ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVII, № 5, 1974 Серия технических наук

ЭНЕРГЕТИКА

Г. Т. АДОНЦ, А. С. АВАКИМОВ, Р. А. ЕРМЕКОВА

К РАСЧЕТУ МИНИМУМА ПОТЕРЬ АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТРИЦЫ ВТОРЫХ ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ОТ ПОТЕРЬ

Задача минимизации потерь активной мощности в электрических сетях энергосистем путем регулирования управляемых параметров режима представляет значительный теоретический и практический интерес. Существует ряд алгоритмов и реализующих их на ЭВМ программ расчета минимума потерь. Однако многие из них не используются или из-за слишком большого потребного машинного времени, или из-за плохой сходимости итерации при расчете искомого оптимального установившегося режима системы.

Для улучшения сходимости и сокращения времени расчета в работах [1, 2] успешно используется, частично или полностью, матрица вторых частных производных от целевой функции по регулируемым параметрам.

Целью настоящей статьи является разработка методики расчета минимума потерь активной мощности, основанной на использовании не только первых частных производных от потерь мощности по регулируемым параметрам, но и матрицы вторых частных производных. В этой связи в статье предлагаются три алгоритма расчета матрицы вторых частных производных и приводятся примеры расчета минимума потерь для одной системы из четырех генераторных и четырех нагрузочных узлов.

Постановка задачи. Принимаются в качестве заданных: а) параметры g_{mk} и b_{mk} системы; б) параметры P, U, Q, ψ исходного установившегося режима системы; в) соответствующие коэффициенты, необходимые для обеспечения сходимости и быстроты расчета.

Требуется определить: а) новые значения регулируемых параметров режима; б) оптимальный установившийся режим системы.

Расчетные уравнения. В качестве расчетных используются:

а) уравнение потерь активной мощности [3]:

$$\pi = \sum_{k=1}^{n} \sum_{m=1}^{n} U_m U_k g_{mk} \cos(\psi_m - \psi_k), \tag{1}$$

где U и ψ — модуль и фаза напряжений $m, k = 1 \div n$ узлов системы;

g_{mk} — активная проводимость относительно узлов m, k;

б) уравнения установившегося режима системы [4]:

$$P_m^0 - U_m^i \sum_{k=1}^{n} U_k^i [g_{mk} \cos(\psi_m^i - \psi_k^i) - b_{mk} \sin(\psi_m^i - \psi_k^i)] = 0; \quad (2)$$

$$Q_m^0 - U_m^i \sum_{k=1}^{n} U_k^i [g_{mk} \sin(\psi_m^i - \psi_k^i) + b_{mk} \cos(\psi_m^i - \psi_k^i)] = 0, \quad (3)$$

где P_m^0, Q_m^0 — заданные мощности узлов $m = 1 \div n$;

i — верхний индекс-номер шага итерации;

в) искомые значения регулируемых параметров, обеспечивающих минимум потерь [1]:

$$[U_k^{\text{оп}}] = [U_k^0] + [\Delta U_k];$$

$$[\Delta U_k] = -\sigma \left| \frac{\partial^2 \pi}{\partial U_k \partial U_m} \right|^{-1} \cdot [\nabla f], \quad (4)$$

где m, k — индексы узлов с регулируемым параметром режима;

U_k^0, $U_k^{\text{оп}}$ — параметры соответственно исходного и искомого режимов;

σ — коэффициент, определяющий шаг минимизации;

∇f — градиент функции π.

Алгоритмы расчета. Предлагаются три алгоритма расчета искомого оптимального режима. Общим для трех алгоритмов является то, что основным расчетным служат уравнения (1) $\div$ (4).

При решении уравнений (2) и (3) установившегося режима в качестве задаваемых (независимых) переменных принимаются:

P и U генераторных узлов; P и Q нагрузочных узлов; U и ψ балансирующего узла. Искомыми (зависимыми) являются остальные два переменных из числа P, Q, U, ψ каждого из узлов системы, представляемой многополюсником.

Различие в алгоритмах выражается в способе определения матрицы вторых частных производных, используемой для определения приращений регулируемых параметров ΔU_k по уравнению (4).

Алгоритм I. Для определения вторых частных производных исходим из разложения функции потерь активной мощности π в ряд Тейлора по степеням регулируемых ΔU параметров режима, ограничиваясь тремя первыми членами:

$$\pi^i = \pi^0 + \sum_{k \in K} \left(\frac{\partial \pi}{\partial U^0} \right)_k \Delta U_k^i + \frac{1}{2} \sum_{k \in K} \sum_{m \in K} \frac{\partial^2 \pi}{\partial U_k^0 \partial U_m^0} \Delta U_k^i \Delta U_m^i, \quad (5)$$

где $\pi^0 = \sum_{k=1}^{n} \sum_{m=1}^{n} U_m^0 U_k^0 g_{mk} \cos(\psi_m^0 - \psi_k^0)$

— потери, соответствующие параметрам U^0, ψ^0 исходного установившегося режима;

$$[\Delta U_k^i] = [U_k^i] - [U_k^0] = q_k^i [\sigma];$$

i — верхний индекс-номер шага оптимизации;

k, m — индексы множества R узлов с регулируемыми параметрами;

$|\tau|$ — вектор, определяющий направление изменения на величину q_k регулируемых параметров узлов $k \in R$.

Выражение (5) позволяет вычислить диагональные элементы матрицы вторых частных производных, если допустить покоординатное изменение вектора регулируемых в каждом шаге оптимизации.

Расчетная формула для первого шага оптимизации может быть записана так:

$$\left(\frac{\partial^2 \pi}{\partial U_k^2}\right)^i = \frac{2}{(q_k^i)^2}\left[\pi^i - \pi^0 \pm q_k^i \left(\frac{\partial \pi}{\partial U_k}\right)^i\right]. \tag{6}$$

Вектор $|\tau|$ в этих расчетах может быть представлен записью: $|\tau| = (0, 0 \ldots, \pm 1, \ldots 0)$, означающей, что приращение получает параметр регулирования лишь по одному узлу.

Из (5) можно получить также формулу для определения недиагональных элементов искомой матрицы, а именно:

$$\left(\frac{\partial^2 \pi}{\partial U_k \partial U_m}\right)^i = \frac{1}{(q_{k,m})^2}\left[\pi^i - \pi^0 \mp q_{k,m}\left(\frac{\partial \pi}{\partial U}\right)_k \mp q_{k,m}\left(\frac{\partial \pi}{\partial U}\right)_m\right] -$$

$$-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial^2 \pi}{\partial U_k^2}\right) + \left(\frac{\partial^2 \pi}{\partial U_m^2}\right)\right], \tag{7}$$

где индексы имеют указанные выше значения.

Для вычисления градиента функции потерь по регулируемым параметрам используются следующие уравнения [1]:

$$\left[\frac{\partial \pi}{\partial X}\right] + \left[\frac{\partial f}{\partial X}\right]^T \cdot [\lambda] = 0; \tag{8}$$

$$[\nabla f] = \left[\frac{\partial \pi}{\partial V}\right] + \left[\frac{\partial f}{\partial V}\right]^T \cdot [\lambda], \tag{9}$$

где $[X]$ — вектор зависимых параметров режима; $[f]$ — функция уравнения установившегося режима; $[V]$ — вектор регулируемых параметров; $[\lambda]$ — вектор коэффициентов Лагранжа; T — индекс транспонированной матрицы.

Алгоритм II. Отличается от изложенного способа определения матрицы вторых частных производных тем, что в выражениях (6) и (7) принимаются равными нулю первые частные производные, т. е. $\left(\frac{\partial \pi}{\partial U_k}\right)^i = 0$. Это соответствует тому, что в разложении (5) в ряд Тейлора исключаются слагаемые под знаком $\sum_{k \in R}$.

Алгоритм III. Для определения матрицы вторых частных производных предлагается воспользоваться уравнением (1).

В связи с этим можно воспользоваться следующими формулами.

$$\frac{\partial\pi}{\partial U_m}=2\sum_{k=1}^{n}U_k g_{mk}\cos(\psi_m-\psi_k);$$

$$\frac{\partial^2\pi}{\partial U_m^2}=2g_{mm};\qquad m=k$$

$$\frac{\partial^2\pi}{\partial U_m\partial U_k}=2g_{mk}\cos(\psi_m-\psi_k).\quad m\neq k \tag{10}$$

Если в качестве регулируемых параметров могут быть выбраны также фазы напряжений, то могут быть использованы и формулы:

$$\frac{\partial\pi}{\partial\psi_m}=-2U_m\sum_{k=1}^{n}U_k g_{mk}\sin(\psi_m-\psi_k);$$

$$\frac{\partial^2\pi}{\partial\psi_m^2}=-2U_m\sum_{k=1}^{n}U_k g_{mk}\cos(\psi_m-\psi_k),\quad m=k$$

$$\frac{\partial^2\pi}{\partial\psi_m\partial\psi_k}=2U_mU_k g_{mk}\cos(\psi_m-\psi_k).\qquad m\neq k \tag{11}$$

Примеры расчета. Для иллюстрации методики расчета процесса минимизации потерь активной мощности с использованием матрицы вторых частных производных от потерь по регулируемым параметрам режима ниже приводятся примеры расчета одного шага оптимизации режима системы из четырех генераторных и четырех нагрузочных узлов.

В качестве заданных были использованы следующие (табл. 1) параметры g_{mk} и b_{mk} системы, подлежащие умножению на 10^{-4}.

Таблица 1

m, k	1·1	2·2	3·3	4·4	5·5	6·6	7·7	8·8
g_{mk}	0.7351	0.7088	19.546	73.170	52.577	32.076	64.082	115.949
b_{mk}	149.252	108.691	184.145	341.463	383.552	294.818	453.331	520.299
m, k	1·7	2·6	3·5	4·8	5·6	5·7	6·7	7·8
g_{mk}	−0.7351	−0.7088	−19.546	−73.170	−21.917	−11.107	−9.454	−42.750
b_{mk}	−149.252	−108.691	−184.145	−341.463	−131.541	−70.544	−57.685	−185.713

Параметры исходного установившегося режима системы представлены в табл. 2, где $x_m=\sin\psi_m$; $\pi=\sum_{m=1}^{n}P_m=17.09$.

Таблица 2

m	1	2	3	4	5	6	7	8
P	240.05	−34.6	157.78	418.1	−229.9	−116.67	−64.68	−322.83
Q	139.25	114.46	150.42	145.16	−79.51	−67.70	−32.40	−81.17
U	236.0	240.0	235.0	232.0	199.45	196.67	207.57	208.95
x	0	−0.7863	−0.5609	−0.019[illegible]	−0.6880	−0.7420	−0.3274	−0.2423

Рассмотрим один шаг минимизации π по алгоритму I:

а) по данным таблиц 1 и 2 вычисляются элементы матриц:

$$\left|\frac{\partial\pi}{\partial X}\right|, \quad \left|\frac{\partial f}{\partial X}\right|, \quad \left|\frac{\partial\pi}{\partial V}\right|, \quad \left|\frac{\partial f}{\partial V}\right|;$$

б) по уравнениям (8) и (9) находятся $|\lambda|$ и $|\nabla f|$

$$|\nabla f|^T = |-0{,}20749; \quad -0{,}12524; \; -0{,}12454; \; -0{,}33441|,$$

в) по формулам (6) и (7) находятся элементы матрицы вторых частных производных от потерь π по регулируемым параметрам. В качестве последних в данном примере взяты $U_1 \div U_4$. Результаты расчета приводятся в табл. 3, которые должны быть умножены на 10^{-3}.

Таблица 3

m, k	1·1	2·2	3·3	4·4	1·2
$\dfrac{\partial^2\pi}{\partial U_m \partial U_k}$	10,370	−1,255	−17,776	133,591	5,606
m, k	1·3	1·4	2·3	2·4	3·4
$\dfrac{\partial^2\pi}{\partial U_m \partial U_k}$	9,565	134,460	54,518	−62,194	135,038

По данным табл. 3 и величинам $|\nabla f|$ вычисляются по формуле (4) приращения регулируемых параметров, т. е. $|\Delta U_k|$. При этом значение ε определяется из условия нахождения регулируемого параметра в заданных границах. Были выбраны границы $187 \leqslant U \leqslant 253$, чему соответствовало $\varepsilon = 4{,}2$.

Вектор регулируемых параметров представляется следующими величинами:

$$|U_k|^T = |223{,}7; \quad 242{,}6; \quad 252{,}85; \quad 238{,}04|.$$

По этим параметрам и заданным: P, Q нагрузочных узлов, P генераторных узлов и $\psi_n = 0$, — был выполнен расчет установившегося режима и значения $\pi^{(i+1)} = 45{,}77$.

Таким образом, в результате первого шага минимизации по алгоритму I $\Delta\pi^{(i+1)} = 1{,}12$.

Рассмотрим один шаг минимизации π по алгоритму III. Исходный установившийся режим тот же, что и в примере по алгоритму I. В этом расчете полностью используются значения ∇f, полученные выше, а $\dfrac{\partial^2\pi}{\partial U_m \partial U_k}$ были вычислены согласно (10).

В этом примере все недиагональные элементы оказались равными нулю, а диагональные—равными $2g_{mm}$.

Далее, по формулам (4) были вычислены новые значения регулируемых U. При этом $\varepsilon = 0{,}014$. Элементы вектора:

$$[U_k]^T = [252{,}92;\ 250{,}6;\ 235{,}37;\ 232{,}26].$$

По результатам расчета нового установившегося режима получено значение $\pi^{I-1} = 44{,}18$. Таким образом, в результате первого шага минимизации по алгоритму III $\Delta\pi^{I-1} = 2{,}91$.

Выводы

1. Время расчета элементов матрицы вторых частных производных по алгоритму I оказалось в десять раз больше времени расчета по алгоритму III.

2. Для практических расчетов рекомендуется алгоритм III.

АрмНИИЭ Поступило 1.VII 1974

Հ. Տ. ԱԴՈՆՑ, Ա. Մ. ԱՎԱԳԻՄՈՎ, Ռ. Տ. ԻՐՄԵԿՅԱՆ

ԿՈՐՈՒՍՏՆԵՐԻ ԵՐԿՐՈՐԴ ՄԱՍՆԱԿԻ ԱԾԱՆՑՅԱԼՆԵՐԻ ՄԱՏՐԻՑԱՅԻ ՕԳՏԱԳՈՐԾՄԱՄԲ ԱԿՏԻՎ ՀԶՈՐՈՒԹՅԱՆ ԿՈՐՈՒՍՏՆԵՐԻ ՄԻՆԻՄՈՒՄԻ ՀԱՇՎԱՐԿԻ ՇՈՒՐՋԸ

Ամփոփում

Մշակված են ակտիվ հզորության կորուստների մինիմումի հաշվարկի երեք ալգորիթմներ՝ օգտագործելով կորուստների երկրորդ մասնակի ածանցյալների մատրիցան։ Ալգորիթմները տարբերվում են միմյանցից երկրորդ մասնակի ածանցյալների մատրիցայի տարրերի որոշման եղանակով։ Առաջին ալգորիթմում մատրիցայի տարրերը որոշվում են ակտիվ հզորության կորուստների ֆունկցիան Թեյլորի շարքի առաջին երեք անդամների վերլուծելով։ Երկրորդ ալգորիթմը, որպես մասնակի դեպք, բխում է առաջինից, եթե կորուստների առաջին մասնակի ածանցյալներն ըստ կարգավորվող պարամետրների ընդունվում են հավասար զրոյի։ Երրորդ ալգորիթմում օգտագործվում է նպատակային ֆունկցիայի հավասարումը։

Հետազոտությունները ցույց են տվել, որ երկրորդ մասնակի ածանցյալների մատրիցայի հաշվարկի ժամանակն ըստ առաջին ալգորիթմի տասն անգամ մեծ է՝ քան ըստ երրորդ ալգորիթմի։ Այդ պատճառով գործնական հաշվարկների համար հանձնարարվում է երրորդ ալգորիթմը։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Dommel H. W., Tinney W. F.* Optimal Power Flow Solutions. „Power Apparatus and Systems", № 10, 1968.
2. *Sasson A. M., Viloria F., Aboytes F.* Optimal Load Flow Solutions Using the Hessian Matrix. „Power Apparatus and Systems", № 1, 1973.
3. *Адонц Г. Т.* Исследование двух алгоритмов расчета частных производных от потерь активной и реактивной мощностей по параметрам режима энергосистемы. «Известия АН АрмССР (серия технических наук)», т. XXII, № 6, 1969.
4. *Адонц Г. Т.* Метод расчета установившегося режима электрической системы. «Электричество», № 5, 1972.