ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVI. № 5, 1973 Серия технических наук

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Э. А. АКОПЯН

СИНТЕЗ ПЛОСКИХ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ С ПЛОСКИМ ТОЛКАТЕЛЕМ

Движение звеньев кулачкового механизма в общем случае может быть сложным. На рис. 1 изображен кулачковый механизм с плоским толкателем, оба звена которого совершают сложное движение в одной плоскости. Сплошными линиями показан механизм в текущем положении, а пунктирными — в начальном. Движение кулачка задается двумя проекциями перемещения точки A в неподвижной системе координат XA_0Y и поворотом вокруг этой точки. Начало координат A_0 совпадает с начальным положением точки A. Движение толкателя задается двумя проекциями перемещения точки B в неподвижной системе PB_0Q и поворотом вокруг нее, где начало B_0 совпадает с начальным положением точки B. Оси абсцисс и ординат рассматриваемых систем попарно имеют одинаковые направления.

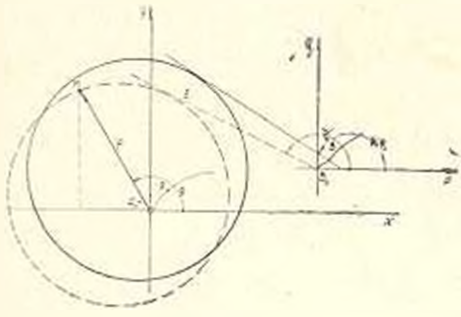

Рис. 1.

Следовательно, координатные системы будут обе левые, или обе правые. Таким образом, движение звеньев данного механизма полностью характеризуется следующими уравнениями:

$$X_A = X_A(t); \qquad Y_A = Y_A(t); \qquad \varphi = \varphi(t);$$
$$P_B = P_B(t); \qquad Q_B = Q_B(t); \qquad \psi = \psi(t), \qquad (1)$$

где X_A и Y_A — координаты точки A кулачка в системе XA_0Y; P_B и Q_B — координаты точки B толкателя в системе PB_0Q; φ и ψ — соответственно углы поворота кулачка и толкателя относительно неподвижной плоскости; t — время.

Анализ и синтез рассматриваемого механизма связаны с уравнением профиля кулачка $Y = Y(X)$ в начальном положении механизма (в системе XA_0Y), координатами начального положения точки B в системе координат XA_0Y — $X_B = a = \text{const}$ и $Y_{B_0} = b = \text{const}$, углом наклона к оси абсцисс плоскости толкателя в начальном положении — $\psi_0 = \text{const}$. Как для анализа, так и для синтеза в первую очередь необходимо установить связь между функциями (1), уравнением профиля и постоянными параметрами механизма.

Пусть точка $M(X, Y)$ профиля кулачка спустя время t после начала движения входит в контакт с точкой $E(P_E, Q_E)$ толкателя. (Точки отмечены в начальном положении механизма.) Использованием соответствующих формул преобразования координат получаем следующие выражения:

$$Y_1 = Y_A + Y\cos\varphi + (-1)^m X\sin\varphi; \tag{2а}$$

$$X_1 = X_A + X\cos\varphi - (-1)^m Y\sin\varphi; \tag{2б}$$

$$Y_1 = Q_B + b + Q_E\cos\psi + (-1)^n P_E\sin\psi; \tag{2в}$$

$$X_1 = P_B + a + P_E\cos\psi - (-1)^n Q_E\sin\psi, \tag{2г}$$

где X_1 и Y_1 — координаты точки зацепления в текущем положении, т. е. координаты точки соприкосновения звеньев. Показатели m и n в каждом конкретном случае выбираются из табл. 1.

Таблица 1

Принятые положительные направления вращения звеньев		Кулачок: против часовой стрелки	Кулачок: по часовой стрелке	Толкатель: против часовой стрелки	Толкатель: по часовой стрелке
Системы координат	Правые	$m=2$	$m=1$	$n=2$	$n=1$
	Левые	$m=1$	$m=2$	$n=1$	$n=2$

Плоскость толкателя с одной стороны проходит через точку контакта (X_1, Y_1) и точку B толкателя, а с другой — занимает положение касательной, проведенной к профилю в текущем положении. Исходя из этих соображений, получаем:

$$\frac{dY}{dX} = \operatorname{tg}\lambda; \qquad X\sin\lambda - Y\cos\lambda = K, \tag{3}$$

где λ и K определяются в зависимости от движения звеньев по следующим выражениям:

$$\lambda = (-1)^n\psi + \psi_0 - (-1)^m\varphi; \quad K = (P_B + a - X_A)\sin[(-1)^n\psi + \psi_0] -$$
$$-(Q_B + b - Y_A)\cos[(-1)^n\psi + \psi_0]. \tag{4}$$

Решением системы (3) относительно X и Y получаем параметрические уравнения профиля в следующем виде:

$$X = \frac{K'_t}{\delta'_t}\cos\delta + K\sin\delta; \qquad Y = \frac{K'_t}{\delta'_t}\sin\delta - K\cos\delta. \tag{5}$$

Исходя из (2) и (5), получаются параметрические уравнения линии зацепления:

$$Y_1 = Y_A + \frac{K'_t}{\delta'_t}\sin[(-1)^n\psi + \psi_0] - K\cos[(-1)^n\psi + \psi_0];$$

$$X_1 = X_A + \frac{K'_t}{\delta'_t}\cos[(-1)^n\psi + \psi_0] + K\sin[(-1)^n\psi + \psi_0]; \tag{6}$$

а также формулы:

$$Q_E = \left[\frac{K'_t}{\delta'_t} - (-1)^n\frac{\partial K}{\partial\psi}\right]\sin\psi_0; \qquad P_E = \left[\frac{K'_t}{\delta'_t} - (-1)^n\frac{\partial K}{\partial\psi}\right]\cos\psi_0, \tag{7}$$

по которым можно определить координаты точки E толкателя в начальном положении.

При синтезе новых механизмов необходимо определить постоянные параметры a, b и ψ_0 с учетом углов давления и условия выпуклости профиля. Для этого должны быть заданы все функции (1).

Для угла передачи γ в текущем положении имеем

$$\operatorname{tg}\gamma = |\operatorname{tg}[(-1)^n\psi + \psi_0 - \alpha]|, \tag{8}$$

где α — угол наклона скорости точки E к оси абсцисс.

При постоянных P_E и Q_E выражения (2в) и 2(г) превращаются в параметрические уравнения движения фиксированной точки E толкателя. С учетом этого получаем

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\dfrac{dQ_B}{dt} + (-1)^n[P_E\cos\psi - (-1)^n Q_E\sin\psi]\dfrac{d\psi}{dt}}{\dfrac{dP_B}{dt} - (-1)^n[Q_E\cos\psi + (-1)^n P_E\sin\psi]\dfrac{d\psi}{dt}}. \tag{9}$$

Совместным решением (7)—(9) с учетом (4) получаем

$$\operatorname{tg}\gamma = \left|\frac{\dfrac{dX_A}{dt}\sin[(-1)^n\psi + \psi_0] - \dfrac{dY_A}{dt}\cos[(-1)^n\psi + \psi_0] - (-1)^m\dfrac{d\varphi}{dt}\cdot\dfrac{K'_t}{\delta'_t}}{\dfrac{dP_B}{dt}\cos[(-1)^n\psi + \psi_0] + \dfrac{dQ_B}{dt}\sin[(-1)^n\psi + \psi_0]}\right|. \tag{10}$$

Из (10) следует, что угол передачи достигает своего максимума ($\gamma = 90°$) при условии

$$\frac{dP_B}{dt}\cos[(-1)^n\psi + \psi_0] + \frac{dQ_B}{dt}\sin[(-1)^n\psi + \psi_0] = 0. \tag{11}$$

Нетрудно заметить, что условие (10) удовлетворяется в тех положениях, в которых плоскость толкателя совпадает с нормалью траектории точки B. Следовательно, возможность обеспечения постоянного значения угла передачи $\gamma = 90°$ зависит только от закона движения толкателя, ибо для этого необходимо обеспечить условие (10) во всех положениях. Однако, в общем случае, когда движением толкателя не обеспечивается постоянное максимальное значение угла передачи, один из неизвестных параметров механизма определяется из условия

$$\lg\gamma \geq \lg\gamma_{min}, \qquad (12)$$

где γ_{min}—допустимое минимальное значение угла передачи.

Условие выпуклости профиля получается, исходя из следующих соображений. Начало координат A_0 находится на теле кулачка, т. е. всегда расположено с вогнутой стороны произвольной дуги кривой. Рассмотрим элементарную дугу, расположенную около произвольной точки $M(X, Y)$. После поворота этой дуги на угол β в положительном направлении вокруг точки A_0 получим следующие выражения:

$$Y_2 = Y\cos\beta + X\sin\beta;$$

$$X_2 = X\cos\beta - Y\sin\beta;$$

$$\frac{dY_2}{dX_2} = \frac{\frac{dY}{dt}\cos\beta + \frac{dX}{dt}\sin\beta}{\frac{dX}{dt}\cos\beta - \frac{dY}{dt}\sin\beta};$$

$$\frac{d^2Y_2}{dX_2^2} = \frac{\frac{d^2Y}{dt^2}\cdot\frac{dX}{dt} - \frac{d^2X}{dt^2}\cdot\frac{dY}{dt}}{\left(\frac{dX}{dt}\cos\beta - \frac{dY}{dt}\sin\beta\right)^3}, \qquad (13)$$

где X_2 и Y_2—координаты точки профиля после поворота.

Пусть полярные координаты той же точки $M(X, Y)$—ρ и θ. При повороте элементарной дуги в положительном направлении на угол $\beta = 90° - \theta$ точка M совмещается с точкой оси A_0Y с ординатой ρ. Разумеется, в таком положении для выпуклой дуги должны иметь $d^2Y_2/dX_2^2 < 0$. Следовательно, условие выпуклости профиля получится в виде неравенства

$$\frac{\frac{d^2Y}{dt^2}\cdot\frac{dX}{dt} - \frac{d^2X}{dt^2}\cdot\frac{dY}{dt}}{\frac{dX}{dt}\cdot Y - \frac{dY}{dt}\cdot X} < 0. \qquad (14)$$

После несложных преобразований с учетом (4) и (5) получаем следующее окончательное условие выпуклости профиля кулачка:

$$\frac{1}{K}\cdot\frac{d^2K}{d\delta^2} - \left(\frac{K'_t}{\delta'_t}\right)_t\cdot\frac{1}{K\delta'} > -1. \qquad (15)$$

Таким образом, при синтезе новых кулачковых механизмов с плоским толкателем неизвестные параметры должны быть определены совместным рассмотрением условий (12) и (15).

После определения неизвестных параметров механизма по формулам (5) определяются координаты точек профиля, составляется таблица численных значений X и Y, по которым строится профиль кулачка в системе XA_0Y. Этим и завершается синтез.

Полученные результаты приемлемы также при синтезе механизмов перекатывающихся рычагов, если рабочая поверхность одного звена задана в виде плоскости.

Пример. В механизме перекатывающегося рычага, изображенном на рис. 2*а*, требуется найти профиль ведомого звена, если при равномерном вращении кривошипа OA(ω=const) платформа Π совершает гармонические угловые колебания.

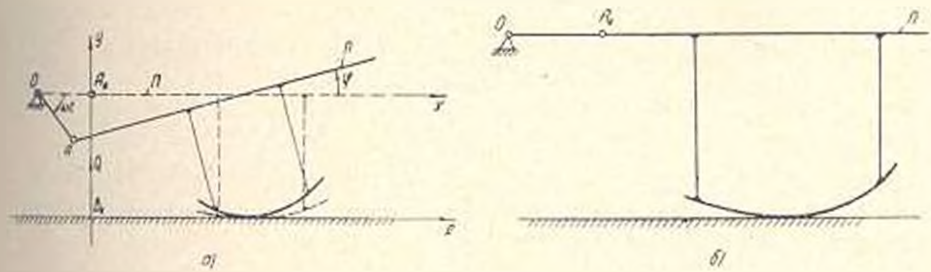

Рис. 2.

Таким образом, в данном механизме имеем:

$$Y_A = -r\sin\omega t; \quad X_A = r(\cos\omega t - 1); \quad \varphi = \varphi_m \sin\omega t;$$

$$P_B = 0; \quad Q_B = 0; \quad \psi = 0; \quad \psi_0 = 0; \quad a = 0; \quad m = 2; \quad b = ?$$

где r — длина кривошипа; φ_m — амплитуда угловых колебаний платформы. Подстановкой этих значений в (4) получаем

$$K = -(r\sin\omega t + b), \qquad \delta = -\varphi_m \sin\omega t.$$

Отсюда $\dfrac{K'_t}{\delta'_t} = \dfrac{r}{\varphi_m}$, следовательно, $\left(\dfrac{K'_t}{\delta'_t}\right)'_t = 0$, т. е. условие выпуклости (15) обеспечивается независимо от значения b. Выбирая $b = -2r$, согласно (5) получаем следующие параметрические уравнения профиля в системе XA_0Y:

$$X = r\left(\frac{\cos\varphi + \varphi\sin\varphi}{\varphi_m} - 2\sin\varphi\right);$$

$$Y = r\left(\frac{\varphi\cos\varphi - \sin\varphi}{\varphi_m} - 2\cos\varphi\right);$$

$$-\varphi_m \leqslant \varphi \leqslant \varphi_m.$$

Численные значения координат профиля при амплитуде угловых колебаний платформы $\varphi_m = \pi\ 6$ приведены в табл. 2.

Таблица 2

φ	$-\pi/6$	$-\pi/9$	$-\pi/18$	0	$\pi/18$	$\pi/9$	$\pi/6$
X/r	3.050	2.710	2.290	1.910	1.590	1.340	1.050
Y/r	−1.640	−1.850	−1.967	−2.000	−1.971	1.910	−1.820

Полученный механизм изображен на рис. 2б.

ЕрПИ им. К. Маркса Поступило 30.III.1973

Է. Ա. ՀԱԿՈԲՅԱՆ

ՀԱՐԹ ՀՐԻՉՈՎ ՀԱՐԹ ԲՌՈՒՆՑՔԱՅԻՆ ՄԵԽԱՆԻԶՄՆԵՐԻ ՍԻՆԹԵԶ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում առաջարկվում է հարթ հրիչով հարթ բռունցքային մեխանիզմների սինթեզ, երբ երկու օղակներն էլ՝ բռունցքը և հրիչը, կատարում են բարդ շարժում միևնույն հարթությունում։

Օղակներից յուրաքանչյուրի շարժումը տրվում է մի կետի շարժման երկու պրոյեկցիաներով և այդ կետի շուրջը պտտման օրենքով։ Նախ արտածվում են այն հավասարումները, որոնք կապ են հաստատում շարժման ֆունկցիաների և պրոֆիլի հավասարման միջև, այնուհետև՝ պրոֆիլի պարամետրական հավասարումները, որոնց օգնությամբ ստացվում է փոխանցման անկյան փոփոխման ֆունկցիան՝ կախված ժամանակից։ Արտածվում է նաև բռունցքի ուռուցիկության պայմանը։ Սինթեզը կատարվում է փոխանցման անկյան թույլատրելի արժեքից և ուռուցիկության պայմանից ելնելով։

Ստացված արդյունքները կիրառելի են նաև թավալվող լծակներով մեխանիզմների նախագծման ժամանակ։ Դիտված է կոնկրետ օրինակ՝ նախագծված է ներդաշնակ անկյունային տատանումներ կատարող հարթակի պրոֆիլը։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Артоболевский И. И., Левитский Н. И., Черкудинов С. А.* Синтез плоских механизмов. Физматгиз, М., 1959.
2. *Артоболевский И. И.* Механизмы в современной технике, том II. Изд. «Наука», М., 1971.