

МАШИНОСТРОЕНИЕ

А. А. КАСАМЯНИ

АНАЛИЗ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ В МЕХАНИЗМЕ СМЕСИТЕЛЯ СИСТЕМЫ ШАТЦ

Кинематическая схема рассматриваемого механизма приведена на рис. 1. Оси AF и DE шарниров неподвижного звена параллельны, а оси AF , AS , BF , CE , DS , DE шарниров подвижных звеньев $1-5$ последовательно перпендикулярны. Размеры механизма связаны соотношениями: $AB = BC = CD = l$; $AD = l\sqrt{3}$ [1].

Для кинематического исследования данного механизма в [2] получены углы относительного поворота α , β , γ , θ , ψ смежных звеньев в виде одной тригонометрической функции от угла поворота φ ведущего звена 1 . Однозначность искомых углов устанавливается с помощью вспомогательной таблицы границ изменения этих углов, составленной на основе анализа четырех крайних положений механизма.



Рис. 1.

Цель настоящей работы: вывести формулы для углов относительного поворота звеньев в виде двух тригонометрических функций (синуса и косинуса), непосредственно и однозначно определяющие значения искомых углов, облегчающие анализ механизма в целом; получить формулы для определения абсолютных координат x , y , z текущей точки M рабочего звена $\bar{3}$ в виде явных функций от угла поворота ведущего звена I ; разработать графический способ определения углов относительного положения звеньев и абсолютных координат точки M ; на основе выведенных зависимостей произвести анализ перемещений звеньев и характерных точек механизма.

Очевидно, что оси FB и SD пересекаются в точке P , а оси AS и EC — в точке Q . Ось BC звена $\bar{3}$ проходит через точку S пересечения осей AS и DS шарниров. Точки P , Q , S лежат в плоскости ZAY . Из прямоугольного треугольника ABP имеем:

$$AP = l \sin \alpha; \quad (1) \quad BP = l / \operatorname{tg} \alpha. \quad (2)$$

В четырехугольнике $BCDP$ углы CBP и CDP прямые и $BC = CD$. Откуда следует, что

$$DP = BP = l \sin \alpha / (1 + \cos \alpha). \quad (3)$$

Учитывая, что $\angle PAD = \varphi - \pi/2$, $\angle ADP = -\psi$ и имея в виду выражения (1)–(3), из $\triangle APD$ имеем:

$$\sin \psi = -\cos \alpha / \cos \varphi; \quad (4)$$

$$\sin \alpha \cdot \sin \psi = \frac{1}{\sqrt{3}} \cos(\varphi - \alpha). \quad (5)$$

Подставляя (4) в (5), находим

$$\cos \psi = \frac{1}{\cos \alpha} (\sin \varphi - \sqrt{3} \sin \alpha). \quad (6)$$

Возводя в квадрат выражения (4) и (6) и складывая их, получим

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \varphi, \quad (7)$$

которое можно записать в виде

$$\cos \alpha = \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 - 3 \cos^2 \varphi}. \quad (8)$$

В (8) положительный знак соответствует схеме сборки механизма при $\alpha < \pi/2$, а отрицательный — при $\alpha' > \pi/2$. В дальнейшем формулу (8) будем рассматривать только с положительным знаком.

Подставляя (8) в (4), получим*

* Для определения α и ψ в [2] получены формулы в более сложной форме и в формуле для ψ имеется неопределенность вида $0/0$ (при $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$).

$$\sin \psi = -2 \cos \varphi \sqrt{1 + 3 \cos^2 \varphi}. \quad (9)$$

Подставляя (7) и (8) в (6), будем иметь

$$\cos \psi = -\sin \varphi \sqrt{1 + 3 \cos^2 \varphi}. \quad (10)$$

Из выражений (2) и (3) находим

$$\operatorname{tg} z = \frac{1}{\sin \theta} (1 + \cos \theta), \quad (11)$$

откуда

$$\sin \theta = \sin 2z. \quad (12)$$

Подставляя (7) и (8) и (12), получим

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \varphi \sqrt{1 + 3 \cos^2 \varphi}. \quad (13)$$

Подставляя (7), (8) и (13) в (11), находим

$$\cos \theta = \frac{1}{2} (1 - 3 \cos^2 \varphi). \quad (14)$$

Из прямоугольного треугольника DCQ имеем

$$DQ = l/\sin \beta, \quad (15) \quad CQ = l/\operatorname{tg} \beta. \quad (16)$$

В четырехугольнике $ABCQ$ углы BAQ и BCQ прямые и $AB = BC$.

Откуда следует, что

$$AQ = CQ = l \sin \gamma / (1 + \cos \gamma). \quad (17)$$

Учитывая, что $\angle DAQ = \pi - \varphi$, $\angle ADQ = \psi - \pi/2$, и имея в виду выражения (15) и (17), из $\triangle ADQ$ имеем:

$$\sin \beta = \frac{1 + \cos(\psi - \varphi)}{1 + 3 \sin \varphi}. \quad (18)$$

$$\cos \beta = -\cos \psi / \sin \varphi. \quad (19)$$

Используя выражения (9), (10), (18) и (19), получим

$$\sin \beta = -\sqrt{3} \cos \varphi \sqrt{1 + 3 \cos^2 \varphi}. \quad (20)$$

$$\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \varphi}}. \quad (21)$$

Из выражений (16) и (17) находим

$$\operatorname{tg} \beta = (1 - \cos \gamma) / \sin \gamma. \quad (22)$$

откуда

$$\sin \gamma = \sin 2\beta. \quad (23)$$

Подставляя (18) и (19) в (23), получим

$$\sin \gamma = -2\sqrt{3} \cos \varphi \sqrt{1 + 3 \cos^2 \varphi}. \quad (24)$$

Из выражений (20), (21), (22) и (24) находим

$$\cos \gamma = (3\cos^2 \tau - 1)(3\cos^2 \varepsilon - 1). \quad (25)$$

Из прямоугольного треугольника $AQ_Y Q$ с учетом (17), (24) и (25) получаем

$$AQ_Y = l \frac{\sqrt{3}}{3} = \text{const.} \quad (26)$$

Это значит, что геометрическое место точек Q — прямая, лежащая в плоскости ZAY на расстоянии $\frac{1}{3} AD$ от оси AZ .

Из прямоугольного треугольника $AP_Y P$ с учетом (1) и (7) находим

$$AP_Y = 2l \frac{\sqrt{3}}{3} = \text{const.} \quad (27)$$

Геометрическое место точек P — прямая, лежащая в плоскости ZAY на расстоянии $\frac{2}{3} AD$ от оси AZ .

Вышеуказанные свойства геометрических мест точек Q и P можно положить в основу графического определения углов α , β , γ , θ , ψ и координат x , y , z точки M .

Обозначим плоскости треугольников ASP , AFP , ABS , BSP , QED соответственно через Π_0 , Π_1 , Π_2 , Π_3 , Π_4 и проекции точек на них с индексами 0, 1, 2, 3, 4. Если совместить эти плоскости с плоскостью Π_0 , то получим схему, приведенную на рис. 2, где все углы относительного поворота смежных звеньев механизма изображены в натуральную величину.

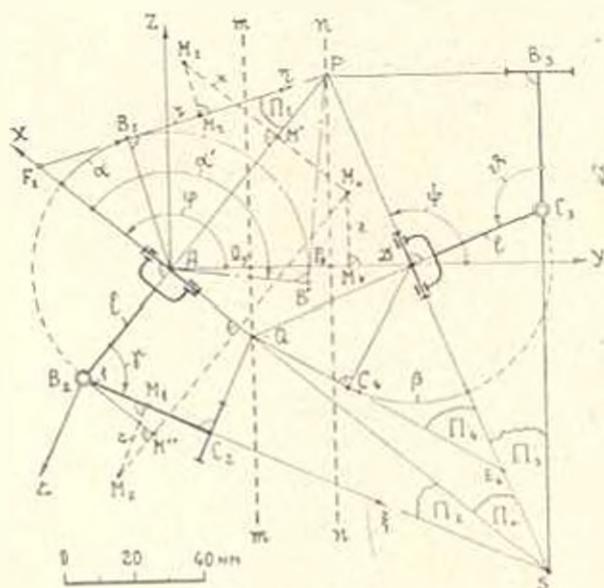


Рис. 2

Графическое определение углов α , β , γ , δ , ϵ при заданном угле φ можно осуществить в следующем порядке.

Откладываем отрезок $AD = l_1^* z$ и делим его на три части $AQ_1 = Q_1P_1 = P_1D$. Через точку Q_1 проводим прямую $mq \perp AD$ (геометрическое место точек Q), а через точку P_1 — прямую $pn \perp AD$ (геометрическое место точек P). Откладываем заданный угол $\varphi = \angle DAF_1$. Проводим отрезок $AB_2 = l$ перпендикулярно к AF_1 . На пересечении прямых B_2A и pn получим точку P . Соединяя эту точку с точкой D , получим $\angle PDY = \delta$. На пересечении прямых F_1A и PD получим точку S . Соединяя S с точкой B_2 , найдём $\angle AB_2S = \gamma$. Откладываем отрезок $DC_1 = l$ перпендикулярно к PD . Проведя прямую SB_1 через точку C_1 , находим $\angle DC_1B_1 = \delta$. Построив на отрезке AP как на гипотенузе прямоугольный треугольник AB_1P , где $AB_1 = l$, получим $\angle B_1AF_1 = \alpha$. На пересечении прямых C_1D и mq находим точку Q . Построив на отрезке DQ как на гипотенузе прямоугольный треугольник DQC_1 , где $DC_1 = l$, получим $\angle C_1DE_1 = \beta$.

Теперь можно графически определить абсолютные координаты x , y , z точки M звена 3, если известны координаты ξ , η , ζ этой точки относительно ортогональной системы $\xi\eta\zeta$, связанной со звеном 3.

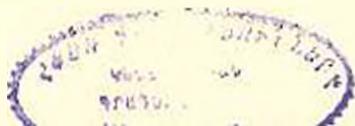
Ось ξ проведена через BC , а η — через FB . Очевидно, что оси ξ и ζ лежат в плоскости Π_2 . Поэтому, откладывая на рис. 2 $B_2M_1 = \xi$ вдоль оси ξ и $M_2M_1 = \zeta$ параллельно оси ζ , найдём проекцию M_2 точки M на плоскость Π_2 .

Проекцию M_1 точки M на плоскость Π_1 нужно искать на прямой M_1M_2 , перпендикулярной B_1M_2 , где $B_1M_2 = \eta$. Если мысленно провести через точку B плоскость, перпендикулярную к BA , то расстояние точки M от этой плоскости изобразится на рис. 2 отрезком M_2M' , перпендикулярном B_2M'' , где $B_2M'' \perp B_2A$, или же — отрезком $M_1M_1' = M_2M''$. На пересечении прямых M_2M' и $M_1M_1' \perp AP$ получим проекцию M_0 точки M на плоскость Π_0 . Опустив перпендикуляр из точки M_0 на ось Y , получим $AM_y = y$ и $M_0M_y = z$. Абсцисса x изображается отрезком M_1M_1' .

Учитывая, что $M_0M_1' = B_2M''$, $M_1M_1' = M_2M''$, $\angle M_1M_1M_1' = \alpha$, $\angle M_1AM_y = \varphi - 90^\circ$, $\angle M_1B_2M'' = 90^\circ - \gamma$, из пятиугольника $AB_1M_1M_2M_1'$ и четырёхугольников $AM'M_0M_y$ и $B_2M_1M_2M''$ находим

$$\begin{aligned} x &= l \cos \alpha - \xi \cos \gamma \cos \alpha - \eta \sin \alpha - \zeta \sin \gamma \cos \alpha; \\ y &= l \sin \alpha \sin \varphi - \xi (\cos \gamma \sin \alpha \sin \varphi + \sin \gamma \cos \varphi) + \eta \cos \alpha \sin \varphi + \zeta (\sin \gamma \sin \alpha \sin \varphi - \\ &\quad - \cos \gamma \cos \alpha); \\ z &= -l \sin \alpha \cos \varphi - \xi (\cos \gamma \sin \alpha \cos \varphi - \sin \gamma \sin \varphi) - \eta \cos \alpha \cos \varphi - \\ &\quad - \zeta (\sin \gamma \sin \alpha \cos \varphi + \cos \gamma \sin \varphi). \end{aligned} \quad (28)$$

Принимая в выражениях (28) $\xi = \eta = \zeta = 0$ и учитывая (7) и (8), будем иметь координаты точки B :



$$x_B = \frac{l}{2} \sqrt{1+3\cos^2\varphi}; \quad y_B = l \frac{\sqrt{3}}{2} \sin^2\varphi; \quad z_B = -l \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\varphi \cos\varphi. \quad (29)$$

Исключив из них параметр φ , получим

$$x_B^2 + y_B^2 + z_B^2 = l^2; \quad (30)$$

$$\left(y_B - l \frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2 + z_B^2 = \left(\frac{l\sqrt{3}}{4}\right)^2. \quad (31)$$

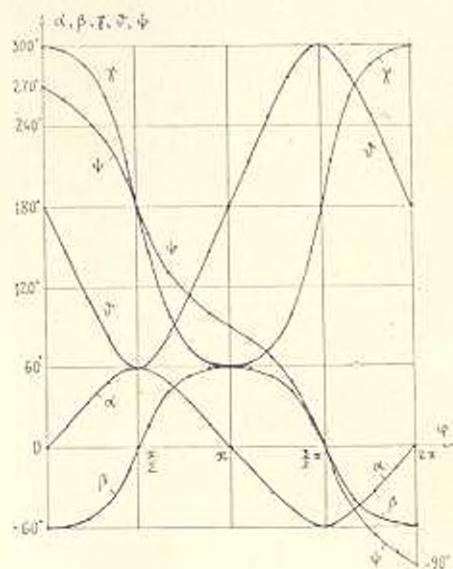


Рис. 3

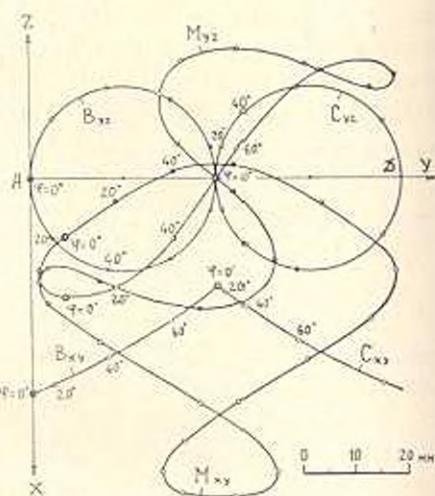


Рис. 4

Стало быть, точка B движется по линии пересечения сферической и цилиндрической поверхностей. Чтобы получить координаты точки C , необходимо в выражениях (28) принять $x_1 = z_1 = 0$ и $BC = l$. Далее, учитывая (7), (8), (24) и (25), получим

$$x_C = \frac{l}{\sqrt{1+3\cos^2\varphi}}, \quad y_C = l\sqrt{3} \frac{1+\cos^2\varphi}{1+3\cos^2\varphi}, \quad z_C = l\sqrt{3} \frac{\sin\varphi \cos\varphi}{1+3\cos^2\varphi}. \quad (32)$$

Исключив параметр φ , будем иметь

$$x_C^2 + (y_C - l\sqrt{3})^2 + z_C^2 = l^2; \quad (33)$$

$$\left(y_C - \frac{3}{4}l\sqrt{3}\right)^2 + z_C^2 = \left(\frac{l\sqrt{3}}{4}\right)^2. \quad (34)$$

Точка C движется по линии пересечения сферы (33) и цилиндра (34). На рис. 3 показаны графики изменений углов α , β , γ , δ , φ , а на рис. 4 — траектории точек M , B и C в двух проекциях.

Հ. Ն. ԿԱՍՈՒՐԱՆՅԱՆ

ՏԵՂԱՓՈՒԽՈՒՄՆԵՐԻ ՎԵՐԱՌԻՄՈՒԹՅՈՒՆԸ ՇԱՏՅԻ ՄԻՓՏԵՐԻ

ԽԱՌՆԻՉԻ ՄԵՆԱՆՆԵՉՄՈՒՄ

Ա. մ. փ. ո. փ. ո. մ.

Փրագած է պատողական զույգերով տարածական վեցազակ մեխանիզմ, որի անշարժ առանցքները զուգահեռ են. իսկ մնացած առանցքները՝ հաջորդաբար փոխուղղահայաց: Մեխանիզմի հարեան օգակների պատման անկյունների համար ստացված են բանաձևեր և բ կ ու եռանկյունաչափական ֆունկցիաների տեսքով: Ապացուցված է, որ ոչ հարեան շարժական առանցքների հատման կետերի ևրկաչափական տեղերը ուղիղ դժեր են, որոնց վրա աչնուհետև կառուցված է խնդրի լուծման գրաֆիկ եղանակը: Յույց է տրված նաև, որ մեխանիզմի միջանկյալ օգակի ծայրակետերից լուրսքանչյուրը շարժվում է զնդային և դլանային մակերևույթների հատման կորով, որտեղ գլանի առանցքը չի անցնում գնդի կենտրոնով:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Овакимов А. Г. Анализ пасеинной связи пространственного шестизвенного механизма с вращательными парами. «Известия вузов. Машиностроение», № 2, 1970.
2. Овакимов А. Г. Канематическое исследование пространственного шестизвенного механизма с вращательными парами. «Известия вузов. Машиностроение», № 5, 1970.