ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVI, №4, 1973 Серия технических наук

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Л. А. ДЖАГАЦПАНЯН, К. Х. ШАХБАЗЯН

О СИНТЕЗЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ПРЯМИЛ

Существующие методы аналитического приближенного синтеза направляющих механизмов по прямой не позволяют заранее задавать вид приближающей кривой и величину допустимого максимального отклонения. В настоящей статье дается метод приближенного синтеза двух типов прямолинейно-направляющих механизмов при заведомо известном виде приближающей кривой и заданном максимальном отклонении от выбранной прямой на участке приближения.

В работе [1] даны соотношения длин звеньев кинематических схем двух шарнирно-стержневых четырехзвенников для воспроизведения подошвенных кривых эллипса (рис. 1) и гиперболы (рис. 2); на этих рисунках приняты обозначения:

$$AD=DC=c/2, \qquad AB=BC=BM=a/2.$$

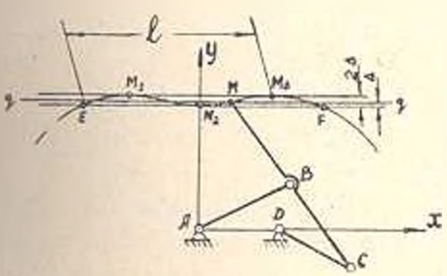

Рис. 1.

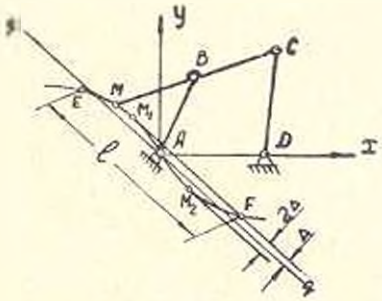

Рис. 2.

При определенном соотношении длин звеньев $a/2$ и $c/2$ шатунная точка M на некотором участке будет перемещаться приближенно по прямой $q-q$:

а) параллельной AD, при $a>c$ (рис. 1),

б) проходящей через точку A в заданном направлении с угловым коэффициентом K, при $a<c$ (рис. 2).

Уравнение подошвенной кривой в принятой системе координат (рис. 1, 2) будет:

$$(x^2+y^2)^2 = a^2x^2 + (a^2-c^2)y^2. \tag{1}$$

При $a>c$ выражение (1) является уравнением подошвенной кривой эллипса, а при $a<c$—подошвенной кривой гиперболы.

Касательные к подошвенной кривой в точках M_1, M_2, M_3 (рис. 1) и в точках M_1, M_2 (рис. 2) будут параллельны прямой $q-q$, так как траектория чертящей точки M, т. е. приближающая кривая на участке приближения в указанных точках имеет максимальное отклонение от прямой $q-q$. Из сказанного следует, что первая производная выражения (1) по переменной x в точках M_1, M_2 и M_3 (для случая $a>c$) равна угловому коэффициенту прямой $q-q$ (рис. 1). Дифференцируя выражение (1) по x, получим

$$K=y'=\frac{x[2(x^2+y^2)-a^2]}{y[a^2-c^2-2(x^2+y^2)]}. \tag{2}$$

Расстояние точки M_i от прямой $q-q$ будет:

$$\Delta=\frac{Ax_i+By_i+C}{\sqrt{A^2+B^2}}, \tag{3}$$

где A, B и C — коэффициенты уравнения прямой, заданного в виде $Ax+By+C=0$; x_i, y_i — координаты точки M_i, $i=1, 2, 3$.

Выражения (1), (2) и (3) позволяют определить относительные величины координат точек M_1, M_2, M_3, а так же соотношение параметров механизма a и c.

1. Для подошвенной кривой эллипса (рис. 1) в точках M_1, M_2, M_3 $y'=0$. Следовательно, согласно выражению (2) имеем

$$x(2x^2+2y^2-a^2)=0. \tag{4}$$

Принимая $c=1$, из (1) и (4) получим:

$$x_{1,3}=\pm\sqrt{0,5-0,25\,a^2}; \qquad y_{1,3}=0,5a^2;$$

$$x_2=0; \qquad y_2=\sqrt{a^2-1}.$$

Как из рис. 1, так и из выражения (3) следует, что расстояния точек M_1, M_2, M_3 от прямой $q-q$ определятся по формуле

$$\Delta=\frac{y_{1,3}-y_2}{2}. \tag{6}$$

Подставляя значения $y_{1,3}$ и y_2, получим

$$a=\sqrt{2(2\Delta+1)\pm4\sqrt{\Delta}}. \tag{7}$$

Длина прямолинейного участка определится по формуле

$$l=EF=x_F-x_E, \tag{8}$$

где x_E и x_F — абсциссы точек E и F, определяемые из выражения (1) посредством подстановки $y_{E,F}=y_2=\sqrt{a^2-1}$;

$$x_{E,F}=\mp\sqrt{2-a^2}. \tag{9}$$

Из (8) и (9) имеем

$$l=2\sqrt{2-a^2}. \tag{10}$$

Как следует из выражения (9), $a<\sqrt{2}$. Следовательно, в (7) перед слагаемой $4\sqrt{\Delta}$ необходимо взять знак минус, тогда

$$a=\sqrt{2(2\Delta+1)-4\sqrt{\Delta}}. \tag{11}$$

2. Для подошвенной кривой гиперболы уравнение прямой $q-q$ примет вид:

$$y=Kx. \tag{12}$$

Как следует из выражений (3), (12) и рис. 2, расстояния точек M_1, M_2 от прямой $q-q$ определятся по формуле

$$\Delta=\frac{Kx_{1,2}-y_{1,2}}{\sqrt{K^2+1}}. \tag{13}$$

Решая нелинейную систему уравнений (1), (2), (12) и (13), определяем относительные величины координат точек M_1, M_2, E, F и параметр a (при $c=1$).

Длина прямолинейного участка (рис. 2)

$$l=2\sqrt{x_E^2+y_E^2-\Delta^2}, \tag{14}$$

где x_E y_E — координаты точки E.

Так как кривая симметричная, следовательно, полученные направляющие механизмы будут иметь соответственно два симметричных, относительно координатных осей, участка приближения к прямой.

Пример. Требуется спроектировать четырехзвенный прямолинейно направляющий механизм по заданным значениям Δ и заданному виду приближающейся кривой (подошвенная кривая эллипса).

Задачу решаем для случаев: $\Delta=0{,}005$ и $\Delta=0{,}0005$.

Принимая $c=1$, по формулам (10) и (11) определяем относительные величины параметра a и длину участка приближения l:

$a=1{,}31421;$ $\qquad a=1{,}38584;$

$l=1{,}044;$ $\qquad l=0{,}5636.$

Как видно, с повышением степени точности приближения к прямой (в 10 раз) уменьшается длина прямолинейного участка (в 0,54 раза) и незначительно увеличивается параметр a (в 1,05 раза).

ЕрГУ

Поступило 21.IV.1972

Դ. Ա. ՋԱՂԱՑՊԱՆՅԱՆ, Կ. Խ. ՇԱՀԲԱԶՅԱՆ

ԷԼԻՊՏԻԿ ՈՒՂՂԱԳԻԾ-ՈՒՂՂՈՐԴ ՄԵԽԱՆԻԶՄՆԵՐԻ ՍԻՆԹԵԶՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում տրված է երկու տիպի ուղղագիծ-ուղղորդ մեխանիզմների սինթեզման մեթոդ, երբ նախօրոք հայտնի են մերձեցող կորի տեսքը և մեծագույն շեղումը ընտրած ուղղից մերձեցման գծամասում։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шахбазян К. Х., Джагацпанян Д. А.* Об одном методе замены поступательных пар вращательными в некоторых кулисно-рычажных механизмах. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXVI, № 3, 1973.