

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Л. И. ГУСТИН, В. Г. АДЖЕМЯН, В. В. ВАРДАНЯН

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ДИНАМИЧЕСКИХ
 ХАРАКТЕРИСТИК ШПИНДЕЛЬНЫХ УЗЛОВ НА
 ГИДРОСТАТИЧЕСКИХ ОПОРАХ

Виброустойчивость является одним из важнейших показателей качества металлорежущих станков. Создание современных высокоточных станков невозможно без знания их динамических характеристик, которые могут быть получены расчетным путем на стадии проектирования или экспериментально [1].

В настоящее время в шпиндельных опорах прецизионных металлорежущих станков широко используются гидростатические подшипники, которые обладают рядом преимуществ.

Экспериментальные исследования динамических характеристик шпиндельного узла на таких опорах позволили выявить свойство «защемления» гидростатических подшипников [2]. Полученные при этом формы колебания шпинделя позволяют расчетную схему шпиндельного узла с тремя степенями свободы принять в виде невесомой балки с сосредоточенными массами на консолях и в пролете (рис. 1).

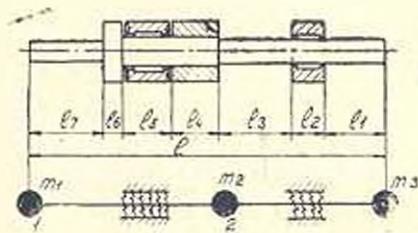


Рис. 1

Уравнения движения принятой системы с учетом сил вязкого сопротивления имеют вид:

$$\begin{aligned}
 y_1 + (m_1 \ddot{y}_1 + h_1 \dot{y}_1) \delta_{11} + (m_2 \ddot{y}_2 + h_2 \dot{y}_2) \delta_{12} + (m_3 \ddot{y}_3 + h_3 \dot{y}_3) \delta_{13} &= P_0 e^{i\omega t} \delta_{11}; \\
 y_2 + (m_1 \ddot{y}_1 + h_1 \dot{y}_1) \delta_{21} + (m_2 \ddot{y}_2 + h_2 \dot{y}_2) \delta_{22} + (m_3 \ddot{y}_3 + h_3 \dot{y}_3) \delta_{23} &= P_0 e^{i\omega t} \delta_{22}; \\
 y_3 + (m_1 \ddot{y}_1 + h_1 \dot{y}_1) \delta_{31} + (m_2 \ddot{y}_2 + h_2 \dot{y}_2) \delta_{32} + (m_3 \ddot{y}_3 + h_3 \dot{y}_3) \delta_{33} &= P_0 e^{i\omega t} \delta_{33}.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где y_k — поперечные перемещения масс относительно положения равновесия ($k=1, 2, 3$); m_k — массы; δ_{kj} — коэффициенты влияния ($j=1, 2, 3$); h_k — коэффициенты сил вязкого сопротивления (демпфирования)

ω —частота возбуждения; P_0 —постоянная сила (при расчетах принята равной единице).

Решение этой системы, соответствующее гармоническим колебаниям, можно представить в виде:

$$y_k = u_k \cos(pt + \varphi), \quad (2)$$

где u_k —амплитуды колебаний; p —круговая частота; φ —фаза колебаний.

Подставив значения y_k в уравнения (1) (без правой части и сил вязкого трения), получим систему линейных однородных уравнений относительно u_k

$$u_k = p^2 \sum_{j=1}^3 m_k \delta_{kj} u_j. \quad (3)$$

Условие получения отличных от нуля решений выражается в виде частотного уравнения:

$$\Delta(p^2) = \begin{vmatrix} (p^2 m_1 \delta_{11} - 1) & p^2 m_2 \delta_{12} & p^2 m_3 \delta_{13} \\ p^2 m_1 \delta_{21} & (p^2 m_2 \delta_{22} - 1) & p^2 m_3 \delta_{23} \\ p^2 m_1 \delta_{31} & p^2 m_2 \delta_{32} & (p^2 m_3 \delta_{33} - 1) \end{vmatrix} = 0. \quad (4)$$

Определение коэффициентов влияния δ_{kj} сопряжено с известными трудностями, так как необходимо придется решить статически неопределимую задачу. Нами предлагается определение коэффициентов влияния производить с использованием метода продолжения в матричной формулировке [3].

Шпильдер рассматривается как балка, покоящаяся на участках 2 и 5 на винклеровском упругом основании. Дифференциальное уравнение изгиба балки, лежащей на упругом основании, как известно, имеет вид:

$$y^{IV}(x) + 4\lambda y(x) = \frac{q(x)}{EI}; \quad (5)$$

$$\lambda_j = l_j \sqrt{\frac{K}{4EI}},$$

где x —абсцисса рассматриваемого участка;

EI —изгибная жесткость шпильдера;

q —заданная нагрузка;

l_j —длина j -го участка;

K —коэффициент постели ($K=0$ для участков 1, 3, 4, 6, 7).

Используя общее решение уравнения (5), можно получить систему уравнений, представляющую линейную зависимость между параметрами напряженного и деформированного состояния на правом конце и в любом сечении x пролета. Эта зависимость в матричной форме записывается так:

$$Y_j = A_j \cdot Y_0, \quad (6)$$

где A_j —переходная матрица участка, преобразующая параметры в сечении с абсциссой $x=0$ в параметры сечения $x=l_j$;

Y_0 —матрица-столбец начального напряженного и деформированного состояния;

Y_j —то же в j -ом сечении.

Здесь

$$Y_0 = \begin{pmatrix} y_0 \\ \varphi_0 l \\ \frac{M_0 l^2}{EI} \\ \frac{Q_0 l^3}{EI} \end{pmatrix}; \quad Y_j = \begin{pmatrix} y_j \\ \varphi_j l \\ \frac{M_j l^2}{EI} \\ \frac{Q_j l^3}{EI} \end{pmatrix}$$

$y_0, y_j, \varphi_0, \varphi_j, M_0, M_j, Q_0, Q_j$ —соответственно прогибы, углы поворота, изгибающие моменты и перерезывающие силы в сечениях $x=0$ и $x=l_j$ j -го участка; l —длина шпинделя.

Линейная зависимость (6) при нагружении балки в точке 1 (рис. 1) представляется при помощи цепочки матриц уравнением:

$$Y_2 = A_7 \cdot A_6 \cdot A_5 \cdot A_4 \cdot A_3 \cdot A_2 \cdot A_1 \cdot Y_0 + \Psi \quad (7)$$

или

$$Y_2 = A \cdot Y_0 + \Psi.$$

Здесь матрица-столбец Ψ имеет вид:

$$\Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{Pl^3}{EI} \end{pmatrix},$$

где P —единичная сила;

A —матрица изгиба балки, представляющая произведение простых матриц пролетов; устанавливает искомую связь между силовыми воздействиями и деформациями на концах балки в точках $x=0$ и $x=l$.

Выражения для матриц пролетов A_j приведены в работе [3].

Зависимость (7) при нагружении балки в точке 2 имеет вид:

$$Y_2 = A \cdot Y_0 + A_7 \cdot A_6 \cdot A_5 \cdot A_1 \Psi \quad (8)$$

а при нагружении в точке 3—

$$Y_2 = A \cdot (Y_0 + \Psi) \quad (9)$$

Так как оба конца балки свободные, т. е. M и Q соответственно известны, из матричных уравнений (7), (8) или (9) можно выделить два линейных уравнения для определения двух неизвестных начальных параметров y_0 и φ_0 .

Соответствующие вычисления проводились по разработанной программе на ЭЦВМ «Минск-32». Результаты, полученные расчетным путем и проверенные на экспериментальном стенде, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Метод определения	Значения коэффициентов влияния, с.м						Собственная частота, 2ц		
	λ_{11}	λ_{22}	λ_{33}	$\lambda_{12} = \lambda_{21}$	$\lambda_{13} = \lambda_{31}$	$\lambda_{23} = \lambda_{32}$	ρ_1	ρ_2	ρ_3
Расчетным путем	0,000103	0,000012	0,00013	0,000007	0,000004	0,00001	320	447	598
Экспериментально	0,00011	0,000011	0,00012	0,000005	0,000003	0,00001	325	430	591

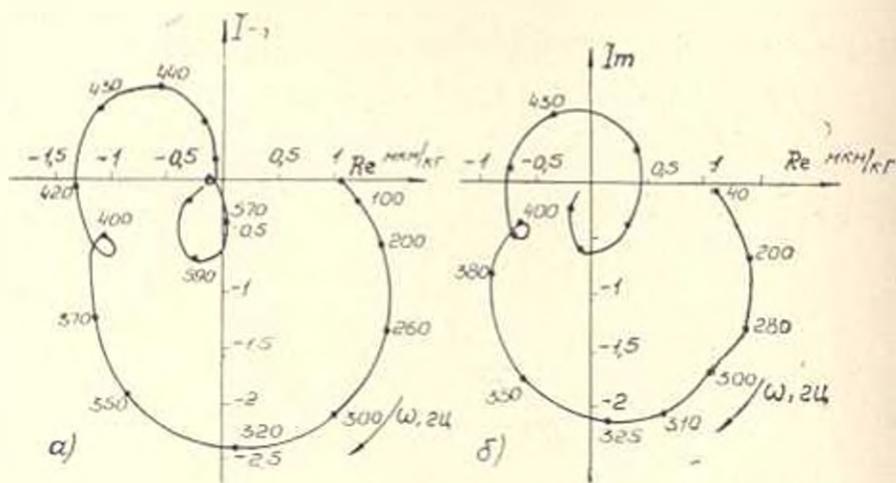


Рис. 2

На рис. 2 приводятся амплитудно-фазовые частотные характеристики (АФЧХ) упругой системы, полученные экспериментально (б) и расчетным путем (а) — решением дифференциальных уравнений (1) в операторной форме. При этом коэффициенты приведения масс приняты: 0,3 — для консолей; 0,5 — для пролета [4]. Коэффициент демпфирования принят по выражению

$$h = \frac{m\rho}{\mu},$$

где ρ — логарифмический декремент колебаний.

Как видно из графиков, АФЧХ упругой системы, полученные расчетным путем и экспериментально, качественно совпадают.

Выводы

1. Проведенный динамический расчет показал, что модель с тремя степенями свободы хорошо описывает поведение рассматриваемой системы.
2. Коэффициенты влияния, необходимые для динамических расчетов, весьма удобно определять методом продолжения в матричной формулировке, что позволяет ход вычислений предельно шаблонизировать и упростить. При этом обеспечивается точность результатов, вполне достаточная для практических целей.
3. Применение метода продолжения дает возможность быстрого анализа влияния вариаций исходных параметров на результат расчета путем применения средств современной вычислительной техники.

Заявительский филиал ЭИИМС

Получило 7.1.1974.

Լ. Ի. ՅՈՒՍԻԱՆ, Վ. Գ. ԱՃԻԳԱՆ, Վ. Վ. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

ՃԻՊՐՈՍՏԱՏԻԿ ՀԵՆԱՐՆԵՐՈՎ ԻՎԱՅԻՆ ՀԱՆԳՈՒՅՑՆԵՐԻ ԴԻՆԱՄԻԿ ԲՆՈՒԹԱԿՐԵՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿԻ ՄԻ ԲԱՆԻ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Ա մ փ ո փ ո ս լ մ

Հողվածում արված են հանձնարարականներ հիդրոստատիկ հենարաններով իրային հանդույցների դինամիկ բնութագրերի հաշվարկի վերաբերյալ: Որպես հաշվարկային սխեմա առաջարկված է երեք ազատության աստիճան ունեցող հեծանի սխեման: Ընդ որում, սխեմեմի շարժման հավասարումները լուծելու համար անհրաժեշտ ազդման դորժակիցները որոշելու համար օգտագործված է մատրիցային ձևակերպմամբ շարունակման մեթոդը, որը հնարավորություն է տալիս հաշվարկման տեխնիկայի օգտագործմամբ պարզեցնել հաշվարկների կատարման բնիությունը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Кудинов В. А. Динамика станков. М., «Машиностроение», 1967.
2. Ложечни В. Г., Густин Л. И. О зашемляющем эффекте гидростатических подшипников. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXVI, № 1, 1973.
3. Пономарев К. К. Расчет элементов конструкции с применением ЭЦВМ. М., «Машиностроение», 1972.
4. Вейс В. Л., Дондошанский В. К., Чирьев В. И. Вынужденные колебания в металлорежущих станках. М.—Л., Машигиз, 1959.