

ГИДРАВЛИКА

В. О. ТОКМАДЖИАН

К ПОСТРОЕНИЮ КРИВЫХ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ
 В НЕПРИЗМАТИЧЕСКИХ РУСЛАХ

Рассмотрим неравномерное движение жидкости в прямоугольном русле, ширина которого по пути меняется по линейному закону.

Для гидравлического исследования такого движения в качестве расчетной схемы принят поток, линии тока которого имеют направленные радиусы, а живые сечения представляют цилиндрические поверхности. Такая схема более подходит к действительной картине течения в рассматриваемой нами задаче, чем плавноизменяющийся поток с плоскими живыми сечениями.

В указанном случае удобно пользоваться цилиндрическими координатами r, θ, z . В случае осесимметричной задачи координата θ исключается, и движение жидкости можно рассматривать в любой плоскости r, z , т. е. имеем двухмерную, но не призматическую задачу.

Аналогично выводу дифференциального уравнения неравномерного движения в декартовых координатах [1], в данной постановке можно получить уравнение:

$$\frac{dh}{dr} = \frac{i_0 - \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} \left(1 - \frac{\alpha C^2 R}{g \omega} \frac{d\omega}{dr} \right)}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g \omega^3} \frac{d\omega}{dr}} \quad (1)$$

где h — глубина потока; r — радиус произвольного живого сечения от оси; i_0 — геометрический уклон русла; Q — расход; ω — площадь живого сечения; R — гидравлический радиус; C — коэффициент Шези; α — коэффициент кинетической энергии; g — ускорение силы тяжести.

О. Ф. Васильевым [2] дается преобразование уравнения (1) без учета влияния боковых стенок русла. Принимая предположение, что гидравлическими потерями при построении кривых свободной поверхности можно пренебречь, для случая идеальной жидкости и при $L_0 = 0$ им получено аналитическое решение уравнения (1). Следует отметить, что указанный результат легко может быть получен непосредственно из уравнения Бернулли, а учет гидравлических потерь имеет существенное значение при построении кривых свободной поверхности.

Рассмотрим решение поставленной задачи с учетом влияния дна и боковых стенок русла.

В принятой нами схеме (рис. 1).

$$m = 3rh; \quad \chi = 3r + 2h; \quad R = \frac{3rh}{3r + 2h} = \frac{h}{1 + \frac{2h}{3r}}$$

Обозначим $q = Q\beta$,

где β — центральный угол; χ — смоченный периметр; q — расход, соответствующий углу в один радиан.

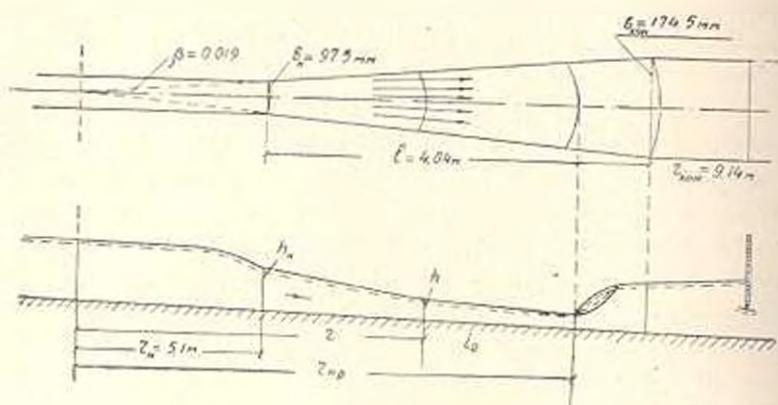


Рис. 1.

Принимая коэффициент Шези по формуле Павловского [1]

$$C = \frac{1}{n} R^y,$$

где n — коэффициент шероховатости стенок русла; y — показатель, получим

$$\frac{dh}{dr} = \frac{i_0 - \frac{3q^2}{gr^2h^3} \left| \frac{gn^2}{2h^{2y}} \left(1 + \frac{2h}{3r} \right)^{2y-1} - \frac{h}{r} \right|}{1 - \frac{2q^2}{g^2h^3}} \quad (2)$$

или, исходя из выражения для критической глубины (h_k),

$$\frac{dh}{dr} = \frac{i_0 - \left(\frac{h_k}{h} \right)^3 \left| \frac{gn^2}{2h^{2y}} \left(1 + \frac{2h}{3r} \right)^{2y-1} - \frac{h}{r} \right|}{1 - \left(\frac{h_k}{h} \right)^3} \quad (3)$$

В. Б. Дульнев [3] и В. М. Овсянян [4] дали метод исследования возможных форм кривых свободной поверхности в неизоматических руслах, который вполне приемлем для данной задачи.

Глубина, при которой числитель дифференциального уравнения обращается в нуль, В. Б. Дульнев называет граничной, а В. М. Овсянян — экстремальной.

Эта глубина в данной задаче определяется из условия

$$h_2 - \frac{\alpha q^2}{g r^2 h_2^3} \left[\frac{g n^2}{\alpha h_2^2} \left(1 + \frac{2h}{3r} \right)^{2y+1} - \frac{h_2}{r} \right] = 0. \quad (4)$$

Приближенные методы интегрирования уравнения (2) громоздки и не приводят к простым зависимостям. Численно уравнение (2) легко интегрируется на ЭЦВМ или методом конечных разностей.

Нами рассмотрен ряд случаев построения кривых свободной поверхности путем решения уравнения (2) на ЭЦВМ методом Рунге-Кутты с автоматическим выбором шага и с точностью расчета глубины в 0,01 мм. Для построения этих кривых в качестве исходных данных взяты параметры из экспериментов, проведенных на лабораторных установках. Показатель y определен по краткой формуле Павловского, а коэффициент шероховатости принят $n = 0,009$, что и рекомендуется в [1] для весьма тщательно строганных досок.

Нами сделана экспериментальная проверка точности кривых свободной поверхности, полученных теоретическим путем. Экспериментальная установка при первой серии опытов (13 опытов) представляла собой открытый расширяющийся лоток с постоянным уклоном, изготовленный из тщательно строганных досок. На рис. 1 дана схема и размеры установки. При проведении экспериментов были измерены координаты кривых свободной поверхности для нескольких характерных случаев уклона дна и для серии расходов. Кроме этого, устанавливалось место гидравлического прыжка. Расход измерялся с помощью треугольного водослива, глубина воды в лотке измерялась с помощью мерной иглы с точностью в 0,1 мм.

Из всех кривых свободной поверхности, полученных теоретическим (h_t) и экспериментальным ($h_{\text{оп}}$) путями, на рис. 2 представлены четыре кривые для характерных уклонов. Там же даются кривые критических глубин (h_k), а для опытов № 1 и 8 приведены и кривые граничных (экстремальных) глубин (h_g).

В опытах № 1 и 5 в начальном сечении ($r_n = 5,1$ м) имеем критическую глубину, что и используется как начальное условие при интегрировании уравнения (2), а в опытах № 8 и 9 кривые свободной поверхности строятся от начальной глубины (при $r_n = 5,1$ м), измеряемой опытным путем.

В опытах № 1 и 5 на расстоянии $r_{\text{пр}}$ имеем гидравлический прыжок (в этих случаях теоретические кривые свободной поверхности имеют смысл до сечения начала гидравлического прыжка).

Как показывает анализ результатов рассмотренной серии опытов и теоретических расчетов, отклонение теоретических глубин от опытных небольшое. Среднеквадратичные отклонения колеблются в пределах $\pm 4-12\%$ от среднего значения глубин данной кривой свободной поверхности.

Вторая экспериментальная установка представляла суживающееся или расширяющееся русло с хорошо оплукатуренным бетонным горизонтальным дном и размерами: $l = 1,9$ м; $B_n = 970$ мм; $B_{\text{кон}} = 300$ мм (при расширении значения B_n и $B_{\text{кон}}$ меняются местами).

Центральный угол довольно большой ($\beta=0,334$) и движение нельзя рассматривать плавкоизменяющимся с плоскими живыми сечениями.

Для предотвращения появления отрыва струи на месте расширения русла, был осуществлен плавный подход погока к этому участку. Анализ результатов этой серии опытов (8 опытов) показал лучшее совпадение теоретических и опытных данных ($\tau=1,4-1,1\%$).

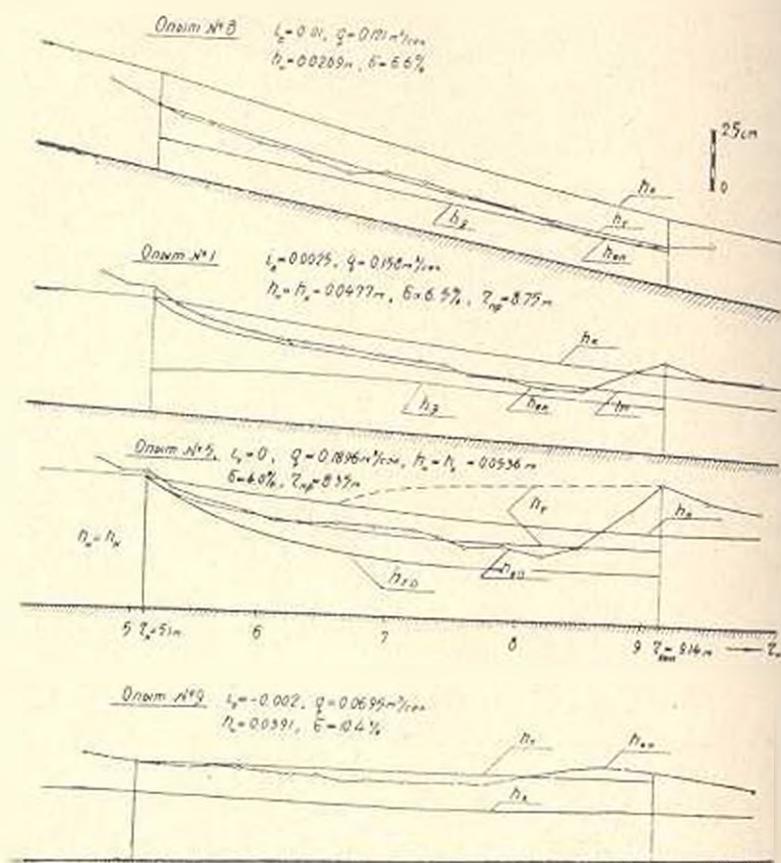


Рис. 2.

Следует учесть, что измеряемые глубины находились в пределах нескольких сантиметров, а большие относительные ошибки имелись при малых глубинах потока, и надо полагать, что в натурных условиях т. е. при больших глубинах, относительные отклонения будут еще меньше. Такое совпадение теоретических и экспериментальных кривых свободной поверхности можно считать удовлетворительным, учитывая также погрешности в измерениях других параметров потока.

Нами построены также кривые свободных поверхностей без учета гидравлических потерь, одна из них ($h_{т0}$) приведена на рис. 2 (для опыта № 5). При этом относительное отклонение глубин составляет 20—30%, а в некоторых случаях получаются разные по характеру кривые.

В ы в о д ы

1. При рассмотрении неравномерного движения жидкости в прямоугольных расширяющихся и суживающихся руслах, ширина которых во пути изменяется по линейному закону, принятие потока с радиальными линиями тока и цилиндрическими живыми сечениями лучше отражает реальную картину движения, чем плавноизменяющийся поток с плоскими живыми сечениями.

2. Дифференциальное уравнение неравномерного движения упрощается и легко поддается численному интегрированию при использовании цилиндрических координат.

3. Как показывает лабораторная экспериментальная проверка, предложенный гидравлический метод построения кривых свободной поверхности в непризматических руслах не только прост, но и обеспечивает достаточную точность.

4. При малых углах расширения учет цилиндричности сечения естественно дает небольшой выигрыш в точности. Однако, преимущество предлагаемого метода является возможность точного расчета и при больших углах, встречающихся при сужении русла и в задаче растекания круглой вертикальной струи при встрече ее с конической поверхностью [5].

5. При построении кривых свободной поверхности в непризматических руслах учет гидравлических потерь не только приводит к большим количественным ошибкам но и, в отдельных случаях, к результатам, качественно отличающимся от реальной картины движения.

ЕрШ им К Маркса.

Поступило 19.VI.1972.

Վ. Ն. ԹՈՒՐՄԱԶՅԱՆ

ՈՂ-ՓՐԵՊԻՄԱՏԻՈՒ ՀՈՐԿԵՐՈՒԹՅԱՆ ԱՉԱՏ ԻՐԱԿԵՐՈՒԹՅՈՒՆԻ ԿՈՐԵՐԻ ԿԱՌՈՅՑՈՒՄԸ ՎԵՐԱԿԵՐՑՈՒ

Ա. Վ Փ Ո Փ Ո Ս Տ Ա

Ելնելով ուղ-պրեպիմատիկ հոսանքում ջրի շարժման դիֆերենցիալ հավասարումից (1), հոդվածում մտցվում է կոդմնաչին պատերի և հատակի աղդեցությունը, ճրված է այդ հավասարման հետազոտումը և մեթոդական ինտեգրումը:

Հատարված են կրկու սերիայի յարարատար փորձեր, որոնց միջոցով ստուգված է տեսականորեն կառուցված ազատ մակերևույթի կարերի ճշտությունը: Վերլուծությունը ցույց է տվել, որ ազատ մակերևույթների տեսական և փորձնական կոորդինատները բիշ են սարբերվում միմյանցից և հոդվածում առաջարկվող մեթոդը կարող է գործնական կիրառություն գտնել:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Чертюсов М. Д.* Гидравлика, специальный курс. 1962.
2. *Василов О. Ф.* Гидравлический прыжок и растекание потока в расширяющемся русле. ДАН СССР, т. 106, 1956.
3. *Дулова В. Б.* Установившееся неравномерное движение жидкости в открытых не-призматических руслах заданной формы. ДАН АН СССР, т. 96, № 4, 1954.
4. *Овсепян В. М.* Возможные формы кривых свободной поверхности в не-призматических руслах. Сборник научных трудов ЕрПИ, № 9, 1955, Ереван.
5. *Токмалджян В. О.* Растекание круглой вертикальной струи при встрече ее с конической поверхностью. Сборник научных трудов ЕрПИ, № 26, 1973, Ереван.