

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Т. А. ГОРОЯН

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПЕРИОДОВ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИИ
 ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КАРКАСНЫХ ЗДАНИЙ
 С УЧЕТОМ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ БЕТОНА

Анализ частотных уравнений многоэтажных каркасных зданий с абсолютно жесткими ригелями, произведенный нами в [1], показал, что при равенстве масс (m), сосредоточенных в уровнях перекрытий, и жесткостей этажей имеет место линейная зависимость периода r -ой формы свободных колебаний (T_r) от числа этажей (n):

$$T_r = 2 \cdot (A_r + n B_r) \sqrt{m/a} \quad (1)$$

Здесь $a = 12 EI / l^3$ — жесткость этажа (где l — высота этажа, EI — суммарная изгибная жесткость всех стоек этажа); A_r и B_r — безразмерные коэффициенты, зависящие от тона колебаний, при $a = \text{const}$ $A_1 = 0,367$, $A_2 = 0,160$, $A_3 = 0,118$, $B_1 = 0,633$, $B_2 = 0,210$, $B_3 = 0,126$.

При неизменных геометрических размерах стоек всех этажей условию $a = \text{const}$ соответствует постоянство модуля упругости стоек (E) по высоте здания, т. е. независимость величины E от уровня напряженного состояния. Это справедливо при выполнении каркаса в металле. В случае же железобетонного каркаса $E \neq \text{const}$ по высоте здания, так как в бетоне, как в материале упруго-пластическом, имеет место нелинейная зависимость между напряжениями и деформациями. Поэтому результаты, полученные в [1], не совсем приемлемы для железобетонных каркасных зданий.

Экспериментальная проверка формулы (1), проведенная В. А. Закаряню [2] путем натуральных измерений периодов более чем 60 железобетонных многоэтажных каркасных зданий, возведенных в г. Ереване, показала, что измеренные периоды колебаний превышают вычисленные на 20—30%. Это приписывается нелинейной работе материала конструкции.

В настоящей статье приводятся результаты анализа частотных уравнений многоэтажных железобетонных каркасных зданий с абсолютно жесткими ригелями при учете упруго-пластических свойств бетона, т. е. при нелинейной работе материала стоек.

Как и в [1], динамическая расчетная схема здания представляется в виде невесомого консольного бруса, несущего n масс, сосредоточенных в уровнях перекрытий (рис. 1). Зависимость касательного

модуля упругости бетона (E_0) от уровня напряженного состояния принимается по известной формуле Л. И. Омищика:

$$E_0 = \left(1 - \frac{\sigma_0}{1.1 R_{np}} \right) E_0, \quad (2)$$

где σ_0 — напряжение в бетоне; R_{np} — призмочная прочность бетона; E_0 — начальный модуль упругости бетона (нормативная величина модуля упругости).

Допуская, что при абсолютной жесткости ригелей все стойки рамного каркаса центрально сжаты*, и принимая равенство сосредоточенных масс ($m_1 = m_2 = \dots = m_n = m$), нормальная сила на уровне k -го этажа будет:

$$N_k = (n - k + 1) mg,$$

а сжимающее напряжение в бетоне стоек k -го этажа, пренебрегая их собственным весом,—

$$\sigma_{0k} = \frac{(n - k + 1) mg}{F},$$

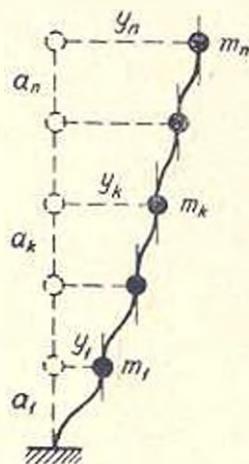


Рис. 1. Расчетная схема здания

где F — суммарная приведенная площадь сечения всех стоек этажа.

Если конструкция запроектирована рационально, то в стойках первого этажа должно быть полностью использовано расчетное сопротивление бетона на сжатие. Тогда

$$\sigma_{01} = K_0 R_{np},$$

где K_0 — коэффициент однородности бетона. Следовательно,

$$N_1 = n mg = K_0 R_{np} F \quad \text{и} \quad R_{np} = \frac{n mg}{K_0 F}.$$

Подставляя значения σ_{0k} и R_{np} в (2), получим:

$$E'_{0k} = \left[1 - \frac{K_0 (n - k + 1)}{1.1 n} \right] E_0, \quad (3)$$

$k = 1, 2, \dots, n$.

Поскольку для бетонов марок 200 и выше $K_0 = 0.55-0.60$ [4], то для упрощения задачи принимаем $K_0 = 0.55$. Тогда (3) запишется в виде:

* В этом нет большой погрешности, так как при погонной жесткости ригеля, втрое больше суммарной погонной жесткости стоек, примыкающих к узлу, ригель может рассматриваться как неразрезная балка на шарнирных опорах с упругой заделкой его в крайние стойки [3].

$$E_{0k} = \frac{n+k-1}{2n} E_0. \quad (4)$$

Используя (4), жесткость k -го этажа будет:

$$a_k = \frac{12E_{0k} I}{l^3} = \frac{12E_0 I}{l^3} \cdot \frac{n+k-1}{2n}.$$

Но $12E_0 I/l^3 = a$ — это жесткость этажа при нормативном значении модуля упругости бетона, т.е. без учета его пластических свойств, поэтому

$$a_k = a f_k. \quad (5)$$

где $f_k = \frac{n+k-1}{2n}$, $(k = 1, 2, \dots, n)$ (6)

Таким образом, задача сводится к определению периодов свободных колебаний здания с жесткостями этажей, линейно увеличивающимися по его высоте.

Дифференциальные уравнения движения масс^{*} имеют вид:

$$m_k \ddot{y}_k + a_k (y_k - y_{k-1}) - a_{k-1} (y_{k-1} - y_k) = 0, \quad (7)$$

$(k = 1, 2, \dots, n)$

Частным интегралом системы (7) является $y_k = C_k \sin pt$, и для определения неизвестных амплитуд C_k получится система однородных алгебраических уравнений:

$$-m_k p^2 C_k + a_k (C_k - C_{k-1}) - a_{k+1} (C_{k+1} - C_k) = 0, \quad (8)$$

$(k = 1, 2, \dots, n)$

где p — круговая частота свободных колебаний.

При равенстве поэтажно сосредоточенных масс и учете зависимости (5) частотное уравнение — характеристический определитель матрицы системы (8) — запишется в виде:

$$\begin{vmatrix} f_1 + f_2 - \lambda & -f_2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -f_2 & f_2 + f_3 - \lambda & -f_3 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -f_3 & f_3 + f_4 - \lambda & -f_4 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -f_{n-1} & f_{n-1} + f_n - \lambda & -f_n \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -f_n & f_n - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (9)$$

где $\lambda = m p^2 / a$ — безразмерная частота свободных колебаний. Очевидно, что период свободных колебаний r -ой формы будет:

$$T_r = \frac{1}{\sqrt{\lambda_r}} = 2\pi \sqrt{m/a}. \quad (10)$$

* Здесь и далее имеются в виду малые колебания.

Используя (6), для зданий высотой до 16 этажей вычислены первые три низших корня (λ) частотного уравнения (9), значения которых приведены в табл. 1. Там же приведены значения $1/\sqrt{\lambda}$.

Таблица 1

Число этажей n	I форма		II форма		III форма	
	λ	$1/\sqrt{\lambda}$	λ	$1/\sqrt{\lambda}$	λ	$1/\sqrt{\lambda}$
1	0.50000	1.414	—	—	—	—
2	0.20943	2.185	1.79057	0.747	—	—
3	0.11342	2.969	1.04677	0.977	2.33982	0.6538
4	0.07070	3.761	0.98136	1.212	1.61985	0.7857
5	0.04818	4.556	0.47487	1.451	1.18898	0.9171
6	0.03490	5.353	0.34840	1.694	0.90095	1.0535
7	0.02643	6.161	0.26590	1.939	0.70185	1.1937
8	0.02070	6.951	0.20933	2.186	0.56012	1.3362
9	0.01665	7.750	0.16895	2.433	0.45638	1.4802
10	0.01368	8.550	0.13915	2.681	0.37848	1.6254
11	0.01141	9.350	0.11655	2.929	0.31867	1.7715
12	0.00971	10.148	0.09902	3.178	0.27182	1.9180
13	0.00834	10.950	0.08516	3.427	0.23448	2.0651
14	0.00724	11.750	0.07403	3.676	0.20428	2.2124
15	0.00635	12.550	0.06490	3.925	0.17950	2.3603
16	0.00561	13.350	0.05738	4.175	0.15892	2.5085

Анализ данных табл. 1 показал, что, как и в случае зданий с равными между собой жесткостями этажей, зависимость $1/\sqrt{\lambda_r}$ от числа этажей можно аппроксимировать линейной функцией:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_r}} = A_r + n B_r.$$

Таблица 2 Здесь постоянные A_r и B_r имеют значения, приведенные в табл. 2. При этом экстремальные погрешности аппроксимации составляют: для первой формы — от $-0,19$ до $1,11\%$; для второй формы — от $-0,62$ до $1,72\%$; для третьей формы — от $-1,95$ до $1,61\%$. (Эти отклонения, по-видимому, следует приписать точности произведенных вычислений.)

Форма колебаний	A_r	B_r
I форма	0.620	0.794
II форма	0.261	0.243
III форма	0.237	0.139

Графики зависимости периода колебаний от числа этажей приведены на рис. 2.

Для оценки влияния нелинейной работы бетона на периоды свободных колебаний железобетонных каркасных зданий рассмотрим отношение

$$\nu_r = T_r/T_r^*$$

где T_r — период r -ой формы свободных колебаний с учетом пластических свойств бетона;

T_r^* — то же без учета пластических свойств бетона, т. е. определенный по [1].

Через корни частотного уравнения выражение (11) запишется так:

$$\nu_r = \sqrt{\lambda_r^2 / l_r^2}$$

где λ_r^2 — корни частотного уравнения без учета пластических свойств бетона, т. е. при равенстве жесткостей всех этажей здания; значения λ_r^2 приведены в [1].

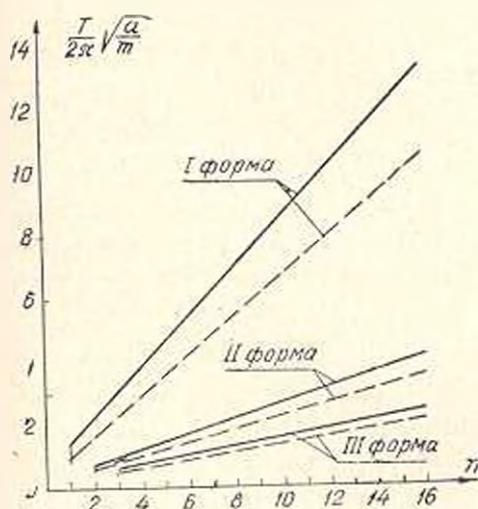


Рис. 2. Зависимости периодов свободных колебаний железобетонных каркасных зданий от числа этажей (n):

— с учетом пластических свойств бетона;
 - - - без учета пластических свойств бетона

По значениям λ_r (табл. 1) и данным, приведенным в [1], вычислены значения ν_r . Результаты вычислений сведены в табл. 3.

Таблица 3

n	ν_1	ν_2	ν_3	n	ν_1	ν_2	ν_3
3	1,32	1,22	1,18	10	1,28	1,19	1,19
4	1,31	1,21	1,20	11	1,28	1,19	1,19
5	1,30	1,21	1,20	12	1,27	1,19	1,19
6	1,29	1,20	1,20	13	1,27	1,19	1,18
7	1,29	1,20	1,19	14	1,27	1,19	1,18
8	1,28	1,20	1,19	15	1,27	1,19	1,18
9	1,28	1,19	1,19	16	1,27	1,19	1,18

Данные табл. 3 указывают на незначительную изменчивость значений ν_r каждой формы колебаний. При учете пластических свойств бетона периоды первого, второго и третьего тона свободных колебаний соответственно получаются в среднем на 28, 20 и 19%

больше, чем без их учета. Это хорошо согласовывается с результатами экспериментальной проверки формулы (1) [2].

Таким образом, периоды первых трех свободных колебаний железобетонных каркасных зданий (высотой до 16 этажей) с абсолютно жесткими ригелями следует определять с учетом упруго-пластических свойств бетона и с этой целью можно пользоваться формулой (1) при значениях коэффициентов A_r и B_r , приведенных в табл. 2. При этом вычисленные и измеренные в натуре периоды будут сходны.

Երևանի Կ. Մարքս

Поступило 22.IV.1974.

S. A. GOROYAN

ՔԵՏՈՆԻ ԱՌԱՋԿԱ-ՊԼԱՍՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՀԱՇՎԱՌՔՈՎ
ԵՐԿԱՔԵՏՈՆԻ ԿԱՐԿԱՍԱՅԻ ՇԵՆՔԵՐԻ ԱՉԱՏ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ
ՊԱՐՐԵՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՈՐՈՇԵՐԱՆ ՇՈՒՐՁԷ

Ա մ փ ո ւ փ ո ւ մ

Քետոնի առաձյա-պլաստիկական հատկությունների հաշվառքով վերլուծության են ենթարկված բացարձակ կոշտ պարզունակներով երկաթբետոնե բազմահարկ կարկասային շենքերի փոքր տատանումների համախառն հավասարումները՝ ծածկերի մակարդակներում կենտրոնացված մասսաների հավասարության և բոլոր հարկերի կանգնակների երկրաչափական չափերի անփոփոխության դեպքում: Քետոնի առաձյականության մոդուլի կախվածությունը լարվածային վիճակի մակարդակից ընդունված է ըստ Լ. Ի. Օնիշչիկի (2) բանաձևի:

Վերլուծությունը ցույց է տվել, որ մինչև 16-հարկանի երկաթբետոնե կարկասային շենքերի ազատ տատանումների պարբերությունները քետոնի առաձյա-պլաստիկական հատկությունների հաշվառումով որոշելիս կարելի է օգտվել (1) բանաձևից՝ վերցնելով նրա մեջ մտնող զործակիցների արժեքներն ըստ աղյուսակ 2-ի: Ինչ դեպքում պարբերությունների հաշվարկային մեծությունները շատ լավ պուղամիտվում են նրանք քաղաքում կառուցված 60-ից ավելի երկաթբետոնե բազմահարկ կարկասային շենքերի տատանումների պարբերությունների չափումների արդյունքների հետ:

ЛИТЕРАТУРА

1. Гороян Т. А., Хачиян Э. Е. К изучению сейсмостойкости железобетонных каркасных зданий повышенной этажности. Доклады Всесоюзного совещания по сейсмостойкому строительству в Алма-Ате. Ереван, 1967.
2. Закарян В. А. Экспериментальное исследование динамических характеристик зданий повышенной этажности. «Известия АН АрмССР (серия Т. Н.)», т. XXIV, № 3, 1971.
3. Улицкий И. И. и др. Железобетонные конструкции. Киев, 1972.
4. Строительные нормы и правила. Часть II, раздел В, глава I. Бетонные и железобетонные конструкции. Нормы проектирования. (СНиП II-В, 1—62). М., Госстройиздат, 1962.