

МАШИНОСТРОЕНИЕ

С. Л. ШМУТЕР, Р. А. КОЧАРЯՆ, Р. Л. АՅՐԻՔՅԱՆ

КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ ШЕРОХОВАТОСТИ
КАК ХАРАКТЕРИСТИКА СВОЙСТВ ОБРАБОТАННОЙ
ПОВЕРХНОСТИ

Считается установленным влияние топографии (рельефа, шероховатости) обработанной поверхности на ее работоспособность (износостойкость, контактную жесткость, трение, сцепляемость с покрытиями, электропроводность и др. [1-4]). Нельзя, однако, утверждать, что в настоящее время корреляция между статистиками шероховатости и эксплуатационными свойствами поверхности выявлена настолько, что позволяет формулировать специальные (помимо задаваемого ныне ограничения снизу на стандартизованный параметр R_a) технические требования к микрогеометрии. Когда это станет возможным, содержательной окажется задача разработки технологии (оборудования) для создания шероховатости, отвечающей определенным требованиям.

В такой постановке приобретает большую значимость возможность охарактеризовать микрогеометрию некоторым универсальным параметром, охватывающим все основные свойства шероховатости. Это облегчило бы задачу выявления связей шероховатости с работоспособностью и конкретизировало бы управление шероховатостью.

Ограничимся рассмотрением абразивных методов (шлифование, суперфиниш, абразивно-жидкостная обработка и др.), как наиболее употребительных для финишных операций. В этом случае профиль шероховатой поверхности представляет собой стационарный эргодический нормальный случайный процесс [1]. Исчерпывающей характеристикой такого процесса, как известно [5], является корреляционная функция. Имеются работы [3, 6], в которых рассматривается возможность использования корреляционной функции для оценки шероховатости.

Напомним, что автокорреляционная функция случайного процесса $x(t)$, характеризующая общую зависимость значений процесса в некоторый данный момент времени от значений в другой момент, имеет следующий вид:

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T |x(t) - m_x| |x(t+\tau) - m_x| dt. \quad (1)$$

$R(\tau)$ всегда действительная четная функция с максимумом в точке $\tau=0$, причем, $R(0) = \sigma^2$, $R(\infty) = m_x^2$ [где σ и m_x — среднеквадратическое отклонение и математическое ожидание процесса $x(t)$]. Коррелограмма (рис. 1), изображающая $R(\tau)$ при сдвигах $\tau \leq \tau_k$ (τ_k — интервал корреляции) характеризует, в основном, случайную часть процесса $x(t)$, при сдвигах же $\tau \gg \tau_k$ — позволяет выделять скрытые в случайном процессе периодичности. $R(\tau)$ большинства физически реальных центрированных процессов стремится к нулю при $\tau \rightarrow \infty$, либо приобретает установившийся периодический характер. В связи с этим $R(\tau)$ может быть аппроксимирована линейной комбинацией экспонент, либо экспонент и синусоид.

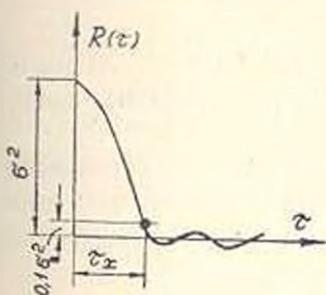


Рис. 1

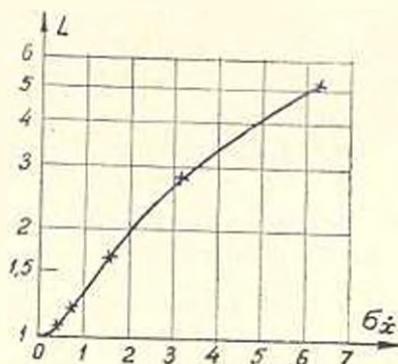


Рис. 2

Для обработанных абразивом поверхностей дисперсия случайной составляющей процесса обычно много больше дисперсии периодических компонент. И хотя периодические составляющие представляют интерес, например, для диагностики состояния технологического оборудования, основные свойства шероховатости поверхности определяются именно случайной составляющей. Ее корреляционная функция может быть приближенно представлена как

$$R(\tau) = \sigma^2 e^{-\tau^2} \quad (2)$$

либо линейной комбинацией членов такого вида. Использование в (2) квадрата в показателе степени экспоненты позволяет оперировать дифференцируемой функцией и, таким образом, исключить чисто математические трудности.

Ниже предпринимается попытка связать две эксплуатационные характеристики поверхности — ее истинную площадь и контактную жесткость — с $R(\tau)$ шероховатости.

Истинная площадь, т. е. площадь поверхности, образованной микрорельефом, важна как характеристика в ряде приложений, в частности, при покрытиях поверхности, поскольку влияет на сцепляемость покрытия с основой. Рассматривая плоскую задачу, выразим отнесен-

ный к единице длины T периметр L кривой $x(t)$, очерчивающей профилограмму, через криволинейный интеграл от дифференциала дуги, т. е.

$$L = \frac{1}{T} \int_0^T ds = \frac{1}{T} \int_0^T \sqrt{1 + [\dot{x}(t)]^2} dt. \quad (3)$$

Так как $x(t)$ — стационарный эргодический случайный процесс, то (3) при $T \rightarrow \infty$ выражает операцию отыскания математического ожидания подынтегральной функции, и если $x(t)$ — нормальный дифференцируемый процесс, то (3) можно представить следующим образом:

$$L = \langle \sqrt{1 + \dot{x}^2} \rangle = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{1 + \dot{x}^2} e^{-\frac{\dot{x}^2}{2\sigma_x^2}} d\dot{x} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \sqrt{1 + 2\sigma_x^2 t^2} \cdot e^{-t^2} dt, \quad (4)$$

где σ_x — среднеквадратическое отклонение производной нормального процесса $x(t)$, имеющей, как известно, также нормальное распределение.

На рис. 2 представлена рассчитанная на ЭВМ по (4) зависимость относительного периметра L от σ_x . При малых значениях σ_x выражение $\sqrt{1 + 2\sigma_x^2 t^2}$ можно разложить в степенной ряд и, ограничиваясь тремя первыми членами, получить:

$$L = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \left(1 + \sigma_x^2 t^2 - \frac{1}{2} \sigma_x^4 t^4 \right) e^{-t^2} dt = 1 + \frac{\sigma_x^2}{2} - \frac{3\sigma_x^4}{8}, \quad (5)$$

причем, для $\sigma_x \leq 0,5$ расчет по (5) даст ошибку не более 15 % в оценке влияния σ_x , т. е. в величине $(L-1)$.

Известно, что дисперсия σ_x^2 производной стационарного дифференцируемого случайного процесса $x(t)$ равняется второй производной его корреляционной функции при $\tau=0$, взятой с обратным знаком, т. е.

$$\sigma_x^2 = -R''(\tau)|_{\tau=0}. \quad (6)$$

Если $R(\tau)$ имеет вид (2), то

$$R''(0) = -2\sigma^2\alpha.$$

Измеряя интервал корреляции на условном уровне 0,1 σ^2 (рис. 1), имеем:

$$z = -\frac{\ln 0,1}{\sigma_x^2} = \frac{2,3}{\sigma_x^2}. \quad (7)$$

В этом случае (6) принимает вид:

$$\sigma_x^2 = 4,6 \frac{\sigma^2}{z^2}. \quad (8)$$

Таким образом, по результатам измерения и аппроксимации корреляционной функции с помощью соотношений (5), (8) и графика (рис. 2) можно определить: во сколько раз периметр шероховатости превышает длину базовой линии (т. е. идеально ровной поверхности). Измеряя корреляционные функции в двух взаимно перпендикулярных направлениях на поверхности и определяя, соответственно, L_1 и L_2 , можно в первом приближении величиной $L_1 \times L_2$ оценивать отношение площадей истинной и идеально ровной поверхностей.

Контактная жесткость поверхностей стыкуемых деталей играет большую роль в статической и динамической характеристиках машин. В балансе упругих перемещений, например, суппортов токарных станков, контактные деформации составляют до 80%; и податливости на кручение коробок скоростей и подач доля приведенной контактной податливости шлицевых и шпоночных соединений составляет 35%. Контактная деформация поверхности определяется микронеровностями—упругим и пластическим сжатием вершин—, сжатием самих микронеровностей и их вдавливанием в основание. На шлифованных контактных поверхностях пластическая деформация мала [2], в связи с чем рассмотрим упругое сближение шероховатой поверхности с идеально ровной и твердой плоскостью, ограничившись для простоты качественного анализа плоской задачей (случай, когда шероховатости в двух взаимноперпендикулярных направлениях резко различны по величине).

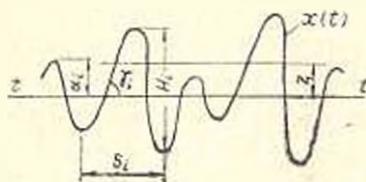


Рис. 3

На рис. 3 профиль шероховатости в виде нормального процесса $x(t)$ центрирован базовой линией $t-t$ (т. е. $m_x = 0$);

H_i , s_i — соответственно высота и ширина основания i -го микровыступа; z —сближение контактирующих поверхностей; x_i — уровень максимума микровыступа; α_i — угол пересечения профиля i -го микровыступа с нулевой (базовой) линией.

Упругую деформацию ($x_i - z$) микровыступа представим суммой двух составляющих: сжатия микровыступа $\delta_{исж}$ и смятия вершины $\delta_{исм}$, причем, деформация сжатия определяется как [2]

$$\delta_{исж} = k_{сж} p_i \frac{H_i}{s_i}, \quad (9)$$

а деформацию смятия, вообще пропорциональную силе P_i в степени 2/3 [3], представим в первом приближении линеаризованной зависимостью

$$\delta_{исм} = k_{см} p_i \quad (10)$$

(здесь $k_{сж}$, $k_{сш}$ — коэффициенты, зависящие от свойств материала, а также радиуса закругления микровыступов, т. е. метода обработки). В этом случае сила p_i , воспринимаемая микровыступом, выразится (с учетом $k'_1 = k_{сж}/k_{сш}$) как:

$$p_i = \frac{a_i - z}{k_{сш} \left(k'_1 \frac{H_i}{s_i} + 1 \right)}. \quad (11)$$

Очевидно, сила P , приходящаяся на единичную площадь поверхности (т. е. контактное давление) и обуславливающая сближение, определится суммированием по всем выступам элементарных сил p_i .

В (11) величины a_i , H_i , s_i являются случайными. Теория выбросов случайных процессов дает выражение математического ожидания числа максимумов $g(x)dx$ функции $x(t)$ на единицу t , имеющих значения в интервале $(x, x+dx)$. Это позволяет найти P интегрированием по x в пределах (z, ∞) произведения элементарной силы $p(x)$ на число максимумов $g(x)dx$ в элементарном интервале. Необходимо лишь учесть зависимость $p(x)$ от случайной величины H_i/s_i .

Примем

$$\frac{H_i}{s_i} = \text{tg} \gamma_i = \beta_i, \quad (12)$$

что справедливо для профиля микровыступа, близкого к треугольному, (выполняется при обработке абразивом [3]) и является значительно более строгим допущением, чем допущение $\gamma_i = \text{const}$, обычно вводимое [2, 3] в анализ деформаций микровыступов. Как видно из рис. 3, $\text{tg} \gamma_i = \beta_i$ представляет собой значения максимумов производной процесса $x(t)$, поскольку соответствует моментам прохождения $x(t)$ через нуль. Из теории выбросов известна функция распределения $w(\beta)$ плотности вероятностей максимумов на уровне β .

С учетом изложенного суммарная сила P выразится следующим образом:

$$P = \int_z^{\infty} \int_0^{\infty} p(x, \beta) g(x) w(\beta) dx d\beta, \quad (13)$$

Для нормального случайного процесса при относительно большом z (т. е. z) [7]

$$g(x) dx \approx \frac{x}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right). \quad (14)$$

$w(\beta)$ приближается к релейевскому распределению и в нашем случае примет вид

$$w(\beta) \approx \frac{\beta}{\sigma_x^2} \exp\left(-\frac{\beta^2}{2\sigma_x^2}\right) \quad (15)$$

при условии [5]

$$\frac{\sqrt{R^{(4)}(0)}}{-R''(0)} = 1. \quad (16)$$

Не сложно проверить, что для $R(z)$ по (2) это условие можно принять, так как (16) принимает значение $\sqrt{3}$. Заметим, что, если (16) много больше единицы, то $\alpha'(z)$ нормализуется.

С учетом (11), (14) и (15) выражение (13) примет вид:

$$P = k_2 \frac{1}{\sigma_x^2 \sigma^2} \int_0^z \frac{\beta}{k_1 \beta + 1} e^{-\frac{x}{2\sigma_x^2}} \left| \int_0^x z(x-z) e^{-\frac{z}{2\sigma_x^2}} dz \right| x \beta, \quad (17)$$

где $k_2 = (\sqrt{2} - k_{cv})^{-1}$.

Интеграл в квадратных скобках разбивается на два, один из которых вычисляется непосредственно, а второй — по частям с использованием известного приближенного выражения при больших x для интеграла вероятностей

$$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \approx 1 - \frac{e^{-x^2}}{x\sqrt{\pi}}.$$

В результате ($k_2 = 2k_2'$; $k_1 = \sqrt{2} k_1'$):

$$P = k_2' \frac{\sigma}{z} e^{-\frac{z}{2\sigma^2}} \int_0^z \frac{z_1 t}{k_1 \sigma_x^2 t + 1} e^{-t^2} dt \quad (18)$$

выражает зависимость сближения (z) поверхностей от контактного давления (P) в функции параметров σ и σ_x шероховатости.

Полученное выражение качественно хорошо отражает экспериментальные результаты.

Во-первых, из (18) следует нелинейная зависимость контактной жесткости от нагрузки. На рис. 4,а по (18) построена зависимость сближения z , выраженного в долях $\lambda = \left(\frac{z}{\sigma} = \lambda\right)$, от контактного

давления P (в относительных единицах, по зависимости $\lambda^{-1} e^{-\frac{\lambda^2}{2}}$). За начало отчета деформации принято $z = 3\sigma$. Из рисунка видно, что при малых нагрузках жесткость мала, с ростом нагрузки — возрастает, причем, при больших P — линейризуется. Для сравнения на рис. 4,б приводится экспериментальная зависимость [8] упругого сближения λ и $k_{\text{кв}}$ в стыке площадью 75 см^2 из одной шлифованной и другой шабренной поверхностей от среднего давления $p \text{ кг/см}^2$, качественно совпадающая с полученной на рис. 4,а по (18).

Во-вторых, из (18) следует опять-таки известный факт уменьшения жесткости с ростом шероховатости σ . Действительно,

неизменному P соответствует неизменное λ , т. е. при росте σ растет и z , а значит и деформация $(3\sigma - z)$; но так как деформация растет при неизменной нагрузке, то жесткость падает.

В-третьих, (18) позволяет объяснить более медленное, чем прямопропорциональное, уменьшение жесткости с ростом шероховатости. Декониск [2], приводящий эти данные (например, с ростом R_a в 10 раз жесткость шлифованной поверхности уменьшилась лишь в 2,5 раза), объясняет это большей пластической деформацией при больших неровностях. Такое объяснение противоречит физическому

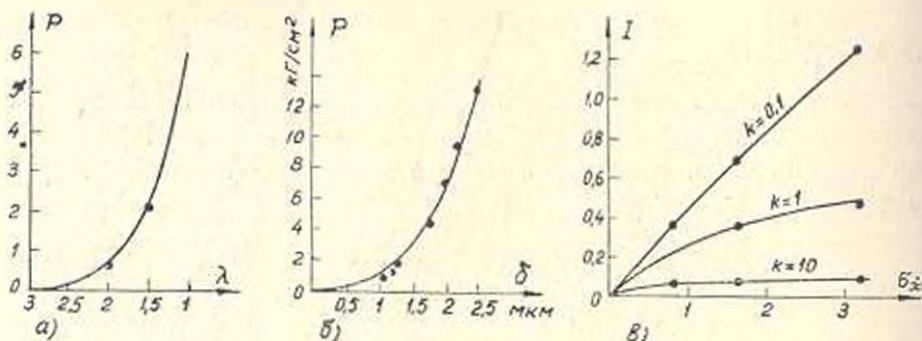


Рис. 4

смыслу, так как пластически деформированные неровности дают меньший прирост силы сопротивления дальнейшему деформированию, чем упруго-деформированные, и, следовательно, еще более уменьшают жесткость. Кроме того, по данным той же работы, в шлифованных поверхностях пластически деформированные выступы не обнаруживаются, а нелинейное уменьшение жесткости с ростом σ всегда имеется.

Объяснить это можно на основании (18) влиянием σ_x . С ростом σ шероховатости параметр σ_x , пропорциональный отношению σ/τ_k (8), не остается постоянным, а возрастает, но значительно медленнее, поскольку интервал корреляции практически меньше в более узких пределах, чем σ . Это можно усмотреть из приводящихся в работах Рекленк [1, 4] примеров корреляционных функций при различных методах обработки. Например, из двух шлифованных поверхностей одна имеет $\sigma=2$ мкм, $\tau_k=0,18$ мкм, другая — $\sigma=0,3$ мкм, $\tau_k=0,05$ мкм, т. е. при росте σ в 6,7 раза σ_x растет лишь вдвое. Кроме того, сила P зависит от σ_x нелинейно [на рис. 4, в даны значения I интеграла в (18)], что еще уменьшает эффект роста σ_x .

Итак, поскольку с ростом σ_x сила P возрастает, рост σ_x всегда меньше роста σ , то эффект падения жесткости с увеличением шероховатости уменьшается.

Интеграл в (18) раскрывает зависимость несущей способности поверхности от параметров корреляционной функции шероховатости,

характер которой показан на рис. 4,в. Из него, в частности, следует, что уменьшение интервала корреляции τ_k особенно эффективно при малых a_x , т. е. при чистовых методах обработки. Поскольку в литературе отсутствуют сведения о влиянии корреляционной функции шероховатости на контактную жесткость, дальнейшее совершенствование анализируемой модели имеет смысл лишь после проведения экспериментальных работ.

Коррелятор для быстрой оценки корреляционной функции шероховатости при исследованиях свойств поверхностей был собран на основе выпускаемых промышленностью приборов. Блок-схема приводится на рис. 5. Коррелятор включает блок измерения и запоминания

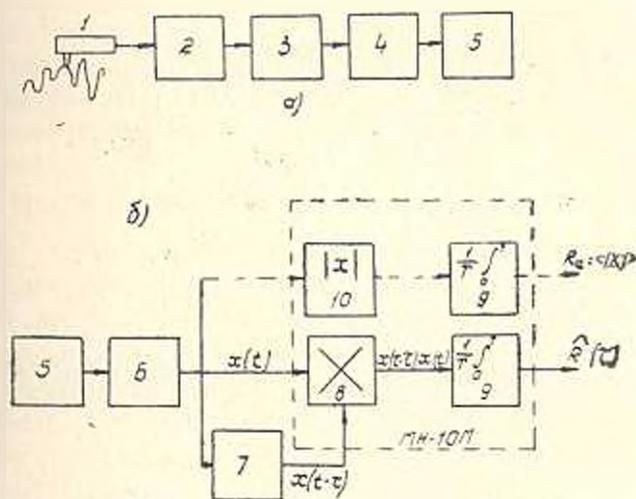


Рис. 5. Блок-схема коррелятора: а—измерение и запоминание; б—воспроизведение и расчет; 1—датчик; 2—профилометр; 3—ограничивающий фильтр; 4—модулятор; 5—магнитофон; 6—демодулятор; 7—блок постоянного запаздывания; 8—блок перемножения; 9—блок усреднения; 10—блок выделения модуля.

(рис. 5,а), содержащий профилометр мод. 201 (з-да «Калибр»), ограничивающий фильтр для исключения волнистости (рассчитанный по скорости сканирования датчика и базовой длине по ГОСТ 2789-59), модулятор и магнитофон. Вторая часть коррелятора—блок воспроизведения и расчета (рис. 5,б)—содержит демодулятор, блок постоянного запаздывания (типа БПЗ-2м), блоки перемножения и усреднения, набранные на аналоговой моделирующей установке типа МН-10м.

Оценка $R(\tau)$ корреляционной функции отыскивается на основе реализации коррелятором соотношения (1) путем задания последовательных значений времени задержки τ (на БПЗ-2м) и выполнения при каждом значении операций перемножения и усреднения, что, ес-

тественно, связано с повторяющимся проигрыванием записанной реализации.

Возможность использования для введения постоянного запаздывания блока типа БПЗ—2 м, имеющего ограничение $\omega\tau_k < 2\pi$ по спектру частот ω входного сигнала, определяется поставленной целью измерения случайной составляющей корреляционной функции, позволяющей ограничиться диапазоном $\tau_k \ll \tau$. Для функций, связанных парой преобразований Фурье, какими и являются корреляционная функция $R(\tau)$ и спектральная плотность $G(\omega)$, имеет силу общего характера связь $\tau_k \cdot f_n = \mu$, где μ — постоянная порядка единицы, f_n — верхняя частота спектра. Так, для $R(\tau)$ вида (2)

$$G(\omega) = \frac{\sigma^2}{\sqrt{\pi\alpha}} e^{-\frac{\omega^2}{4\alpha}} \quad (19)$$

значению 0,1 $R(\tau)$ соответствует по (7) $\tau_k = \sqrt{2,3/\alpha}$, и если считать $f_n = 1/\tau_k$, то из (19) следует, что $G(\omega_n) \approx 0,014$. Иными словами, ограничение по блоку БПЗ—2м позволяет охватить практически весь спектр сигнала.

Длина реализации (время интегрирования) назначается, исходя из желаемой статистической точности оценки $R(\tau)$ (достаточно принять нормированную среднеквадратическую ошибку оценки $\varepsilon = 0,1$) и полосы частот процесса (обычно укладывается в 5 гц). Инструментальная точность коррелятора оценивалась по тесту на синусоиду и составила примерно 5%. Кроме того, по профилограммам проводился расчет $R(\tau)$ на ЭВМ и результат сравнивался с полученным на корреляторе; расхождения укладывались в заданную величину ε . Калибровка прибора (необходимая из-за подстройки уровня записи и громкости воспроизведения) осуществляется сравнением показаний R_a профилометра со средним по модулю значением сигнала $x(t)$, для чего введен блок 10 (рис. 5,б). Время анализа корреляционной функции шероховатости обычно укладывается в 15 мин.

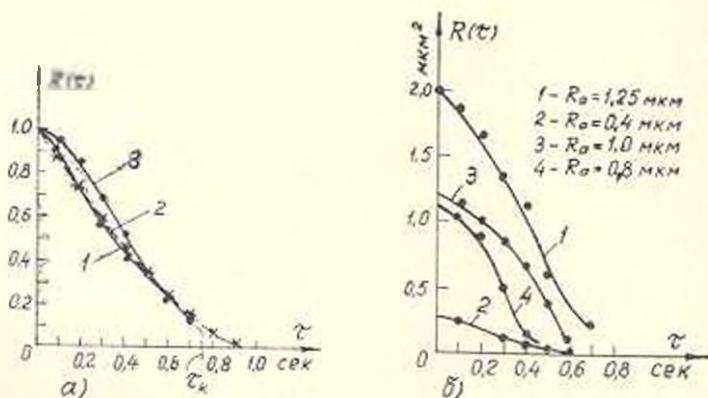


Рис. 6

На рис. 6,а для примера показаны:

- нормированная $R(\tau)$ шлифованного образца ($\nabla 8$) по коррелятору (кривая 1);
- то же, но по расчету на ЭВМ с профилограммы (кривая 2);
- аппроксимация кривой 1 функцией (2) при α по (7) (кривая 3).

Кривые 1 и 2 совпадают с точностью 5%; отклонение аппроксимирующей кривой—не более 15%. На рис. 6,б для сравнения приводятся корреллограммы, снятые в двух взаимно перпендикулярных направлениях, по образцам после плоского шлифования с чистотой $\nabla 7$ (кривые 1 и 2) и абразивно-жидкостной обработки до того же класса чистоты (кривые 3 и 4). Скорость сканирования 1 мм/мин. Оценка по выведенным выше соотношениям показывает, что, несмотря на меньшую на 25% (по R_a) высоту микронеровностей, истинная поверхность образца после абразивно-жидкостной обработки оказалась примерно на 10% больше.

Поступило 3.V.1973.

Ս. Լ. ՇՐՈՒՏԵՐ, Ռ. Ա. ԲՈՂԱՅԱՆ, Բ. Լ. ՀԱՅՐԻՎՅԱՆ

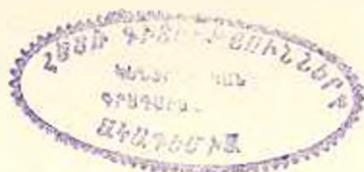
ԿՈՐՐԵԼՅԱՑԻՈՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆ ՆՈՐՄԻՐՈՒՄԸ ՄՇԱԿՎԱԾ ՄԱԿԵՐԵՎԼՈՒՅԹԻ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԲՆՈՒԹԱԳԻՐ

Ա մ փ օ փ ու մ

Հղկանյութով մշակված մակերևույթի նկատմամբ, որի խորդուրորդությունը իրենից ներկայացնում է ստացիոնար նորմալ պատահական պրոցես, գիտվում է կոռելյացիոն ֆունկցիան՝ որպես մակերևույթի շահադործման հատկությունների, մասնավորապես, մակերևույթի իրական մակերեսի և կցվանքի կոնտակտային ամրության, բնութագրի: նկարագրվում է մակերևույթների հատկությունների ուսումնասիրության և խորդուրորդության անհրաժեշտ պարամետրների ստեղծման մեթոդների հետազոտման ժամանակ կոռելյացիոն ֆունկցիայի արագ դեհադաման համար արդյունաբերական սարքերի հիման վրա մշակված կոռելյատորը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Feklenk J. Grundlagen zur Korrelationsstheorie technischer Oberflächen. „Industrie-Anzeiger“, 87, № 26—30, 1965
2. Dekontinck J. De keuze van een ruwheidsparameter met betrekking tot de boodrechte elastische vervormingen van kontaktoppervlakken. „Revue-M-Tijdschrift“, v. 14, № 3, 1968.
3. Дьяченко П. Е. и др. Площадь фактического контакта сопряженных поверхностей. Изд. АН СССР, М., 1963.



4. *Peklenk J.* New developments in surface characterisation and measurement by means of random process analysis. Intern. Conference of Properties and Metrology of Surfaces. Oxford, 1968, paper 24.
5. *Левин Б. Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. Изд. «Советское радио», М., 1969.
6. *Вингенберг Ю. Р.* Применение корреляционной функции для оценки шероховатости шлифованной поверхности. В сб. «Труды ВИАИАН», № 5, 1967.
7. *Бендат Дж.* Основы теории случайных шумов и ее применения. Изд. «Наука», М., 1965.
8. Расчет контактных деформаций и отглов направляющих (руководящие материалы) ЭНИМС. ОНТИ, М., 1963.