераторов, без учета явлений вытеснения переменной составляющей магнитного потока в стальных листах магнитопровода (явлений магнитного скин-эффекта). Однако для некоторых высокочастотных генераторов магнитный скин-эффект может быть выражен в достаточно сильной степени и заметным образом влиять на величины токов обмоток. Поэтому учет этого явления представляет теоретический и практический интерес. В теоретических работах, исследующих индукторные генераторы этого класса, такая задача не рассматривалась. Критерием необходимости учета магнитного скин-эффекта в индукторных генераторах является условие:

$2\delta_s < \Delta$, где

$$\delta_s = \sqrt{\frac{2}{\mu \sigma \omega}} \quad (1)$$

— эквивалентная глубина проникновения переменной составляющей (первая гармоника) магнитного потока в стальной лист магнитопровода; Δ — толщина стального листа (в тех же единицах измерения, что и δ_s). В условии учтено, что переменный магнитный поток проникает в стальной лист с двух сторон. При условии $2\delta_s > \Delta$ магнитный скин-эффект выражен слабо, либо отсутствует и отпадает необходимость его учета. В качестве примера укажем, что для генераторов серии ВПЧ (изготовитель Армэлектрозавод) на 8000 гц $\delta_s = 3,681 \cdot 10^{-2}$ мм, $\Delta = 0,2$ мм, т. е. магнитный скин-эффект выражен достаточно сильно (эффективно используется всего 36,81% сечения стального листа для канализации переменной составляющей магнитного потока). При сильно выраженном магнитном скин-эффекте появляется фазовый сдвиг между вектором внешней мдс и вектором магнитного потока (речь идет о первых гармониках). Угол фазового сдвига равен $\pi/4$ электрических радиан. Поэтому эквивалентные магнитные сопротивления (или проводимости) стальных участков магнитопровода перестают быть скалярными величинами, и возникает необходимость вводить в рассмотрение комплексные магнитные сопротивления для переменных

составляющих мде и магнитных потоков. Постоянная составляющая магнитного потока распределяется равномерно по всей толщине стального листа магнитопровода. Для этой составляющей магнитное сопротивление (или проводимость) остается скалярной величиной, отличной от комплексного магнитного сопротивления переменной составляющей. Поэтому одним из возможных методов учета явлений магнитного скин-эффекта является метод получения матриц магнитных сопротивлений (или проводимостей) для различных участков магнитопровода и составление основной системы уравнений мде, с использованием этих матриц. В настоящей работе принят именно такой метод. Матрицы активных и индуктивных сопротивлений индукторного генератора получаются из основной системы уравнений мде (в которой учтен магнитный скин-эффект) тем же путем, который был использован в работе [1]. Для получения матриц магнитных сопротивлений рассмотрим произвольный участок стального магнитопровода глубиной l_1 (аксиальная длина пакета генератора), шириной b и длиной l (вдоль магнитных силовых линий), такой, в котором можно считать, что по всему сечению (поперек силовых линий) магнитный поток один и тот же. Эффективное сечение такого участка для постоянной составляющей магнитного потока будет $k_2 l_1 b$, где k_2 — коэффициент заполнения стальных листов в пакете. Магнитное сопротивление для постоянной составляющей магнитного потока такого участка равно:

$$r^0 = \frac{l}{\mu_0 k_2 l_1 b} [a/a, \text{сек}], \quad (2)$$

Комплексное магнитное сопротивление для переменной составляющей магнитного потока получается равным:

$$r_n = (1 + j) \frac{l \Delta}{\mu_0 k_2 l_1 b 2\beta_n} [a/a, \text{сек}], \quad \beta_n = \sqrt{-1} \quad (3)$$

где β_n — по уравнению (1). Выражение (3) нетрудно получить, используя аналитические выражения для векторов напряженностей электрического и магнитного поля для случая проникновения плоской электромагнитной волны в проводящее плоское полупространство [2]. Обозначая вещественную часть r_n через r (она равна мнимой части) и сравнивая ее с r^0 по уравнению (2), имеем:

$$r_n = (1 + j)r; \quad r = k_- r^0; \quad k_- = \frac{\beta_n}{2\beta_n} \quad (4)$$

Коэффициент k_- показывает кратность увеличения вещественной (и мнимой) части магнитного сопротивления переменного потока по отношению к магнитному сопротивлению для постоянной составляющей магнитного потока в результате скин-эффекта. Постоянная Φ^0 и переменная Φ_n составляющие магнитного потока выражаются через соот-

патстааующие мдс. с учетом полученных магнитных сопротивлений, для рассматриваемого участка магнитопровода следующим образом:

$$r^0 \Phi^0 = F^0; \quad (1 + j)r \Phi_- = F_- \quad (5)$$

Представим комплексные мдс и токи через продольные и поперечные составляющие (для первых гармоник) $F_- = F^d + jF^q$, $\Phi_- = \Phi^d + j\Phi^q$ и подставляя в (5), получаем систему уравнений

$$r^0 \Phi^0 = F^0; \quad r \Phi^d + r \Phi^q = F^d; \quad -r \Phi^d + r \Phi^q = F^q. \quad (6)$$

Вводя столбцовые матрицы для мдс $F = (F^0 F^d F^q)$ и потоков $\Phi = (\Phi^0 \Phi^d \Phi^q)$, систему (6) представляем в матричной форме $R\Phi = F$, где R — матрица магнитных сопротивлений стального участка магнитопровода, равная:

$$R = \begin{vmatrix} r^0 & 0 & 0 \\ 0 & r & r \\ 0 & -r & r \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Для получения выражений матриц магнитных сопротивлений двух типов участков воздушного зазора машины (зоны «а» и «б»), поступаем следующим образом. Магнитное сопротивление зоны «а» воздушного зазора с точностью до первой гармонической равно:

$$r_a = r_{cp}(1 - m_1 \cos \gamma); \quad \gamma = \pi/n_a \quad (8)$$

где r_{cp} — среднее значение сопротивления зоны «а»; m_1 — первый коэффициент модуляции.

Магнитное сопротивление зоны «б» с той же точностью равно:

$$r_b = \frac{n_a}{n_b} r_{cp}(1 + m_1 \cos \gamma). \quad (9)$$

где n_a и n_b — число малых зубцов зоны «а» и «б».

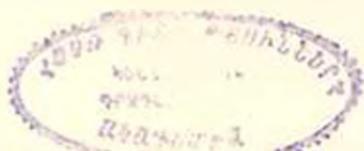
Мгновенное значение магнитного потока (учитываем постоянную составляющую и первую гармонику) зоны «а» представим в виде $\varphi(\gamma) = \Phi^0 + \Phi^d \cos \gamma + \Phi^q \sin \gamma$. Умножая это выражение на r_a уравнения (8), отделяя постоянные, косинусные и синусные члены первых гармоник и приравнявая соответственно к F^0 , F^d и F^q , получим:

$$F^0 = r_{cp}(\Phi^0 - 0,5m_1 \Phi^d); \quad F^d = r_{cp}(-m_1 \Phi^0 + \Phi^d); \quad F^q = r_{cp} \Phi^q. \quad (10)$$

На основе (10) образуем матрицу магнитных сопротивлений зоны «а»

$$R_a = r_{cp} \begin{vmatrix} 1 & -0,5m_1 & 0 \\ -m_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (11)$$

При этом столбцовые матрицы мдс и магнитных потоков того же типа, что и для стальных участков магнитопровода. Аналогично определяем матрицу магнитных сопротивлений зоны «б». На основе (9) получаем:



$$R_{\pm} = \frac{n_a}{n_b} r_{\pm} \begin{vmatrix} 1 & 0,5 m_1 & 0 \\ m_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (12)$$

Матрицы (11) и (12) оказываются отличными от единичных матриц (магнитный скин-эффект в воздушном промежутке отсутствует) из-за того, что магнитные сопротивления воздушных промежутков зон «а» и «б» зависят от положения ротора и при его вращении оказываются функциями времени [см. уравнения (8) и (9)]. На основе полученных выражений для матриц магнитных сопротивлений вида (7), (11) и (12) составляются уравнения для определения магнитных потоков сцепленных с обмотками генератора. Для этого магнитопровод на участке одного полюсного деления возбуждения разбивается на отдельные участки в соответствии с условиями, оговоренными при выводе матриц вида (7), (11) и (12). Зная геометрию участков, для каждого вычисляются матрицы магнитных сопротивлений. Составляется эквивалентная схема для магнитных потоков (в ветвях схемы) и мде обмоток. Составляются уравнения, связывающие эти величины, исходя из уравнений Кирхгофа для схем замещения. В матричном виде такая система получает вид $R\Phi = F$, где R —блочная матрица, образованная из матриц типа (7), (11) и (12) конкретно для рассматриваемого типа генератора; Φ и F —столбцовые матрицы потоков и мде. Не останавливаясь подробно на аналитическом виде этих матриц, кратко изложим дальнейший ход расчета для получения основной системы мде с учетом магнитного скин-эффекта. Имея численное значение матрицы R , находится матрица $\Lambda = R^{-1}$ (с помощью ЭВМ). Из известных элементов матрицы Λ образуются две матрицы Λ' и B^* . С помощью этих новых матриц магнитных проводимостей определяются магнитные потоки, сцепленные с обмотками генератора,

$$\Phi_{\pm} = \Lambda' F_{\pm 0} - B^* F_{\pm}^0, \quad (13)$$

где F_{\pm}^0 —постоянная составляющая мде обмотки возбуждения; Φ_{\pm} и $F_{\pm 0}$ —столбцовые матрицы, равные:

$$\begin{aligned} \Phi_{\pm} &= (\Phi_b^d \Phi_b^q \Phi_c^d \Phi_c^q \Phi_r^d \Phi_r^q); \\ F_{\pm 0} &= (F_b^d F_b^q F_c^d F_c^q F_r^d F_r^q). \end{aligned} \quad (14)$$

Причем Φ_z^s , F_z^s ($z = b, c, g$; $s = d, q$)—амплитуды первых гармоник магнитных потоков и мде обмоток по продольной и поперечной осям. Кроме магнитных потоков (13), с обмотками сцеплены магнитные потоки рассеяния в лобовых и пазовых областях, а так же магнитные потоки, обусловленные падением электрического потенциала на активных сопротивлениях обмоток и нагрузочных сопротивлениях силовой обмотки. Для учета этих потоков вводим матрицы магнитных проводимостей Λ'_z и G^s , тогда полные потоки, сцепленные с замкнутыми

контурами электрических цепей генератора, будут равны $\Phi_{\sigma 0} + (\Lambda_{\sigma}^* + G^*)F_{\sigma 0}$. Сумма всех эдс в замкнутых контурах должна равняться нулю. Для обеспечения этого условия необходимо потребовать, чтобы выполнялось равенство:

$$\Phi_{\sigma 0} + (\Lambda_{\sigma}^* + G^*)F_{\sigma 0} = 0. \quad (15)$$

Подставляя в (15) значение $\Phi_{\sigma 0}$ по уравнению (13), получим основную систему уравнений мдс с учетом магнитного скин-эффекта

$$(\Lambda_{\sigma}^* + \Lambda_{\sigma}^* + G^*)F_{\sigma 0} = B^*F_{\sigma}^0. \quad (16)$$

Если систему (16) записать через столбцовые матрицы мдс по продольной оси $F^d = (F_b^d, F_c^d, F_g^d)$ и по поперечной оси $F^q = (F_b^q, F_c^q, F_g^q)$, то она примет вид:

$$\begin{aligned} D^d F^d - D^q F^q &= -B^d F_b^0, \\ Q^d F^d + Q^q F^q &= B^q F_b^0. \end{aligned} \quad (17)$$

Система (17) дает возможность рассчитать первые гармоники мдс (продольные и поперечные) для всех трех обмоток генератора в любом установившемся режиме с учетом магнитного скин-эффекта. Матрицы активных и индуктивных сопротивлений генератора с учетом магнитного скин-эффекта получаются на базе системы (17), используя метод, развитый в работе [1]. Не приводя промежуточных преобразований, дадим окончательные выражения:

$$\begin{aligned} R^d &= \omega W Q^d W; & R^q &= \omega W D^q W; \\ X^d &= \omega W^* Q^d W; & X^q &= \omega W Q^q W, \end{aligned} \quad (18)$$

где $W = (\omega_b, \omega_c, \omega_g)$ — диагональная матрица витков. Постоянная составляющая тока возбуждения индуктирует во всех обмотках генератора первые гармоники внешних эдс, матрицы которых по продольной и поперечной осям равны:

$$E_b^d = \omega W^* B^d F_b^0; \quad E_b^q = \omega W B^d F_b^0. \quad (19)$$

Для построения векторных диаграмм необходимо пользоваться следующими матричными уравнениями:

$$E_b^q = R^q J^q - X^d J^d; \quad E_b^d = R^d J^d + X^q J^q, \quad (20)$$

где E_b^{σ} ($\sigma = d, q$) — по уравнению (19); R^{σ} и X^{σ} — по (18). Первое уравнение (20) выписано для поперечной оси, а второе — для продольной оси. С целью проведения анализа влияния магнитного скин-эффекта, выйдем систему уравнений мдс (для первых гармоник) при отсутствии скин-эффекта [1]

$$\begin{aligned} D_1 F^d - G_1 F^q - B_1 F_b^0, \\ G_1 F^d + Q_1 F^q = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Соответственно для этого случая внешние эдс равны:

$$E_a^d = 0; \quad E^q = \omega W B_1 F_b^0, \quad (22)$$

а матрицы активных и индуктивных сопротивлений имеют вид:

$$R = R^d = R^q = \omega W G_1 W; \quad X^d = \omega W D_1 W; \quad X^q = \omega W Q_1 W. \quad (23)$$

Сравнивая соответственно (17) с (21), (19) с (22) и (18) с (23), замечаем, что в результате магнитного скин-эффекта:

1. Во втором уравнении системы (17) правая часть отлична от нуля, вследствие чего в обмотках генератора возникают внешние эдс по продольной оси ($E_a^d \neq 0$).

2. Ввиду того, что B_1 и B^d внешние эдс по поперечной оси E_b при наличии скин-эффекта отличны от соответствующих внешних эдс при отсутствии скин-эффекта.

3. Матрицы активных сопротивлений R^d и R^q оказываются в общем случае не равными друг другу и отличны от матриц $R = R^d = R^q$ при отсутствии скин-эффекта.

4. Отличаются соответствующие матрицы индуктивных сопротивлений X^d и X^q , так как $D^d \neq D_1$ и $Q^q \neq Q_1$.

5. В количественном отношении отличия, указанные выше, могут быть незначительными, либо достигать заметных величин. Все зависит от конкретного типа машины. Расчеты, проведенные для генератора серии В114 8000 гц 100 квт, показали, что соответствующие элементы матриц D^{-d} и Q^{-d} отличаются друг от друга в четвертом знаке после запятой. То есть при учете скин-эффекта R^d и R^q практически равны друг другу, но заметно отличаются от $R = R^d = R^q$, которые вычислены без учета скин-эффекта.

Приведем численные значения разности матриц (с точностью до четвертого знака после запятой) в относительных единицах (за базу принята величина $i_{ср}/4p_b$).

а. Разности матриц, которые обуславливают активные сопротивления [см. уравнения (18) и (23)]:

$$D^{-d} - G_1^{-d} = Q^{-d} - G_1^{-d} = \begin{vmatrix} 0,768 & 0,215 & 0,384 \\ 0,215 & 0,075 & 0,107 \\ 0,384 & 0,107 & 0,193 \end{vmatrix}. \quad (24)$$

Разности оказываются положительными, следовательно, активные сопротивления при скин-эффекте увеличиваются.

б. Разности матриц, которые обуславливают X^d .

$$D^{-1} - D_1^{-1} = - \begin{vmatrix} 0,545 & 0,168 & 0,272 \\ 0,168 & 0,052 & 0,084 \\ 0,272 & 0,081 & 0,136 \end{vmatrix} \quad (25)$$

в. Разности матриц, которые обуславливают X^q .

$$Q^{-1} - Q_1^{-1} = - \begin{vmatrix} 0,745 & 0,216 & 0,372 \\ 0,216 & 0,078 & 0,108 \\ 0,372 & 0,108 & 0,186 \end{vmatrix} \quad (26)$$

Разности (25) и (26) оказываются отрицательными, откуда следует, что матрицы индуктивных сопротивлений X^d и X^q из-за скин-эффекта уменьшаются.

г. Разности матриц, которые обуславливают внешние эдс [см. уравнения (19) и (22)].

$$B^{-1} - B_1^{-1} = - \begin{vmatrix} 0,041 \\ 0,036 \\ 0,021 \end{vmatrix}; \quad B^{-1} - 0 = - \begin{vmatrix} 0,021 \\ 0,021 \\ 0,011 \end{vmatrix} \quad (27)$$

где 0 — нулевая столбцовая матрица. В данном случае скин-эффект приводит к уменьшению внешних эдс E_1^q и возникновению дополнительных эдс E_2^q .

б. В режиме идеального КЗ (активные сопротивления обмоток принимаются равными нулю) при наличии магнитного скин-эффекта, в генераторе, кроме продольных составляющих тока, имеются отличные от нуля поперечные составляющие тока. Это следует из (17), так как для такого режима $D^q \neq 0$ и $Q^d \neq 0$. В то время, как в генераторе без учета магнитного скин-эффекта в режиме идеального КЗ поперечные составляющие токов равны нулю, так как $G_1 = 0$ [см. уравнение (21)].

В заключение введем понятие эксопротивлений. Матричные уравнения (20) не очень удобны для построения векторных диаграмм, так как при построении векторной диаграммы той или иной обмотки α ($\alpha = b, c, g$) приходится оперировать токами всех обмоток. Это обстоятельство можно при некоторых условиях обойти, если при построении векторной диаграммы для данной обмотки использовать ток только данной обмотки и оперировать активными и индуктивными эксопротивлениями этой же цепи. Обозначим элементы матриц (18) R^z и X^z ($z = d, q$) соответственно $r_{\alpha\beta}^z$ и $x_{\alpha\beta}^z$ ($\alpha, \beta = b, c, g$). Активные эксопротивления зададим уравнением

$$r_{\alpha}^z = r_{\alpha\alpha}^z + \sum_{\beta \neq \alpha} r_{\alpha\beta}^z \frac{I_{\beta}^z}{I_{\alpha}^z} \quad (28)$$

а индуктивные эксопротивления — уравнением

$$x_{\alpha}^z = x_{\alpha\alpha}^z + \sum_{\beta \neq \alpha} x_{\alpha\beta}^z \frac{I_{\beta}^z}{I_{\alpha}^z} \quad (29)$$

В (28) и (29) индексы пробегают значения $\alpha = d, q$; $\alpha, \beta = b, c, g$. Тогда для цепи обмотки α уравнения (20) примут вид:

$$E_{\alpha}^{\beta} = r_{\alpha}^{\beta} j_{\alpha}^{\beta} - x_{\alpha}^{\beta} j_{\alpha}^{\alpha}; \quad E_{\alpha}^{\alpha} = r_{\alpha}^{\alpha} j_{\alpha}^{\alpha} + x_{\alpha}^{\alpha} j_{\alpha}^{\beta} \quad (\alpha = b, c, g). \quad (30)$$

Вычитывая из соответствующих экасопротивлений силовой цепи ($\alpha = c$) сопротивления внешней нагрузки, а из экасопротивлений цепи возбуждения ($\alpha = b$) — сопротивления внешней цепи (за зажимами обмотки возбуждения), получим машинные экасопротивления силовой обмотки и обмотки возбуждения. Экасопротивления демпферной цепи ($\alpha = g$) совпадают с машинными экасопротивлениями демпферной обмотки, так как она всегда замкнута на себя. Расчеты показывают, что машинные экасопротивления меняются незначительно (несколько %) при изменении нагрузочных режимов генератора в широких пределах. Поэтому при построении векторных диаграмм с погрешностью в 5—6% рекомендуется использовать машинные экасопротивления.

ЕрПН им. К. Маркса

Поступило 3.VII.1971

Գ. Լ. ԱՐԵՇՅԱՆ

ԲԱՐՔԱՆՈՂ ՀՈՍՔՈՎ ԸՆԴՈՒԿՏՈՐԱՅԻՆ ԳԵՆԵՐԱՏՈՐՆԵՐՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԵՆԴՈՒԿՏՈՐԱԿԱՆ ՍԿԻՆ-ԼՖԵԿԿՆԵ ԸՈՇՎԻ ԱՆՆԵՆԻԹ ՏԵՍԻՔՅՈՒՆ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Վ

Հարվածում դիտվում է մագնիսական սկին-էֆեկտի ազդեցությունը երջված գեներատորների աշխատանքի վրա: Ուժեղ արտաճալոված սկին-էֆեկտի դեպքում ցույց է տրված մշու-ների հիմնական նավասարտմների կազմման հղանակը: Բերված են ախտիվ ու ինդուկտիվ զիմադրությունների և արտաքին էլշու-ների մատրիցաների արտաճալությունները: Այդ մատրիցաները համեմատվում են առանց սկին-էֆեկտը հաշվի առնելիս ստացված համապատասխան մատրիցաների հետ: Վեկտորական դիպրամների կառուցումը հեշտացնելու համար մացվում են ախտիվ և ինդուկտիվ էկադիմադրությունների հասկացությունները:

Л И Т Е Р А Т У Р А

- 1 Арешян Г. Л. Теория установившихся процессов индукторных генераторов с пульсирующим потоком, ДАН АрмССР, т. 58, 1974.
- 2 Физические основы электротехники, под общей редакцией К. М. Полякова, ГЭИ, М., 1950.