

МАШИНОСТРОЕНИЕ

К. Х. ШАХБАЗЯՆ, Д. А. ДЖАԳՈՒՆՅԱՆ

К ВОПРОСУ ИНВЕРТИРОВАНИЯ ШАТУННЫХ КРИВЫХ

1. Инвертирование шатунных кривых шарнирных четырехзвенников. С помощью инверсоров можно получить механизмы для образования алгебраических кривых различных порядков [1, 2]. Наиболее известно использование инверсоров: для преобразования окружности в прямую и в другую окружность, для преобразования кривых 3-го и 4-го порядков в конические сечения. Эти преобразования широко используются в современной технике, например, для автоматической фокусировки объектов.

Шатунные кривые шарнирного четырехзвенника могут быть инвертированы посредством шарнирного восьмизвенового механизма, в состав которого входит заданный шарнирный четырехзвенник.

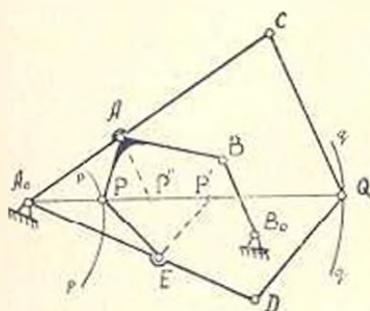


Рис. 1

Если за полюс полярной системы координат принять точку A_0 (рис. 1), то A_0P будет радиусом-вектором кривой, воспроизводимой шатунной точкой P шарнирного четырехзвенника A_0ABB_0 . Механизм, инвертирующий шатунную кривую $p-p$ в кривую $q-q$, может быть построен следующим образом. Присоединяя шарнирами вращения произвольную диаду A_0EP к точкам A_0 и P , получим шарнирный

шестизвенник A_0EPABB_0 . Затем к звеньям A_0A и A_0E соответственно в точках C и D шарнирами вращения присоединяем диаду CQD так, чтобы точка Q в процессе работы механизма находилась на прямой A_0P . На прямой A_0P отметим точки P' и P'' так, чтобы $EP' = EP$ и $AP'' = AP$. Для нахождения точки Q на прямой A_0P необходимо и достаточно, чтобы соблюдалось условие:

$$DQ \parallel EP'; \quad CQ \parallel AP''.$$

Следовательно, $\triangle A_0CQ \sim \triangle A_0AP''$ и $\triangle A_0DQ \sim \triangle A_0EP'$. Из подобия треугольников следует:

$$\frac{A_0C}{A_0A} = \frac{CQ}{AP''} = \frac{CQ}{AP}; \tag{1.1}$$

$$\frac{A_0D}{A_0E} = \frac{DQ}{EP'} = \frac{DQ}{EP}. \quad (1.2)$$

При заданном коэффициенте инверсии k положение точки Q на прямой A_0P в любом положении механизма будет вполне определенным. Следовательно, отрезок A_0C определится однозначно, исходя из условия инверсии:

$$A_0P \cdot A_0Q = k^2 = \text{const}. \quad (1.3)$$

После отсоединения звена BB_0 (рис. 1) будем иметь схему шарнирно-рычажного механизма инверсора [1]. Следовательно, кинематическая схема восьмизвенного механизма инвертирует шатуновую кривую $p-p$ в кривую $q-q$ согласно выражению (1.3).

При проектировании инвертирующего механизма могут быть наложены дополнительные требования. В частности, может быть задан вид инверсора, входящего в состав инвертирующего механизма. В этом случае задачу решаем в той же последовательности, но присоединяемая к четырехзвеннику диада A_0EP не всегда может быть произвольной. Например, при проектировании механизма для инвертирования шатуновой кривой точки P четырехзвенника A_0ABB_0 , имеющего в своем составе механизм инверсора с параллелограммом и антипараллелограммом (рис. 2), длины звеньев диады A_0DP заранее известны: $A_0D = AP$; $DP = A_0A = A_0C = DQ$. Дальнейшее построение механизма очевидно из рис. 2.

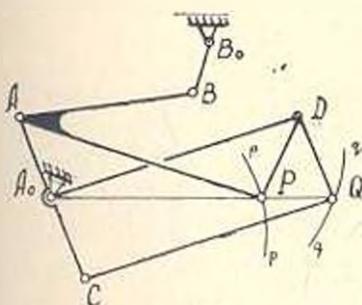


Рис. 2

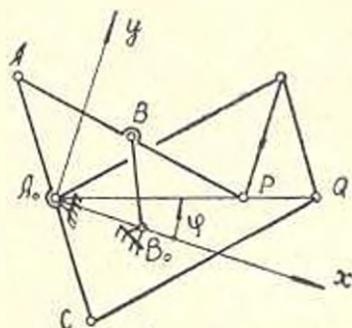


Рис. 3

Построение механизмов, инвертирующих шатуновую кривую $p-p$ шарнирного четырехзвенника в кривую $q-q$ и имеющих в своем составе произвольную схему механизма инверсора, производится аналогично.

В работе [3] даны соотношения длин звеньев шарных механизмов для воспроизведения кривых четвертого порядка, инвертирующихся в конические сечения:

$$\rho = \sqrt{a^2 - c^2 \sin^2 \varphi}; \quad (1.4) \quad \rho = (d - c) \cos \varphi + \sqrt{a^2 - c^2 \sin^2 \varphi}; \quad (1.5)$$

$$\rho = d \sin \varphi + c \cos \varphi + \sqrt{a^2 - c^2 \sin^2 \varphi}; \quad (1.6)$$

где a , c и d — постоянные параметры; φ — полярный угол.

Для воспроизведения кривой (1.4) предложена [3] схема шарнирного четырехзвенника, а для кривых (1.5) и (1.6) предложены схемы шарнирных шестизвенников, которые преобразуются в шарнирные четырехзвенники. Так как кривые (1.4), (1.5) и (1.6) являются шатунными кривыми шарнирных четырехзвенников, то они могут инвертироваться в кривые конического сечения посредством шарнирных восьмизвенников. Для иллюстрации возьмем кривую (1.4).

$$\rho_Q \cdot \rho_P = k^2, \quad (1.7)$$

где

$$\rho_P = \sqrt{a^2 - c^2 \sin^2 \varphi}.$$

Переходя к прямоугольной системе координат, получим:

$$\frac{x^2}{\left(\frac{k^2}{a}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{k^2}{\sqrt{a^2 - c^2}}\right)^2} = 1. \quad (1.8)$$

При $a > c$ выражение (1.8) будет уравнением эллипса, при $a < c$ — гиперболы.

Механизм для воспроизведения кривой (1.8) изображен на рис. 3, где приняты следующие обозначения:

$$AP = A_0D = CQ = a; \quad A_0B_0 = BB_0 = c/2; \\ A_0A = A_0C = AB = BP = DP = DQ = a/2.$$

Отметим, что при $c = a$ исходный четырехзвенник превращается в ромб, точка Q механизма, изображенная на рис. 3, чертит прямую.

Так как все точки шатуна AB совершают круговое движение по окружности радиуса $A_0A = a/2$, то вместо ромба можно взять параллелограмм с тем же кривошипом $A_0A = B_0B = a/2$ и произвольным шатуном. Следовательно, при воспроизведении точкой Q одного и того же участка прямой геометрическим местом возможных положений центра шарнира B_0 является прямая A_0x .

Направляющие механизмы Поселье-Липкина можно рассматривать как частные случаи данного преобразования. При совпадении шарниров P и B (рис. 1) имеем направляющий механизм по окружности, если при этом $A_0B_0 = BB_0$, то имеем направляющий механизм по прямой.

Изложенный способ может быть применен для четырехзвенных механизмов, имеющих в своем составе поступательные пары для пятизвенных и шестизвенных механизмов и, частично, для механизмов, количество звеньев которых больше шести. Отметим, что количество звеньев образованного (инвертирующего) механизма всегда на четыре больше количества звеньев исходного механизма.

2. Синтез прямил типа механизма Эванса. В механизмах рассматриваемого типа траектория чертящей точки A (рис. 4) должна мало отклониться от прямой, заданной уравнением

$$y_0 = kx_0.$$

В этом случае [4] задача сводится к определению функции

$$\varphi(\theta) = y - kx,$$

где x и y — координаты точки A . Однако практическое решение задачи по определению функции $\varphi(\theta)$, удовлетворяющей поставленным условиям, связано со значительными трудностями. В связи с этим целесообразно рассмотреть задачу в несколько иной постановке, приводящей к определению размеров звеньев искомого механизма по простым формулам.

Из рис. 5 видно, что между отклонениями траекторий шатунных точек A и C от принятых координатных осей Ox и Oy существует зависимость:

$$\frac{m}{n} = -\operatorname{tg}\left(\beta - \frac{\delta}{2}\right), \quad (2.1)$$

где m — отклонение траектории шатунной точки A от оси Oy ; n — отклонение траектории шатунной точки C от оси Ox ; β — угол между осью Ox и звеном OB ; δ — угол между положениями шатуна при точно прямолинейном и приближенно прямолинейном движении (при одном и том же положении звена OB).

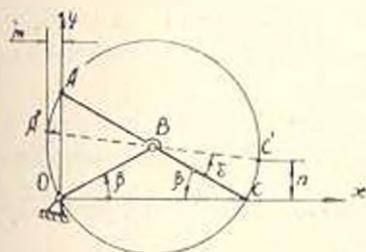


Рис. 5.

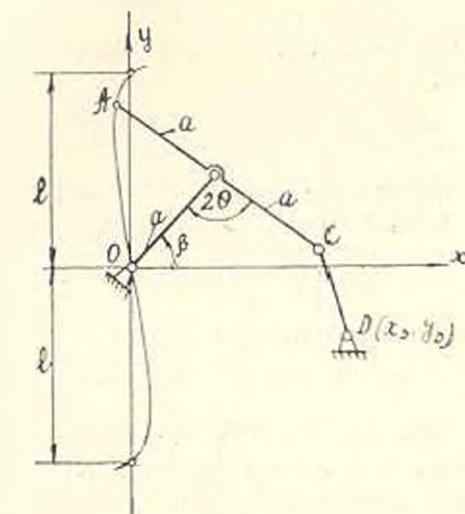


Рис. 4.

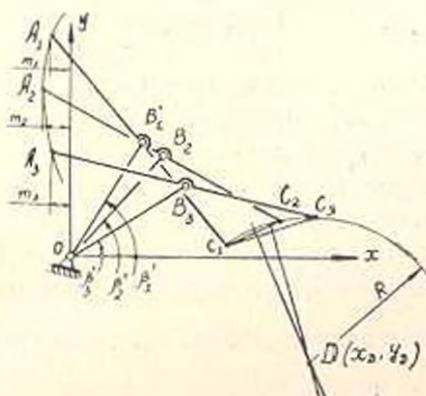


Рис. 6.

В любом положении механизма, при заданном значении отклонения m_i , величина угла β_i определяется из выражений:

$$a |\cos \beta_i - \cos(\beta_i - \delta_i)| = m_i, \quad (2.2)$$

при заданном угловом интервале приближения, или

$$\sin \frac{\delta_i}{2} = \frac{m_i}{l_i} \quad (2.3)$$

при заданном линейном интервале приближения (где l_i — расстояние АО в i -ом положении механизма).

При $\left| \beta_i - \frac{\delta_i}{2} \right| < \frac{\pi}{4}$ из выражения (2.1) вытекает следующее важное неравенство:

$$|m_i| < |n_i|. \quad (2.4)$$

Отметим, что для обеспечения линейного интервала приближения $2l = 1.5a$, с отклонениями в крайних положениях механизма равными нулю, достаточно взять $\beta = 22^\circ$. Тогда

$$|m_i| < 0.4|n_i|,$$

так как

$$\left| \beta_i - \frac{\delta_i}{2} \right| < 22^\circ.$$

При симметричном относительно начала координат O линейном интервале приближения $2l$ имеем асимметрично расположенный относительно оси Ox угловой интервал приближения

$$\left[\beta_1 = \arcsin \frac{l}{2a} - \frac{\delta}{2}; \quad \beta_2 = - \left(\arcsin \frac{l}{2a} + \frac{\delta}{2} \right) \right],$$

а при симметричном относительно оси Ox угловом интервале приближения $\pm \beta$ получается асимметричный линейный интервал приближения

$$\left[l_1 = 2a \sin \left(\beta + \frac{\delta}{2} \right); \quad l_2 = 2a \sin \left(\beta - \frac{\delta}{2} \right) \right].$$

В обоих случаях несимметричность интервалов приближения незначительна и практически их можно считать симметричными. При нулевых отклонениях ($m=0$, $n=0$) в крайних положениях механизма как линейный, так и угловой интервалы приближения являются симметричными.

В указанных прямых относительными параметрами (при $a=1$) являются R , x_D и u_D , которые определяются следующим образом.

В интервале приближения для трех положений звена OB ($\beta_1 = \beta$; $\beta_2 = \frac{3}{4}\beta$;

$\beta_3 = \frac{\theta}{2}$ — зона максимального отклонения m) задаем величины от-

клонения траектории шатунной точки A (рис. 6) от оси Oy , т. е. m_1 , m_2 и m_3 , и определяем соответствующие положения шатунной точки $C[C_1(x_1, y_1); C_2(x_2, y_2); C_3(x_3, y_3)]$. Координаты точки C_i определяются из следующих выражений:

$$x_i = 2\cos\beta_i - m_i; \quad y_i = \sin\beta_i - \sin(\beta_i - \beta_1). \quad (2.5)$$

где величина угла $(\beta_i - \beta_1)$ определяется посредством формулы (2.2). После вычисления x_i и y_i определяем координаты неподвижного шарнира D , т. е. x_D и y_D . Центр неподвижного шарнира D находится на перпендикуляре, восстановленном в середине отрезка между точками C_i . Поэтому уравнение прямой, на которой находится неподвижный шарнир D , примет вид:

$$(x_1 - x_i)(2x - x_1 - x_i) + (y_1 - y_i)(2y - y_1 - y_i) = 0. \quad (2.6)$$

Число уравнений (2.6) будет на единицу меньше числа заданных положений точки A . При определении трех параметров механизма имеем два уравнения вида (2.6).

Уравнения прямых, на которых находится центр шарнира D , после соответствующих преобразований принимают вид:

$$\begin{aligned} 2x(x_1 - x_2) + 2y(y_1 - y_2) + x_2^2 - x_1^2 + y_2^2 - y_1^2 &= 0; \\ 2x(x_1 - x_3) + 2y(y_1 - y_3) + x_3^2 - x_1^2 + y_3^2 - y_1^2 &= 0. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Точка пересечения прямых (2.7) является центром шарнира D .

$$\begin{aligned} x_D &= \frac{(y_1 - y_3)(x_1^2 - x_2^2 - y_1^2 + y_3^2) - (y_1 - y_2)(x_1^2 - x_3^2 - y_1^2 + y_3^2)}{2[(x_1 - x_2)(y_1 - y_3) - (x_1 - x_3)(y_1 - y_2)]}; \\ y_D &= \frac{(x_1 - x_2)(x_1^2 - x_3^2 - y_1^2 + y_3^2) - (x_1 - x_3)(x_1^2 - x_2^2 - y_1^2 + y_2^2)}{2[(x_1 - x_2)(y_1 - y_3) - (x_1 - x_3)(y_1 - y_2)]}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Имея x_D и y_D , определяем длину коромысла

$$R = \sqrt{(x_1 - x_D)^2 + (y_1 - y_D)^2}. \quad (2.9)$$

Пример. Требуется спроектировать симметричный прямолинейно-направляющий механизм по заданным значениям $\beta - \beta_1 = 22^\circ$, $\beta_2 = 16^\circ$, $\beta_3 = 11^\circ$ и соответственно $m_1 = 0$, $m_2 = -0,002$, $m_3 = -0,001$. По формулам (2.5) и (2.2) определяем координаты точки $C_i(x_i, y_i)$:

$$\begin{aligned} x_1 &= 1,8542678; & x_2 &= 1,9245234; & x_3 &= 1,9632544; \\ y_1 &= 0; & y_2 &= 0,0070445; & y_3 &= 0,00542. \end{aligned}$$

Далее по формулам (2.8) и (2.9) определяем относительные параметры механизма:

$$x_D = 1,927720; \quad y_D = -0,437974; \quad R = 0,451229.$$

Вторая половина прямолинейного участка симметрична первой относи-

տելնո начала координат O . Следовательно, длина прямолинейного участка, т. е. расстояние между крайними нулевыми точками, будет:

$$2l = 4 \sin 22 = 1,5.$$

ԵրԿՄ

Поступило 19.IV.1973.

Կ. Խ. ՄԱԽԱՃՅԱՆ, Դ. Ա. ԺԱՂԱՅՊԱՆՅԱՆ.

ՇԱՐՖԱԼԻՆԵՎԱՅԻՆ ԿՈՆՆԵՐՏԻ ՓՈՒՍԱՆԻԿՐՈՒՄԱՆ ՀԱՐՑԻ ՇՈՒՐՋԸ

Ա մ փ ո ս փ ո ս մ

Հողվածում արված է քառօղակ հողակապային մեխանիզմների շարժաթևային կորերը փոխակերպող ութօղակ մեխանիզմների սխեմայի պոչացման էղանակ, որը կիրառելի է նաև համընթաց դուրյեր պարունակող քառօղակ մեխանիզմների շարժաթևային կորերի փոխակերպման համար, մասամբ էլ՝ վեցից ավել օղակներ պարունակող մեխանիզմների շարժաթևային կորերի փոխակերպման դեպքում: Նոր՝ փոխակերպող, մեխանիզմի օղակների թիվը միշտ չորսով ավել է հիմնական մեխանիզմի օղակների թվից:

Տրված է նաև էվանսի մեխանիզմի տիպի ուղղադիժ-ուղղորդող մեխանիզմների սինթեզման անալիտիկ եղանակ, որի օգնությամբ հնարավոր է որոշել, նախ՝ մոտարկման ինտերվալի օպտիմալ մեծությունը, իսկ աչնուհետև՝ մեխանիզմի պարամետրները: Լուծված է մասնավոր օրինակ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Артоболовский Н. Н. Теория механизмов для воспроизведения плоских кривых. М., 1959.
2. Рудиню А. А. Проектирование механизмов точными методами. Л., 1972.
3. Մախաճյան Կ. Խ., Ժառաղանյան Ժ. Ա. Օր մե մեթոդը շարժաթևային քառօղակային փոխակերպման մեխանիզմների համար: «Известия АН Арм. ССР (серия Т. II)», т. XXVI, № 3, 1973.
4. Блох Э. Ш. Приближенный синтез механизмов. Машинл, 1948.