

МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

В. А. СПИНОВ, Г. А. ВИНОГРАДОВ, Р. Л. ОГАНЯН

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ ТРЕНИЯ НА КОНТАКТЕ «СЫПУЧЕЕ ТЕЛО-ОПОРНАЯ ПОВЕРХНОСТЬ» СДВИГОВЫМ ПРИБОРОМ С НИЖНИМ РАСПОЛОЖЕНИЕМ КОНТРЕЛА

При исследовании трения на контакте «сыпучее тело-опорная поверхность», кривая зависимости коэффициента трения μ от номинального давления p_n , полученная с помощью сдвиговых приборов, вместо ожидаемого монотонно убывающего характера, имеет максимум [1].

Для работы с давлениями (p_n) малого порядка ($10^{-3} - 10^{-4}$ н/см²) необходимо располагать высокой чувствительностью сдвигового прибора, которая может быть достигнута путем увеличения номинальной площади контакта S_n .

Если основание обоймы принять, например, прямоугольным, то увеличение S_n варьированием продольного l (по отношению к направлению сдвига) и поперечного b размеров основания оказывается неравноценным.

Рассмотрим эксперимент на сдвиг при условии, что перед засыпкой порошка в обойму прямоугольного сечения с площадью контакта $S_n = l^2 = 36$ см² на ее дно укладываются тонкие (диаметром 0,3 мм) проволоки и фиксируется их расположение (рис. 1). Далее засыпается порошок (железо марки ПЖ4М), производится сдвиг на некоторую величину l_x и определяется смещение проволок относительно их исходного положения.

Если бы сдвиг происходил по всей длине l одновременно, то смещение проволок относительно их мест фиксации в обойме не наблюдалось бы. В действительности (рис. 1, б и в) это предположение для малых давлений не подтверждается.

Сравнивая рис. 1, б и в, легко заметить, что уменьшение абсолютной величины сдвига l_x вызывает увеличение относительно смещения проволок l_x . При небольших сдвигах ($l_x = 3 - 5$ мм и менее) можно полагать, что засорение частицами сыпучей среды контакта «обойма-контртело» незначительно и не влияет на результаты измерений. Это можно объяснить тем, что вдоль всего отрезка контакта l сопротивление сдвигу больше, чем сопротивление выдавливанию вверх локального объема, заштрихованного на рис. 1, а. Поэтому в процессе сдвига некоторая часть объема сыпучего тела (в зависимости от величины p_n) остается

покоящейся на контртеле и фактически номинальная поверхность сдвига переменна. Если за номинальную поверхность сдвига принять площадь дна обоймы, то, чем меньше p_n , тем заниженными будут численные значения $\mu(p_n)$. В этом и причина появления внутреннего максимума на упомянутой выше опытной кривой $\mu = \mu(p_n)$. Для уменьшения столь нежелательного эффекта необходимо линейный размер обоймы l в направлении сдвига сделать достаточно малым. Однако это не должно повлечь за собой существенного уменьшения сдвигающего усилия, поэтому рекомендуется увеличить поперечный размер b .

Технические возможности наклонной плоскости как прибора для исследования коэффициента трения на контакте «сыпучее тело-опорная поверхность» практически такие же, как и у сдвиговых приборов с нижним расположением контртела.

Практика показала, что как измерительный прибор следует отдавать предпочтение наклонной плоскости. Последнее подтверждается теоретическим рассмотрением сдвига сыпучего тела по наклонной плоскости.

Выберем площадь обоймы в свету, равную площади S_0 поверхности сдвига (это достигается выбором продольного размера обоймы). Нормальная нагрузка, действующая на контакт «сыпучее тело-опорная поверхность», распределена равномерно по S_0 с известной номинальной интенсивностью (давлением) p_n , а $\mu(N)$ является известной функцией коэффициента трения на контакте «обойма-контртело» от известной нормальной нагрузки N . Численные значения искомой функции $\mu(p_n, p_{n0,11})$ могут быть найдены

из условия предельного равновесия загруженной порошковым обоймой на наклонной плоскости. Предельное равновесие можно считать полностью определенным, если известен угол β отклонения плоскости контртела от горизонтальной плоскости (рис. 2). Тогда, обозначая

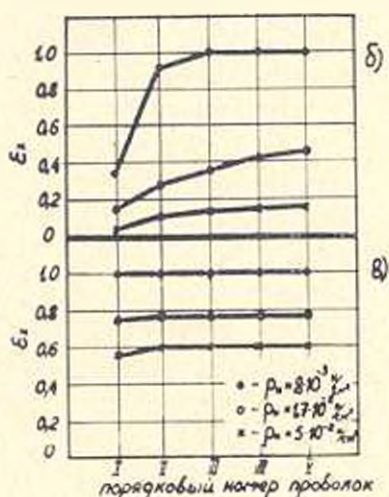
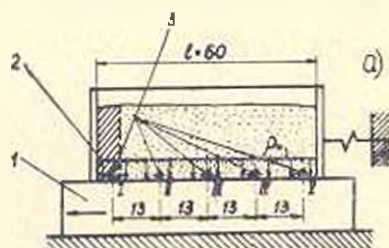


Рис. 1. Оценка характера смещения сыпучего тела и неподвижной обоймы сдвигового прибора с нижним расположением контртела.

а — схема эксперимента: 1 — неподвижное основание-контртело, 2 — обойма, 3 — проволоки (с порядковой нумерацией 1—4); б — зависимость относительного (ϵ_1) смещения расположенных в загруженной обойме специальных проволок от места их фиксации в обойме при $l_1 = 13$ мм.

а — то же при $l_1 = 3$ мм.

через T_x , T_x и T соответственно усилия сдвига общее, обоймы и сыпучего тела, а полную нормальную нагрузку на контакт—через N_z можно записать

$$\operatorname{tg} \beta_z = \frac{T_x}{N_z} = \frac{T_N + T}{N_z} = \frac{N_p^* N + p_n S_n \mu - (p_n \cdot p_{n \max})}{N_z},$$

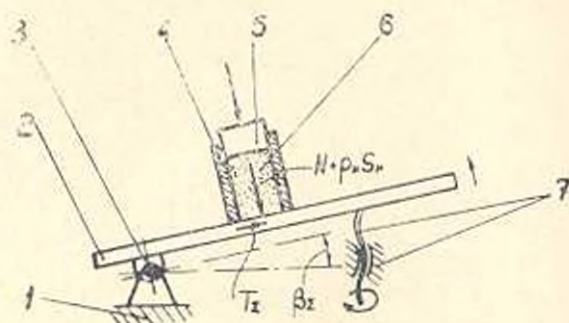


Рис. 2 Схема наклонного сдвигового прибора: 1 — неподвижное основание; 2 — наклонная плоскость—контроль; 3 — ось вращения плоскости 2; 4 — обойма; 5 — нагружающее устройство; 6 — сыпучее тело; 7 — реборчатая пара.

учитывая, что

$$\min p_{n \max} = \frac{p_n}{\cos \beta_z}, \quad (1)$$

окончательно получаем

$$\mu \left(p_n, p_{n \max} \geq \frac{p_n}{\cos \beta_z} \right) = \frac{|N_z \operatorname{tg} \beta_z - N_p^* (N)|}{p_n S_n}. \quad (2)$$

Варируя параметром p_n в уравнении (2), получим соответствующие численные значения функции μ . Поскольку каждому p_n соответствует отдельный эксперимент на сдвиг, то можно перебрать только конечное число значений p_n . Следовательно, можно получить лишь конечное множество (или же таблицу) численных значений функции μ . Поэтому правильнее (2) представить в следующем виде:

$$\mu \left(p_n, p_{n \max} \geq \frac{p_n}{\cos \beta_z} \right) = \mu_i = \frac{|N_z \operatorname{tg} \beta_z - N_p^* (N_i)|}{p_{n_i} S_n}, \quad (2a)$$

где возможно аналитическое представление функции μ эмпирической формулой.

Из соотношений (2) и (2a) непосредственно следует, что необходимо предпринять, чтобы $\max_{V p_n} |\mu - \mu^*| \rightarrow 0$. Легко видеть, что для этого надо стремиться к уменьшению функции $\mu^*(N)$. Такое требова-

ние мызможно еще и тем, что при относительно больших $\beta_z(N, p_n)$ отыскание величин p_n , которым мы займемся ниже, сопряжено с введением дополнительных погрешностей в искомую функцию μ . Поэтому использование наклонной плоскости желательно лишь тогда, когда обеспечивается выполнение неравенства

$$\operatorname{tg} \beta_z(N, p_n) > \mu(N), \quad (3)$$

что, в свою очередь, реализуемо, если

$$\mu(N) = \min_{p_n} (p_n, p_{\text{норм}}), \quad (4)$$

Соотношения (2) и (2а) позволяют также правильно произвести выбор веса обоймы. Он должен быть таким, чтобы $|\operatorname{tg} \beta_z(N, p_n) - \mu(N)|$ был бы небольшим и в то же время достаточно удобным для регистрации.

При выводе формулы (2а) мы предполагали, что прилагаемые ее правой частью известны. В действительности, при любом i -ом эксперименте на сдвиг сыпучего тела по наклонной плоскости известным является только численное значение угла β_z (в обычных сдвиговых приборах с нижним расположением контртела известными являются усилия T_{zi}). Это следует из того, что p_n в действительности не равно отношению к S_i весу столба сыпучего тела в обойме (или же весу столба сыпучего тела и приложенной к нему нормальной нагрузке), а N и $\mu(N)$ изменяются при варьировании p_n .

Рассмотрим задачу отыскания p_n и N для выбранной нами конфигурации обоймы параллелепипеда с площадью основания $l \cdot b$, где $l \ll b$. (5)

Допуская согласно работам [2, 3] приемлемость уравнений равновесия механики сплошных сред для описания поведения сыпучей среды и используя соотношение (5), приходим к известной задаче о плоской деформации. В выбранной нами системе координат (рис. 3) уравнения равновесия произвольной элементарной области сыпучего тела, находящегося в обойме, примут вид:

$$\frac{d}{dz} \sigma_{ik}(x, z) - \gamma_n R_i = 0; \quad i, k = x, z. \quad (6)$$

где σ_{ik} — тензор напряжений, действующий в пространстве R_2 ; γ_n — плотность насыпки сыпучего тела;

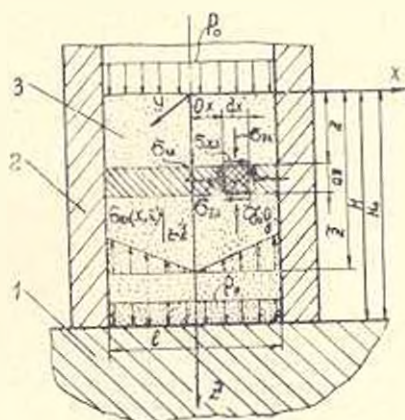


Рис. 3. Схема к отысканию p_n и N : 1 — контртело; 2 — обойма; 3 — сыпучее тело. Размер обоймы b расположен вдоль оси OY .

g — вектор ускорения силы тяжести. Заметим, что при выводе (6) мы воспользовались допущением

$$\frac{\partial \tau_i}{\partial t} = 0 \left(\frac{\partial}{\partial k} \tau_{ik} \right); \quad i, k = x, y, z. \quad (7)$$

корректность которого применительно к поставленной нами задаче очевидна. Упомянем также, что $\tau_{yy} = 0$, и составляет некоторую линейную комбинацию τ_{xx} и τ_{zz} , однако, уточнение конкретного вида последней нам в дальнейшем не понадобится.

Как известно, система (6) замкнутого решения не имеет. Для отыскания неизвестных функций напряжений в различных теориях деформируемых сред [2—6] вводят в рассмотрение дополнительные уравнения физического и геометрического характера. Мы воспользуемся наиболее элементарным методом, основанным на решении так называемых приближенных уравнений равновесия (см., например, [5]), сводящих поставленную нами задачу к задаче Коши для обыкновенного дифференциального уравнения. Примем согласно [5]

$$\tau_{ik} = \tau_{ik}(z); \quad i, k = x, z; \quad i \neq k. \quad (8)$$

Это тем более возможно, что размер l обоймы весьма мал ($l \leq 5 \text{ м.м.}$). Тогда (6) может быть преобразована к виду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \tau_{xz}(x, z) &= \gamma_0 g \sin \beta_z \\ \frac{\partial}{\partial x} \tau_{zx}(x, z) + \frac{d}{dz} \tau_{zz}(z) &= \gamma_0 g \cos \beta_z \end{aligned} \right\}, \quad (9)$$

откуда в силу закона о парности касательных напряжений должно следовать

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \tau_{zx}(x). \quad (10)$$

Но вывод о независимости напряжения τ_{zx} от z противоречит опыту (см., например, [6]). Построение приближенных уравнений равновесия как раз и состоит в устранении указанного противоречия при одновременном сохранении допущения (8). Это достигается отбрасыванием первого уравнения системы (9). Вновь вводимое противоречие при этом состоит в нарушении закона парности касательных напряжений или же равенства нулю главного момента сил, действующих на элементарную область (рис. 3), заключенную в обойме сыпучего тела.

Допущение (8) позволяет оперировать с равновесием элементарной области сыпучего тела в виде полоски $dz \cdot l$ (рис. 3). Для этого второе уравнение системы (9) достаточно проинтегрировать по всей длине полоски, т. е.

$$2 \int_0^{l/2} \left| \frac{\partial}{\partial x} \tau_{zx}(x, z) + \frac{d}{dz} \tau_{zz}(z) \right| dx = 2 \int_0^{l/2} \gamma_0 g \cos \beta_z dx. \quad (11)$$

Допуская далее (см. рис. 3), что $\sigma_{zx}(x, z)$ линейна по x и такая, что $\sigma_{zx}(0, z) = 0$, представим

$$\frac{\partial}{\partial x} \sigma_{zx}(x, z) = \frac{2}{l} \bar{\mu} [\sigma_{xx}(z)] \sigma_{xx}(z), \quad (12)$$

где $\bar{\mu}[\sigma_{xx}(z)]$ — неизвестная функция коэффициента трения на контакте „боковая поверхность обоймы-сыпучее тело“. Введение в рассмотрение новой неизвестной функции сделало бы задачу отыскания p_n и N неразрешимой, поэтому материал и чистоту обработки боковой поверхности обоймы следует выбирать точно такими, как у контртела. В этом состоит один из наиболее существенных моментов методики определения коэффициента трения по схеме с нижним расположением контртела. Итак,

$$\bar{\mu}[\sigma_{xx}(z)] = \mu[\sigma_{xx}(z)], \quad (13)$$

где μ — искомая функция коэффициента трения. Решение уравнения (11) с учетом (12) и (13) можно найти лишь при сведении его к одной неизвестной функции напряжения. Для этого воспользуемся экспериментально обнаруженной М. В. Мальцевым и А. Н. Николаевым [7] зависимостью:

$$\left. \frac{\partial \sigma_{xx}(x, z)}{\partial x} \right|_{x=\frac{l}{2}} = \bar{z} j = \text{const}, \quad \sigma_{xx}\left(\frac{l}{2}, z\right) < 425 \text{ н/см}^2, \quad (14)$$

где $\bar{z}$ — коэффициент бокового давления; j — переменный индекс, пробегающий множество различных сыпучих материалов, в частности, порошков W, Mo, Cr, Cu, Al, Ni, Fe и др. (при таком подходе нет необходимости утверждать что-либо о характере напряженного состояния, заключенного в обойме сыпучего тела). Преобразовав уравнение (11) относительно функции σ_{zz} , мы приходим к задаче Коши

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dz} \sigma_{zz}(z) &= \gamma_n g \cos \beta_z - \frac{2\bar{z}}{l} \mu[\bar{z} \sigma_{zz}(z)] \sigma_{zz}(z) \\ \sigma_{zz}(0) &= p_0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

для обыкновенного нелинейного неоднородного дифференциального уравнения 1 порядка, не имеющего общего решения в квадратурах. Решение задачи усугубляется тем, что $\mu[\bar{z} \sigma_{zz}(z)]$ является искомой функцией нашей основной задачи и, следовательно, неизвестной. Тем не менее и силу ограниченности производной по σ_{zz} от правой части уравнения можно утверждать, что решение задачи (15) единственно.

Если решение задачи (15) найдено, то, как видно из рис. 3, p_n и N могут быть представлены в виде

$$p_n = \sigma_{zz}(z)|_n; \quad (16)$$

$$N = N_0 - p_n S_n. \quad (17)$$

Итак, согласно (2а) для построения точек неизвестной функции

$\varphi(p_n, p_{n\max})$ необходимы соответствующие данные по p_n и N_i ; для нахождения же последних по (16) и (17) требуется, чтобы функция φ была задана аналитически. Это возможно, если относительно функции φ построить итерационный процесс, рабочей формулой которого может служить представление:

$$\varphi^{(k)}\left(p_n^{(k)}, p_{n\max}^{(k)}; \frac{p_n^{(k)}}{\cos\beta_2}\right) = \frac{\varphi^{(k-1)} - \frac{[N_2 \lg \beta_2 - 1][N_1(p^{(k-1)})] N_2(p^{(k-1)})}{p_{n0}(p^{(k-1)}) S_n}}{p_{n0}(p^{(k-1)}) S_n} \quad (18)$$

Формула (18) будет иметь смысл, если итерационный процесс сходится для каждого i . К сожалению, общие критерии сходимости таких процессов нам не известны. Здесь, в частности, не применима известная теорема теории итерационных методов, оценивающая в классе непрерывных функций сходимость процесса по модулю производной правой части итерационного уравнения [8]. Получить аналитический вид последней в рассматриваемой нами постановке [см. правую часть (2)] не представляется возможным, поэтому более надежно сходимость процесса (18) оценивать непосредственной проверкой. Выбор параметров нагружения контакта в каждом конкретном опыте на сдвиг следует подчинить реализации такой сходимости.

До сих пор мы неявно полагали функцию (2) однозначной. В действительности такое допущение может не иметь места. В этом случае при различном выборе значений $p_n^{(0)}$ нулевого приближения функции φ итерационный процесс (18) для каждого i может сходиться к различным пределам, только один из них будет соответствовать действительному решению задачи. Наконец, возможна ситуация, когда при определенном выборе параметров нагружения контакта искомые точки φ будут отталкивающими, а точки, не соответствующие действительному решению задачи, наоборот, притягивающими. Использование последних приведет к ошибке и, чтобы этого не произошло, необходимо идентифицировать построенную функцию φ , определяя хотя бы грубо некоторые ее значения другим способом, например, при помощи обоймы с увеличенными размерами l и b [1] и больших p_n .

В заключение отметим, что мы дали алгоритм построения функции $\varphi(p_n)$ применительно к наклонному сдвиговому прибору. Практически ничего не изменится, если эксперимент будет проводиться на обычном сдвиговом приборе с нижним расположением контртела. Надо лишь в формулах (2), (2а) и (18) под $N_2 \cdot \lg \beta_2$ подразумевать T_2 , а в (15) положить $\cos\beta_2 = 1$.

Выводы

1. Геометрия обоймы сдвиговых приборов с нижним расположением контртела не может быть выбрана произвольно. Для порошков с раз-

мером частиц 1 мм и менее линейный размер полости основания обоймы в направлении сдвига следует брать не более 5 мм.

2. В качестве сдвигового прибора с нижним расположением контртела может быть использована наклонная плоскость.

3. Задача отыскания функции коэффициента трения покоя на контакте «сыпучее тело — опорная поверхность» является разрешимой, если задана функция коэффициента трения на контакте «сыпучее тело — обойма».

4. Функция коэффициента трения на контакте «сыпучее тело — опорная поверхность» может быть построена и при неизвестном законе трения на контакте «сыпучее тело — обойма». Для этого материал обоймы и чистоту обработки ее боковой поверхности следует выбирать в точности такими же, как и у контртела.

Институт проблем
материаловедения АН УССР

Поступило 3.III.1970.

Վ. Ա. ՍԻՆԻՈՎ, Կ. Ա. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Խ. Լ. ԱՇԱՅԱՆ

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՑԱՅՐ ԳԱՍԱՎՈՐՈՒԹՅԱՆԻ ՍՈՇԳԱՅԻՆ ԻՊԱՍՏՈՎ
ՍՈՐՈՒՆ ԴԱՐՄԻՆ-ՀԻՆԱՐԱՆԱՅԻՆ ԴԱԿԵՐԵՎՈՒՄԻ ԿՈՆՏԱԿՏՈՒՄ
ՇՔԻՄԱՆ ԻՐԻՈՒՐՆԱԹԻՐՈՒԹՅԱՆ ԴՆԹՈՒԹՅԱՆ

Ա. ճ. փ. և փ. ո. լ. մ.

Քննարկված է հայաստանի ցածր գաղափարությամբ սահմանի սպասարկող էքսպերիմենտների անցկացման մեխանիզմը և որովհետև է պարունակում մարմին հինարանային մակերևույթի դույզի համար շփման անշարժության գործակցի ֆունկցիայի կառուցման ալգորիթմը:

ЛИТЕРАТУРА

1. Спикин В. А., Виноградов Г. А., Оганян Р. Л. К исследованию сдвига на контакте «сыпучее тело-опорная поверхность», «Известия АН Армянской ССР, серия технических наук», № 2, 1971.
2. Кандауров Н. И. Механика термистых сред и ее применение в строительстве. Стройиздат, Л., М., 1966.
3. Соболевский В. В. Статика сыпучей среды. Физматгиз, М., 1960.
4. Безухов Н. И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. Под. «Высшая школа», М., 1966.
5. Шофман Л. А. Основы расчета процессов штамповки и прессования. Машиздат, М., 1961.
6. Цитович П. А. Механика грунтов. Госстройиздат, М., 1963.
7. Мельцер М. В., Николаев А. Н. Исследование бокового давления при малых усилиях прессования. «Порошковая металлургия», № 4, 1967.
8. Демидович Б. П., Мирон Н. А. Основы вычислительной математики. Изд. «Наука», М., 1966.