

ЭНЕРГЕТИКА

В. М. МАРКАРЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ПЕРИОДИЧНОСТИ
ПРОВЕДЕНИЯ ПРОВЕРОК И ВОССТАНОВЛЕНИЯ
РАБОТОСПОСОБНОСТИ ГИДРОАГРЕГАТОВ

Одним из важных показателей эксплуатационной надежности агрегатов гидроэлектростанций является коэффициент технического использования ($k_{тн}$), который определяет долю времени работоспособного состояния оборудования при длительной эксплуатации [1].

Состояние агрегата в целом, состоящего из i последовательно соединенных блоков, определяется как состояние, при котором все блоки исправно функционируют, т. е. при всех $i = \overline{1, n}$ функция реализации процесса $Y_i(t) = E_{0i} E_{2i}$ [2,3], где

E_{0i} — состояние функционирования блока, не имеющего повреждений;

E_{2i} — состояние функционирования блока, имеющего повреждения.

Задача установления оптимальной периодичности проведения проверок и восстановления работоспособности агрегатов заключается в определении коэффициента технического использования как предел вероятности заставить агрегат в момент t в состоянии работоспособности при $t = \infty$.

Коэффициент технического использования является функцией периодичности τ_i ($i = \overline{1, n}$) проведения проверок в каждом блоке, т. е.

$$k_{тн} = k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n). \quad (1)$$

При независимом обслуживании каждого блока коэффициент технического использования (1) может быть представлен как произведение коэффициентов технического использования каждого блока $k(\tau_i) = k_{тнi}$, т. е.

$$k_{тн} = k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) = \prod_{i=1}^n k(\tau_i). \quad (2)$$

Равенство (2) позволяет существенным образом упростить решение задачи оптимизации, так как сводит задачу к рассмотрению процесса функционирования каждого блока отдельно, исследование функции многих переменных — к исследованию функции одной переменной.

Итак, рассмотрим блок с произвольным номером i и для него решим задачу оптимизации коэффициента технического использования $k(\tau_i)$.

Прежде всего отметим, что процесс $Y_i(t)$, описывающий состояние блока, является регенерирующим случайным процессом, т. е. для этого процесса существуют такие моменты времени $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ ($t_n \rightarrow \infty$ при $n \rightarrow \infty$), для которых последующее поведение процесса не зависит от прошлого. Такими моментами являются моменты окончания ремонта, после которого блок полностью обновляется и весь процесс обслуживания повторяется (проводится перепланирование моментов проведения проверок работоспособности). В таком случае для определения коэффициента технического использования

$$k_{\text{ис}}(z) = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{v_i(t) = 1\} = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{Y_i(t) \in E_{01} \cup E_{21}\}$$

можно воспользоваться предельной теоремой для регенерирующих процессов.

Обозначим через $z_k = t_{k+1} - t_k$ интервал между моментами регенерации. Последовательность $\{z_k\}$ ($k = 0, 1, \dots$) образует рекуррентный процесс восстановления. Процесс восстановления называется дискретным, если $\{z_k\}$ решетчатые случайные величины, т. е. такие, для которых наибольший общий делитель $\omega > 0$ с вероятностью единица. В противном случае процесс восстановления называют непрерывным. Регенерирующий процесс $Y_i(t)$ называется периодическим, если последовательность $\{z_k\}$ образует дискретный процесс восстановления. Регенерирующий процесс $Y_i(t)$ называется аperiodическим, если последовательность $\{z_k\}$ образует непрерывный процесс восстановления.

В рассматриваемом случае можно считать, что случайные времена пребывания i -го блока в работоспособном состоянии (ξ_i) и предотказовом состоянии (η_i) и длительности плановых проверок (ξ_{pi}), плановых ремонтов (ξ_{pi}) и аварийных ремонтов (ξ_{api}) являются непрерывными случайными величинами. Поэтому непрерывными случайными величинами будут $\{z_k\}$, а регенерирующий процесс $Y_i(t)$ будет аperiodическим.

Для аperiodического регенерирующего процесса $Y_i(t)$ существует предел $\lim_{t \rightarrow \infty} P\{Y_i(t) \in E_{01} \cup E_{21}\}$. Если $Mz_k < \infty$ и $z_1 < \infty$, то этот предел равен

$$k_i = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{Y_i(t) \in E_{01} \cup E_{21}\} = \frac{1}{Mz_1} \int_0^{\infty} g_{E_{01} \cup E_{21}}(t) dt, \quad (3)$$

$$\text{где } Mz = Mz_k; \quad g_{E_{01} \cup E_{21}}(t) = P\{Y_i(t_k + t) \in E_{01} \cup E_{21}, z_{k+1} > t\} = \\ = P\{v_i(t_k + t) = 1, z_{k+1} > t\}$$

—вероятность того, что период регенерации продлится более t , и в момент t блок будет работоспособен [4].

Естественно считать для технической системы (блока), что среднее время безотказной работы конечно, и моменты регенерации будут иметь место. В таком случае $Mz_k < \infty$ и $z_1 < \infty$. Наличие плот-

ности распределения $P\{z_k < t\}$ следует из непрерывности случайных величин $\tau_i, \xi_{pi}, \xi_{api}, \xi_{pi}$, где $\xi_i = \xi_i + \tau_i$.

Таким образом, можно воспользоваться формулой (3) для определения коэффициента технического использования блока.

Обозначим через $\varphi_{E_{0i} \cup E_{2i}}(t, x, y)$ вероятность того, что период продлится более t , в момент t блок будет работоспособен, $\xi_i = x, \tau_i = y$.

Тогда по формуле полной вероятности можно написать:

$$\int_0^{\infty} \varphi_{E_{0i} \cup E_{2i}}(t) dt = \int_0^{\infty} \left[\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \varphi_{E_{0i} \cup E_{2i}}(t, x, y) f_i(x, y) dx dy \right] dt = \\ = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \left[\int_0^{\infty} \varphi_{E_{0i} \cup E_{2i}}(t, x, y) dt \right] f_i(x, y) dx dy. \quad (4)$$

При фиксированных $\xi_i = x, \tau_i = y$ вероятность $\varphi_{E_{0i} \cup E_{2i}}(t, x, y)$ принимает два значения: либо 1, если момент t попадает на период нормального функционирования, либо 0, если момент t попадает на период восстановительных работ или проверок. Поэтому внутренний интеграл $\int_0^{\infty} \varphi_{E_{0i} \cup E_{2i}}(t, x, y) dt$ равен времени, проведенному в состоянии $E_{0i} \cup E_{2i}$ на периоде, в котором $\xi_i = x, \tau_i = y$. Если τ_i — периодичность проведения проверок работоспособности и $k\tau_i < x < (k+1)\tau_i$ ($k=0, 1, \dots$), то время, проведенное в работоспособном состоянии на данном периоде, равно $x + \min[y(k+1)\tau_i - x]$, т. е. равно $x + y$, если на одном периоде τ_i произойдет повреждение и отказ [$y < (k+1)\tau_i - x$], либо равно $(k+1)\tau_i$, если отказа не произойдет [$y > (k+1)\tau_i - x$].

Окончательно можно записать:

$$\int_0^{\infty} \varphi_{E_{0i} \cup E_{2i}}(t, x, y) dt = \begin{cases} x + y & \text{при } k\tau_i < x < (k+1)\tau_i; k=0, 1, \dots \\ (k+1)\tau_i & \text{при } k\tau_i < x < (k+1)\tau_i; \\ & y < (k+1)\tau_i - x; \\ & y > (k+1)\tau_i - x. \end{cases} \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4), получаем:

$$\int_0^{\infty} \varphi_{E_{0i} \cup E_{2i}}(t) dt = \sum_{k=0}^{\infty} \left[\int_{k\tau_i}^{(k+1)\tau_i} \left[\int_0^{(k+1)\tau_i - x} (x+y) f_i(x, y) dy + \int_{(k+1)\tau_i - x}^{(k+1)\tau_i} (k+1)\tau_i f_i(x, y) dy \right] dx \right] \quad (6)$$

Теперь определим математическое ожидание длительности периода регенерации Mz . Длительность периода регенерации складывается из двух составляющих: длительности τ_i пребывания в работоспособном состоянии ($E_{0i} \cup E_{2i}$) и длительности τ_i ремонта и проверок

(пребывание в состоянии $E_{11} \vee E_{31} \vee E_{41}$), т. е. $z = \gamma_1 + \gamma_2$. Следовательно,

$$Mz = M\gamma_1 + M\gamma_2. \quad (7)$$

Величины $M\gamma_1$ и $M\gamma_2$ считаются по формуле полного математического ожидания:

$$M\gamma_1 = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \gamma_1(x, y) f_1(x, y) dx dy; \quad M\gamma_2 = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \gamma_2(x, y) f_1(x, y) dx dy, \quad (8)$$

где $\gamma_i(x, y)$ при $i=1, 2$ — средняя длительность пребывания в работоспособном (неработоспособном) состоянии при условии, что $\xi_i = x$, $\eta_i = y$. При $k=0, 1, 2, \dots$ имеем:

$$\gamma_1(x, y) = \begin{cases} (k+1)\tau_i & \text{если } k\tau_i < x \leq (k+1)\tau_i, \\ & y > (k+1)\tau_i - x, \\ x+y & \text{если } k\tau_i < x \leq (k+1)\tau_i, \\ & y \leq (k+1)\tau_i - x, \end{cases} \quad (9)$$

$$\gamma_2(x, y) = \begin{cases} kT_{pi} + T_{npi} & \text{если } k\tau_i < x \leq (k+1)\tau_i, \\ & y > (k+1)\tau_i - x, \\ kT_{pi} - T_{npi} & \text{если } k\tau_i < x \leq (k+1)\tau_i, \\ & y \leq (k+1)\tau_i - x. \end{cases} \quad (10)$$

где T_n, T_{np}, T_{ap} — значения ξ_n, ξ_p, ξ_{ap} .

В самом деле, если $k\tau_i < x \leq (k+1)\tau_i$ и $y > (k+1)\tau_i - x$, то k периодов блок проработал без повреждений, на $(k+1)$ -м периоде появилось повреждение, которое не вызвало отказа до $(k+1)$ -й проверки $y > (k+1)\tau_i - x$. В таком случае блок безотказно проработал время $(k+1)\tau_i$, было проведено k проверок работоспособности и в конце периода проводился предупредительный (текущий) ремонт. Если же $k\tau_i < x \leq (k+1)\tau_i$, то $y \leq (k+1)\tau_i - x$ и на $(k+1)$ -м периоде происходит отказ блока [повреждение и отказ появились на одном периоде $y \leq (k+1)\tau_i - x$]. Поэтому блок безотказно проработал время $x+y$, было проведено k проверок работоспособности и в конце периода проводился аварийный ремонт.

Подставив выражения (9) и (10) в формулы (8), с учетом (7) получим:

$$Mz = \sum_{k=0}^{\infty} \int_0^{(k+1)\tau_i} \int_0^{(k+1)\tau_i - x} (x+y) f_1(x, y) dy + \int_0^{\infty} (k+1)\tau_i f_1(x, y) dy \Big| dx + \\ + T_{ni} \sum_{k=0}^{\infty} k \int_0^{(k+1)\tau_i} \int_0^{\infty} f_1(x, y) dx dy + T_{npi} \sum_{k=0}^{\infty} \int_0^{(k+1)\tau_i} \int_{(k+1)\tau_i - x}^{\infty} f_1(x, y) dx dy +$$

$$+ T_{ap1} \sum_{k=0}^{(k+1)\tau_1} \int_{k\tau_1}^{(k+1)\tau_1-x} \int_0^x f_1(x, y) dx dy, \quad (11)$$

Подставив (6) и (11) в (3), получим окончательное выражение для коэффициента технического использования блока:

$$k(\tau_1) = k_1 = \frac{A}{A + B + C}, \quad (12)$$

где

$$A = \sum_{k=0}^{(k+1)\tau_1} \left| \int_{k\tau_1}^{(k+1)\tau_1-x} (x+y) f_1(x, y) dy + \int_{(k+1)\tau_1-x}^x (k+1)\tau_1 f_1(x, y) dy \right| dx;$$

$$B = T_{ap1} \sum_{k=0}^{(k+1)\tau_1} k \int_{k\tau_1}^{(k+1)\tau_1} \int_0^x f_1(x, y) dx dy \quad T_{ap1} \sum_{k=0}^{(k+1)\tau_1} \int_{k\tau_1}^{(k+1)\tau_1-x} \int_0^x f_1(x, y) dx dy;$$

$$C = T_{ap1} \sum_{k=0}^{(k+1)\tau_1} \int_{k\tau_1}^{(k+1)\tau_1-x} \int_0^x f_1(x, y) dx dy.$$

Негрудно заметить, что выражения (5) и (9) совпадают. Это значит, что в числителе выражения (12) для коэффициента технического использования стоит математическое ожидание $M\tau_1$ длительности пребывания процесса $Y_1(t)$ в состояниях $E_1 \cup E_2$, т. е. можно записать:

$$k_1 = \frac{M\tau_1}{M\tau_1 + M\tau_2}. \quad (13)$$

Таким образом, получаем следующий алгоритм определения оптимальной периодичности проверок:

— для каждого блока ($i = 1, 2, \dots, n$) исследуется на максимум по τ_i функция (12), определяющая коэффициент технического использования блока, и определяется точка $\tau_i^{\text{оп}}$ абсолютного максимума;

— оптимальный коэффициент технического использования всей системы определяется по формуле (2);

— набор $(\tau_1, \dots, \tau_n)$ определяет оптимальную периодичность проведения проверок и восстановления работоспособности гидроагрегатов.

В частном случае при $n=1$ получаем стратегию обслуживания сложной системы.

Վ. Մ. ՄԱՐԿՐԻԱՆ

ՀԻՐԻՈԱԳՐԵԳԱՏՆԵՐԻ ԱՇԽԱՏՈՒՆԱԿՈՒԹՅԱՆ ՍՏՈՒԳՈՒՄՆԵՐԻ ԱՆՑԿԱՑՄԱՆ
ԵՎ ՎԵՐԱԿԱՆԳՆՄԱՆ ՕՊՏԻՄԱԼ ՊԱՐԻԵՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՈՐՈՇՈՒՄԸ

Ա. Վ. Ո Վ. Ո Վ

Հողվածում արված է տեխնիկական օգտագործման գործակցի ղեկավարությանը, որը բնորոշում է հիդրոագրեգատների աշխատունակությունը ևրկա-
րաուն շահագործման դեպքում: Բերված է այդ գործակցի կախումը ագրե-
գատի գործելու հնարավոր վիճակներից, որը հիմնված է ռեզոնանսային պրո-
ցեսների թեորիայի վրա: Ոպտիմալացման խնդրի լուծումը ներկայացված է
ալգորիթմի ձևով:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Маркрян В. М. Об оценке надежности гидроагрегатов. Сб. «Стандартизация, ка-
чество и техническая эстетика». Ереван, 1971.
2. Маркрян В. М. Совершенствование обслуживания гидроагрегатов. «Информацион-
ный бюллетень Арм. НИИЭИ», № 4, Ереван, 1973.
3. Бразилианс Е. Ю. Некоторые математические вопросы теории обслуживания слож-
ных систем. М., 1971.
4. Коки А. Р. Теория восстановления. М., 1967.