ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXVI, № 1, 1973 Серия технических наук

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

М. А. КАРАПЕТЯН, В. В. АРУТЮНЯН, В. А. ГРИГОРЯН

СИНУСОИДАЛЬНОЕ ПОЛЕ В ДИСПЕРСНОЙ СИСТЕМЕ С ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ МАЛОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ

В работе [1] нами исследовалось постоянное поле в дисперсной системе с эллипсоидальными включениями малой концентрации. Целью настоящей работы является изучение распределения синусоидального поля в той же системе.

Пусть в однородной изотропной дисперсионной среде с абсолютной диэлектрической проницаемостью ε_2 и удельной объемной электропроводностью γ_2 установлено поле с напряженностью

$$E_0 = E_{0m} \sin (\omega t + \psi_e). \tag{1}$$

Если в эту непрерывную среду внесем дисперсную фазу в виде эллипсоидальных включений (с параметрами ε_1, γ_1), то последние, в случае их малой концентрации, будут поляризованы под действием поля (1). Здесь имеются в виду такие малые концентрации, при которых взаимное влияние полей поляризованных включений пренебрежимо мало из-за больших расстояний между ними.

Будем считать, что под действием поля оси $2a$ всех эллипсоидов ориентируются по направлению вектора $\dot{E}_0$ (это вполне допустимо при малой вязкости среды). На практике нередко встречаются дисперсные системы, включения которых ориентированы одинаковым образом. Ось x декартовой координатной системы также направим по вектору $\dot{E}_0$.

В принятых условиях напряженности поля внутри и вне эллипсоида у его вершин по оси x (уравнения (1) работы [1]) при $t>0$ могут быть преобразованы следующим образом:

$$E_{вн}(t) = E_0 - \frac{N_x}{V\varepsilon_2} P(t), \quad E_{вш}(t) = E_0 + \frac{1 - N_x}{V\varepsilon_2} P(t), \tag{2}$$

где V—объем трехосного эллипсоида $\left(V = \frac{4\pi}{3}\, abc\right)$;

N_x—коэффициент деполяризации эллипсоида вдоль оси x (или оси $2a$ эллипсоида) [2, 3]; $P(t)$—электрический момент эквивалентного к поляризованному эллипсоиду точечного диполя, начальное значение которого может быть представлено в виде

$$P(0) = V\varepsilon_2 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)N_x} E_{0m}\sin\psi_E; \tag{3}$$

a, b, c—полуоси эллипсоида.

Справедливость произведенного преобразования можно проверить подстановкой (3) в (2) при $t=0$. Если при этом $E_{0m}\sin\psi_E$ заменить на E_0, то получим уравнения (1) работы [1], взятые из [2, 3]. В отличие от [1] в преобразованных уравнениях (2) и (3) учтена зависимость электрического момента p эллипсоида и его объема [4].

Пользуясь граничным условием для плотностей полных токов, записанном относительно точки у вершины эллипсоида по оси x, для лапласового изображения неизвестного электрического момента $p(t)$ получим

$$P(S) = V\varepsilon_2 E_{0m} e^{j\psi_E} \frac{(1+S\Theta)n}{(S-j\omega)(1+S\tau)}, \tag{4}$$

где τ—постоянная времени установления поля;

$$\tau = \frac{\varepsilon_2+(\varepsilon_1-\varepsilon_2)N_x}{\gamma_2+(\gamma_1-\gamma_2)N_x}; \quad \Theta = \frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{\gamma_1-\gamma_2}; \quad n = \frac{\gamma_1-\gamma_2}{\gamma_2+(\gamma_1-\gamma_2)N_x}. \tag{5}$$

Применимость преобразования Лапласа в данных расчетах обосновуется линейностью исследуемой дисперсной системы в электрическом поле.

Для мгновенного значения электрического момента, пользуясь теоремой разложения, получим

$$P(t) = k_1 E_{0m}\sin(\omega t + \psi_E + \nu - \nu_1) - k_2 E_{0m} e^{-\frac{t}{\tau}} \sin(\psi_E - \nu_1), \tag{6}$$

где
$$k_1 = V\varepsilon_2 n \sqrt{\frac{1+\omega^2\Theta^2}{1+\omega^2\tau^2}}; \quad k_2 = V\varepsilon_2 m \frac{\tau-\Theta}{\Theta\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}; \tag{7}$$

$$m = \frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2+(\varepsilon_1-\varepsilon_2)N_x}; \quad \nu = \operatorname{arctg}\omega\Theta; \quad \nu_1 = \operatorname{arctg}\omega\tau.$$

Подставив (6) в (2), найдем искомые напряженности полей внутри и вне эллипсоидов на границе с их вершинами по оси x:

$$E_{вн}(t) = k_1' E_{0m}\sin(\omega t + \psi_E + \nu_2 - \nu_1) - k_2' E_{0m} e^{-\frac{t}{\tau}} \sin(\psi_E - \nu_1);$$

$$E_{вш}(t) = k_1'' E_{0m}\sin(\omega t + \psi_E + \nu_2'' - \nu_1) + k_2'' E_{0m} e^{-\frac{t}{\tau}} \sin(\psi_E - \nu_1), \tag{8}$$

где
$$k_1' = \sqrt{\frac{(1-nN_x)^2 + \omega^2(\tau - nN_x\Theta)^2}{1+\omega^2\tau^2}};$$

$$k_1' = \sqrt{\frac{[1+n(1-N_x)]^2+\omega^2[\tau-n\Theta(1-N_x)]^2}{1+\omega^2\tau^2}};$$

$$k_2 = mN_x\frac{\Theta-\tau}{\Theta\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}; \qquad k_2' = m(1-N_x)\frac{\Theta-\tau}{\Theta\sqrt{1+\omega^2\tau^2}};$$

$$\nu_1 = \operatorname{arctg}\omega\frac{\tau-n\Theta N_x}{1-nN_x}; \qquad \nu_2' = \operatorname{arctg}\omega\frac{\tau-n\Theta(1-N_x)}{1+n(1-N_x)}. \tag{9}$$

Длительность переходного процесса установления поля определяется постоянной времени τ, которая, согласно (5), определяется параметрами среды, включений (ε_i, γ_i) и формы последних (N_x). В исследованных системах среда всегда подразумевается диэлектрической; между тем, включения могут быть диэлектрическими, полупроводящими и проводящими. Таким образом, τ системы в зависимости от γ_i меняется в широких пределах (от 10^{-14} до 10^{1} *сек*). В случае проводящих включений переходный процесс настолько кратковременный, что им можно пренебречь.

Уравнения напряженностей для дисперсных систем с включениями типа диска или цилиндра можно получить из (8) и (9), если в соответствующих обозначениях соответственно подставить значения коэффициента деполяризации $N_x = 1{,}0$.

В частности для дискообразных включений ($N_x = 1$)

$$k_1 = \sqrt{\frac{(1-n_1)^2+\omega^2\tau^2(1-m_1)^2}{1+\omega^2\tau_1^2}}; \qquad k_2' = m_1\frac{\Theta-\tau_1}{\Theta\sqrt{1+\omega^2\tau_1^2}}; \tag{10}$$

$$k_1' = 1; \qquad k_2' = 0;$$

$$\nu_1 = \operatorname{arctg}\omega\tau_1\frac{1-m_1}{1-n_1}; \qquad \nu_2' = \operatorname{arctg}\omega\tau_1;$$

$$\tau_1 = \frac{\varepsilon_1}{\gamma_1}; \qquad m_1 = \frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{\varepsilon_1}; \qquad n_1 = \frac{\gamma_1-\gamma_2}{\gamma_2}. \tag{10}$$

Для изолирующих сред, содержащих капельную влагу (туман, влажное трансформаторное масло и т. п.), имеют место неравенства $\varepsilon_i \gg \varepsilon_e$, $\gamma_i \gg \gamma_e$. В этом случае

$$m \approx \frac{1}{N_x}; \qquad n \approx \frac{1}{N_x}; \qquad \tau = \Theta = \frac{\varepsilon_e}{\gamma_e}; \quad k_1 = \varepsilon_2\frac{1}{N_x}; \quad k_2 = 0; \quad k_1' = 0;$$

$$k_1' = \sqrt{\frac{1+\omega^2\Theta^2(2N_x-1)^2}{(1+\omega^2\Theta^2)N_x^2}}; \qquad k_2 = 0; \quad k_2' = 0; \quad \nu_1 = 0;$$

$$\nu_2' = \operatorname{arctg}\omega\Theta(2N_x-1). \tag{11}$$

Для напряженностей электрического поля при этом получим:

$$E_{im} = 0; \quad E_{em} = k_1' E_{0m}\sin(\omega t + \psi_e + \nu_2' - \nu_1). \tag{12}$$

Отсутствие поля внутри капелек объясняется бесконечной проводимостью воды (пренебрежение γ_2 относительно γ_1 равносильно условию $\gamma_1 \to \infty$).

В случае воздушных пузырьков в жидком диэлектрике величины ε_1, ε_2, а также γ_1, γ_2 соизмеримы. Напряженности полей при этом должны определяться по (8).

ЕрПИ им. К. Маркса

Поступило 8.II.1971

Մ. Ա. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ, Վ. Վ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Վ. Ա. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

ՍԻՆՈՒՍՈԻԴԱՅԻՆ ԴԱՇՏԸ ՓՈՔՐ ԿՈՆՑԵՆՏՐԱՑԻԱՅԻ ԷԼԻՊՍՈԻԴԱՁԵՎ ՆԵՐԱՌՈՒՄՆԵՐՈՎ ԴԻՍՊԵՐՍ ՍԻՍՏԵՄՈՒՄ

Ամփոփում

Հեղինակների [1] աշխատանքում ուսումնասիրվել է հաստատուն դաշտը վերոհիշյալ սիստեմում։ Այժմ ընդունվում է, որ արտաքին դաշտը համասեռ է և փոփոխվում է ժամանակի ընթացքում սինուսոիդային օրենքով։

Հոսանքի խտության վեկտորների համար գրված սահմանային պայմանից ստացվող դիֆերենցիալ հավասարումը Լապլասի ձևափոխման կիրառմամբ լուծելով, ստացվել են ներառման էլեկտրական մոմենտի ժամանակային ֆունկցիան և նրա միջոցով՝ դաշտի լարվածությունների ժամանակային ֆունկցիան։ Ստացված ընդհանուր լուծումները քննարկված են մի շարք մասնավոր դեպքերի համար։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Карапетян М. А., Григорян В. А., Арутюнян В. В.* «Известия АН Арм. ССР (серия Т. Н.)», т. XXIV, № 2, 1971.
2. *Стрэттон Дж. А.* Теория электромагнетизма. ОГИЗ, Гостехиздат, 1948.
3. *Нетушил А. В.* и др. Высокочастотный нагрев диэлектриков и полупроводников. Госэнергоиздат, 1959.
4. *Джуварлы Ч. М., Вечхайзер Г. В., Штейнмрайбер В. Я.* «Известия АН СССР, Энергетика и транспорт», № 1, 1969.