

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Т. А. ГОРОЯН, Э. Е. ХАЧИЯН

О СЕЙСМОСТОЙКОСТИ МНОГОЭТАЖНЫХ КАРКАСНЫХ
ЗДАНИЙ С УБЫВАЮЩИМИ ПО ВЫСОТЕ ПОЭТАЖНЫМИ
ЖЕСТКОСТЯМИ

Анализируя частотные уравнения многоэтажных каркасных зданий с абсолютно жесткими ригелями при равенстве масс (m), сосредоточенных в уровнях перекрытий, и жесткостей этажей (a_i), нами в [1] была обнаружена линейная зависимость периодов свободных колебаний от этажности (n) и для определения периодов трех низших тонов свободных колебаний зданий высотой до 20 этажей предложена формула:

$$T_r = 2\pi (A_r + nB_r) \sqrt{m/a}, \quad (1)$$

где A_r и B_r — безразмерные коэффициенты, зависящие от тона колебаний (r), и соответственно имеют значения: для I тона — 0,367 и 0,633; для II тона — 0,160 и 0,210; для III тона — 0,118 и 0,126.

В продолжение этих исследований в настоящей статье рассматриваются свободные колебания многоэтажных каркасных зданий с убывающими снизу вверх поэтажными жесткостями. Принимая линейный закон убывания поэтажных жесткостей, в формулу (1) введен корректив и она представлена в более общем виде.

Для оценки общего напряженного состояния таких зданий при сейсмических воздействиях, с использованием акселерограмм сильных землетрясений и ЭВМ проанализированы упругие реакции (response) конкретных 10-этажных зданий.

1. Периоды и формы свободных колебаний. Убывание жесткости этажа по высоте здания — это следствие стремления полнее использовать несущие способности сечений стоек каркаса пропорционально убыванию внутренних усилий. Закономерность изменения сечений стоек, следовательно, и поэтажных жесткостей зависит от ряда конструктивных и производственных факторов. Дать общую математическую формулировку этой закономерности, отвечающую всему разнообразию изменения поэтажной жесткости, невозможно. Поэтому, с целью упрощения, в первом приближении принимаем линейный закон убывания поэтажных жесткостей по высоте здания. При этом, если жесткость первого этажа — a_1 , и последнего — $a_n = \bar{\alpha} a_1$ (где $\bar{\alpha} < 1$), то жесткость k -го этажа (сила, вызывающая единичное горизонтальное смещение этажа) будет:

$$a_k = f_k a_1, \quad (2)$$

где

$$f_k = \bar{\alpha} + \frac{n-k}{n-1} (1-\bar{\alpha}), \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

При абсолютно жестких ригелях динамическая расчетная схема здания представится в виде невесомого ступенчатого консольного бруса, несущего n масс, сосредоточенных в уровнях перекрытий (рис. 1). Дифференциальные уравнения движения масс имеют вид:

$$m_k \ddot{y}_k + a_k(y_k - y_{k-1}) - a_{k-1}(y_{k+1} - y_k) = 0, \quad (4)$$

$$(k = 1, 2, \dots, n)$$

Частным интегралом системы (4) является

$$y_k = C_k \sin pt,$$

и для определения неизвестных амплитуд C_k получается система однородных алгебраических уравнений:

$$-m_k p^2 C_k + a_k(C_k - C_{k-1}) - a_{k-1}(C_{k+1} - C_k) = 0, \quad (5)$$

$$(k = 1, 2, \dots, n)$$

где p — круговая частота свободных колебаний.

При равенстве поэтажно сосредоточенных масс* ($m_1 = m_2 = \dots = m_n = m$) и учете зависимости (2) характеристический определитель матрицы системы (5) запишется в виде:

$$\Delta_n(\lambda) = \begin{vmatrix} f_1 + f_2 - \lambda & -f_2 & 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ -f_2 & f_2 + f_3 - \lambda & -f_3 & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & -f_3 & f_3 + f_4 - \lambda & -f_4 & 0 \dots 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \dots \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \dots \cdot \\ 0 & 0 \dots 0 & -f_{n-1} & f_{n-1} + f_n - \lambda & -f_n \\ 0 & 0 \dots 0 & 0 & -f_n & f_n - \lambda \end{vmatrix} \quad (6)$$

где $\lambda = mp^2/a_1$ — безразмерная частота свободных колебаний. Очевидно, что частотное уравнение соответствует условию: $\Delta_n(\lambda) = 0$.

Для сокращенной записи матрицы (6) ее ненулевые элементы обозначим:

$$\left. \begin{aligned} d_{11} &= f_1 + f_2 - \lambda; & d_{12} &= -f_2; \\ d_{k, k-1} &= -f_k \\ d_{kk} &= f_k + f_{k+1} - \lambda \\ d_{k, k+1} &= -f_{k+1} \end{aligned} \right\} \text{при } k = 2, 3, \dots, n-1;$$

$$d_{n, n-1} = -f_n; \quad d_{nn} = f_n - \lambda.$$

* Влияние убывания поэтажной жесткости на вес этажа ничтожно и им следует пренебречь.

Раскрывая характеристический определитель матрицы $[d_{kj}]_{n,n}$ по последнему столбцу, получим частотное уравнение в следующем виде:

$$\prod_{i=0}^{n-1} D_i = 0, \quad (7)$$

где

$$D_i = D_{i+1} d_{i+1,i+1} - D_{i-1} d_{i-1,i+2} d_{i+2,i+1} \quad (8)$$

($i=0, 1, 2, \dots, n-1$), причем $D_n=1$ и $D_{n-1}=0$.

Используя (3) и (8), для зданий высотой до 20 этажей на ЭВМ с точностью в 10^{-5} вычислены величины первых трех низших корней частотного уравнения (7) при $\alpha=1; 1/2; 1/4; 1/8$.

Для оценки влияния убывания поэтажных жесткостей по высоте здания на периоды его свободных колебаний рассмотрим отношение

$$\gamma_r = T_r / T_r^* \quad (9)$$

где T_r — период r -го тона свободных колебаний при убывании поэтажных жесткостей по высоте здания;

T_r^* — то же, когда жесткости всех этажей равны жесткости первого этажа.

Через корни частотных уравнений выражение (9) запишется в виде:

$$\gamma_r = \sqrt{\lambda_r^* / \lambda_r} \quad (10)$$

где λ_r^* — корни частотного уравнения при равенстве жесткостей всех этажей ($\alpha=1$).

По полученным значениям корней λ_r вычислены величины γ_r . Результаты вычислений показали, что величины γ_r , будучи зависящими от тона колебаний, при фиксированных значениях α не зависят от этажности здания; имеющиеся небольшие расхождения в значениях γ_r (не более $\pm 1\%$) следует приписать точности вычислений.

В рассмотренном диапазоне изменения параметра α зависимость $\gamma_r(\alpha)$ довольно хорошо аппроксимируется функцией

$$\gamma_r = 1 - \chi_r \lg \alpha, \quad (11)$$

где χ_r — коэффициент, зависящий от тона колебаний. Для первых трех низших тонов значения χ_r следующие: $\chi_1=0,292$; $\chi_2=0,588$; $\chi_3=0,648$. При этом, расхождение между значениями γ_r , вычисленными по формулам (10) и (11), не превышает 3% .

Полученная зависимость (11) позволяет внести в формулу (1) корректив, учитывающий влияние убывания поэтажных жесткостей по высоте здания на периоды его свободных колебаний. Таким образом, при линейном законе убывания поэтажных жесткостей по высоте здания для определения периодов первых трех тонов свободных колебаний зданий высотой до 20 этажей получаем формулу:

$$T_r = 2\pi(1 - \chi_r \lg \alpha)(A_r + nB_r) \sqrt{\frac{m}{a_2}}, \quad (12)$$

где α_1 — жесткость первого этажа; остальные обозначения те же, что и в выражениях (1) и (11). [Заметим, что формула (12) переходит в (1) при $\alpha = 1$.]

Для выявления влияния убывания поэтажных жесткостей по высоте здания на формы его свободных колебаний, рассмотрим систему алгебраических уравнений (5) относительно неизвестных амплитуд C_k при равенстве поэтажных масс и изменении жесткостей этажей по (2). Поскольку при нетривиальном решении системы (5) одно из ее уравнений является линейной комбинацией остальных, то, отбрасывая его (в данном случае — первое) и принимая $C_n = 1$, решаем оставшуюся систему $n-1$ уравнений. При рассмотренных значениях параметра α и соответствующих им корнях уравнения (7) решение этой системы произведено на ЭВМ. По найденным значениям C_k вычислены коэффициенты γ_k первых трех форм колебаний для зданий высотой до 20 этажей*.

Анализ результатов вычислений показывает, что при одной и той же этажности формы колебаний в сильной степени зависят от значения параметра α . На рис. 2 приведены формы колебаний систем с 10-ю

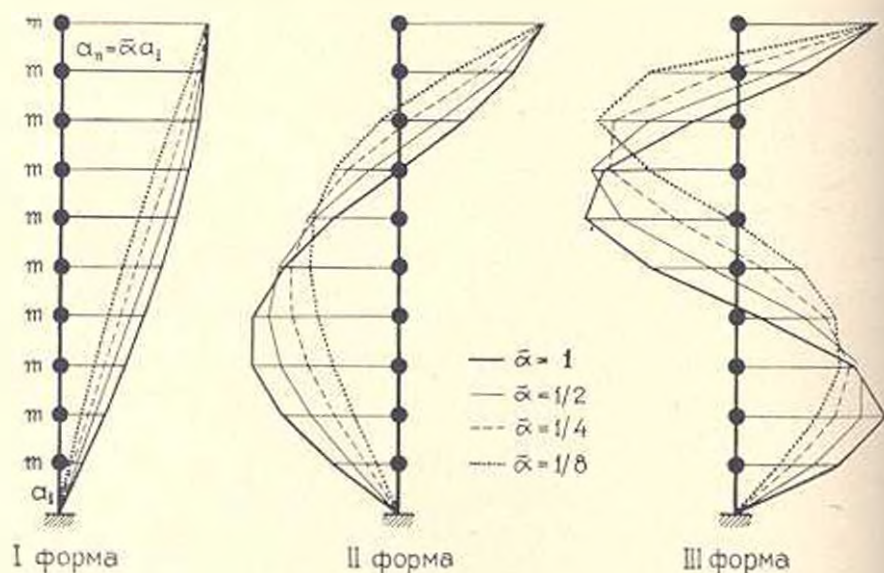


Рис. 2 Формы колебаний 10-этажного здания при различных значениях α

степенями свободы, и, как видно, убывание поэтажных жесткостей сильнее сказывается на формах колебаний высших тонов; с уменьшением α пучности высших форм смещаются вверх по высоте здания. Однако, обоснованный анализ влияния высших форм колебаний на общее напряженное состояние здания при сейсмических воздействиях

* Результаты вычислений здесь не приводятся ввиду недостатка места.

можно произвести только при заданном законе движения основания, так как и зависимости от спектрального состава колебаний грунта влияние отдельных форм будет различным. Для конкретных 10-этажных зданий ниже произведен такой анализ с использованием реальных акселерограмм землетрясений.

2. Анализ напряженного состояния зданий с убывающими по высоте поэтажными жесткостями. Беря за основу параметры реального 10-этажного железобетонного каркасного здания с жесткостями этажей, постоянными по его высоте ($\alpha=1$), и варьируя значениями параметра α , рассмотрены 3 варианта предполагаемых зданий с $\alpha=1/2; 1/4; 1/8$ при линейном законе убывания поэтажных жесткостей. При этом жесткость первого этажа остается неизменной — равной жесткости исходного (эталонного) здания.

Каркас исходного здания состоит из 10 поперечных двухпролетных рам с параметрами: пролеты $L_1=L_2=6,0$ м; высота ярусов $l_1=l_2=\dots=l_{10}=3,3$ м; размеры поперечного сечения всех стоек — 40×50 см; бетон марки 200 ($E=265000$ кг/см²). Веса масс, сосредоточенных на уровнях перекрытий, следующие: $G_1=G_2=\dots=G_9=540$ т; $G_{10}=615$ т. Периоды первых трех тонов свободных колебаний рассматриваемых зданий в их поперечном направлении, вычисленные по формуле (12), приведены в табл. 1.

Таблица 1

Тон колебаний	Периоды сек при значениях α			
	1	1/2	1/4	1/8
I	0,910	0,997	1,074	1,139
II	0,307	0,362	0,419	0,482
III	0,187	0,221	0,260	0,305

С использованием акселерограмм четырех калифорнийских землетрясений** интенсивностью в 7—8 баллов по методике, приведенной в [4], на ЭВМ вычислены максимальные значения упругих реакций рассматриваемых зданий (в их поперечном направлении) с учетом наложения первых трех форм колебаний. При этом для всех форм колебаний величина коэффициента внутреннего трения предположительно принята $\gamma=0,12$. На рис. 3 приведены эиоры максимальных значений

** В [2] показано, что при $n>5$ влиянием неравенства поэтажных масс в пределах 25—30% можно пренебречь и периоды и формы колебаний определять как для систем с равными массами на всех этажах, принимая за величину поэтажной массы среднее арифметическое всех масс системы.

** Имено: 1. Ferndale Г—60 (3.X.1941); 2. Hollister Г—21 (9.III.1949); 3. Eureka Г—10 (21.XII.1956); 4. Taft Г—70 (12.I.1954) [3].

перерезывающих сил на все здание по трем и отдельным формам колебаний при акселерограмме № 1.

Анализ реакций показывает, что убывание поэтажных жесткостей приводит к уменьшению перерезывающих сил и выравниванию их значений по высоте здания. (То же имеет место и для максимумов изгибающих моментов в стойках каркаса, так как при абсолютно

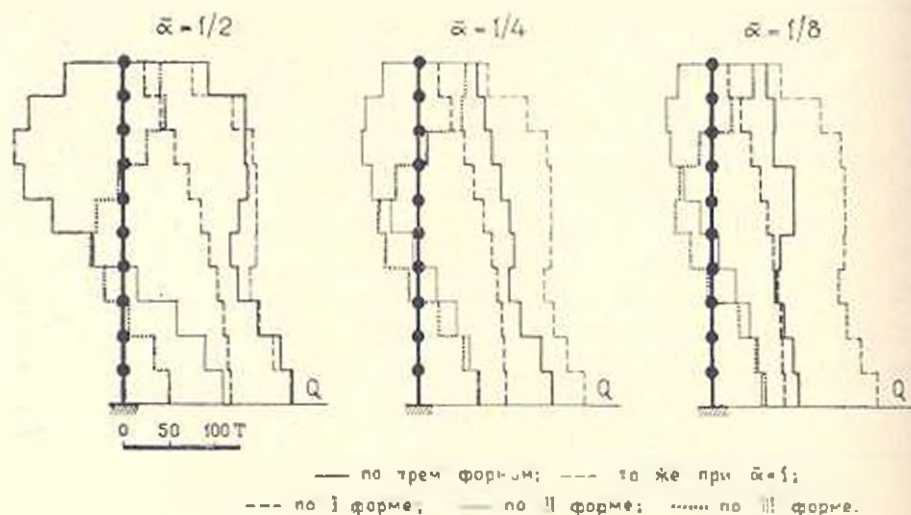


Рис. 3. Эпюры перерезывающих сил по акселерограмме № 1.

жестких ригелях их значения отличаются от перерезывающих сил постоянным множителем.) Эта тенденция тем сильнее, чем меньше величина параметра $\bar{\alpha}$. Однако, уменьшение абсолютных значений перерезывающих сил (изгибающих моментов) в данном случае не может послужить критерием при оценке сейсмостойкости здания, так как убывание поэтажных жесткостей связано с уменьшением размеров поперечных сечений несущих элементов каркаса — стоек, в то время, как величины продольных сил практически остаются без изменения. Поэтому при анализе реакций правильнее будет оперировать не перерезывающими силами (изгибающими моментами), а напряжениями, возникающими в элементах каркаса.

Для определения напряжений в элементах железобетонного каркаса заранее должны быть известны параметры их сечений. Поскольку цель настоящего анализа — не определение истинных величин напряжений в бетоне и в арматуре, а сопоставление напряженных состояний здания по высоте при различных значениях параметра $\bar{\alpha}$, то, для упрощения задачи, можно пойти на определенное допущение — уподобить железобетон однородному материалу и для определения напряжений пользоваться формулами сопротивления материалов. Конечно, это упрощение вносит определенную погрешность, но, поскольку оно делается для сравнительной оценки напряженных состояний, то,

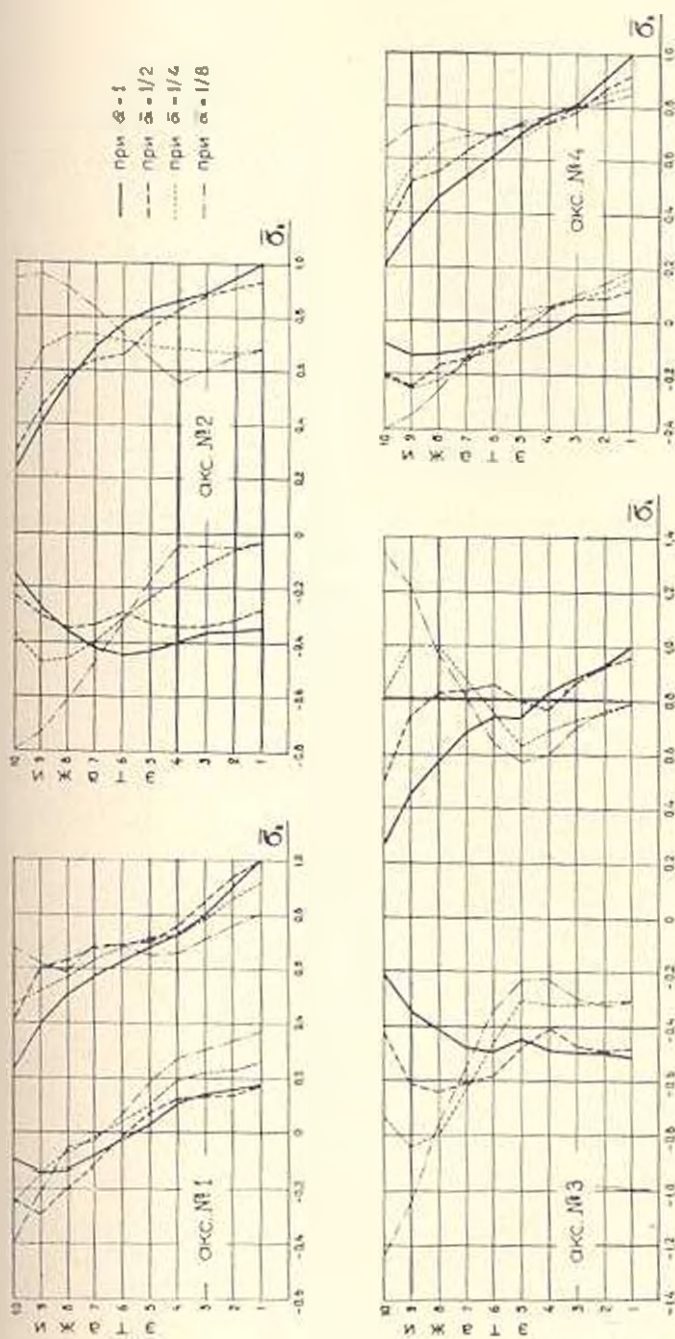


Рис. 4. Графики изменения относительных нормальных напряжений по высоте здания при акселерограммах №№ I-IV (знак плюс соответствует сжатию)

по нашему мнению, относительное влияние этой погрешности на результаты анализа будет незначительным.

Жесткость k -го этажа пропорциональна сумме моментов инерции стоек соответственного этажа, поэтому, принимая ширину стоек всех этажей постоянной и используя (21), будем иметь:

$$F_k = F_1 f'_k \quad \text{и} \quad W_k = W_1 f''_k, \quad (13)$$

где F_1 и W_1 — соответственно площадь и момент сопротивления сечения стойки первого этажа.

При сейсмическом воздействии стойки работают на внецентренное сжатие. Используя выражения (13) и результаты машинных вычислений, определены экстремальные значения напряжений в сечениях стоек всех этажей при рассмотренных значениях α .

Для сопоставления напряженных состояний зданий удобнее оперировать не абсолютными значениями напряжений (σ_k), а относительными ($\bar{\sigma}_k$), выраженными через максимальное сжимающее напряжение σ_{1max} , возникающее в стойках первого этажа здания с равными жесткостями всех этажей ($\alpha = 1$). С этой целью для каждой акселерограммы вычислены значения $\bar{\sigma}_k = \sigma_k / \sigma_{1max}$. По результатам вычислений построены графики изменения $\bar{\sigma}_k$ по высоте здания, приведенные на рис. 4. Отметим, что на этих графиках действительны только те значения $\bar{\sigma}_k$, которые соответствуют уровням этажей (промежуточные значения лишены смысла).

Как видно из рис. 4, с уменьшением параметра α усиливается напряженное состояние здания — в особенности его верхней трети, где относительные значения как максимальных, так и минимальных нормальных напряжений достигают величин, больших, чем при равенстве поэтажных жесткостей. Аналогичная картина имеет место и для скалывающих напряжений. Очевидно, что совместное действие нормальных и скалывающих напряжений приведет к еще большему усилению напряженности верхних этажей. Это может создать опасность разрушения последних.

Таким образом, результаты проведенного анализа показывают, что уменьшение поэтажной жесткости по высоте здания приводит к значительному изменению картины его напряженного состояния и к резкому усилению напряженности верхних этажей при сейсмических воздействиях. Целесообразность возведения таких зданий будет обусловлена комплексом экономических и конструктивных соображений, и, по-видимому, в отдельных случаях оно окажется выгодным при некотором конструктивном усилении стоек верхних этажей.

Տ.Ա. ԿՈՐՅԱՆ, Է. Ե. ԽԱՉԱՆ

ՔԱՅՐԱՆԱՐԿ ԿԱՐԿԱՍԻՆԱԿԱՆ ՇԵՆՔԵՐԻ ՈՆԵՑՈՄԱԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ ԵՐԱԶՄԱՆ ԶԱՐԿԵՐԻ ԿՈՇՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ՆՎԱԶՈՒՄ ԵՆ ԸՍՏ ՇԵՆՔԻ ԲԱՐՁՐՈՒԹՅԱՆ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Մ

Վերլուծության ենթարկելով բաղաձայն կարկասային շենքերի հաճախականությունների հավասարումները՝ երբ հարկերի կաշտայուններն ըստ շենքի բարձրության նվազում են դժային օրենքով, հողվածում առաջարկված է բանաձև, որը հնարավորություն է ընձևոնում որոշել մինչև 20 հարկ բարձրություն ունեցող շենքերի ազատ տատանումների պարբերությունները՝ Կիսված են նաև տատանումների ձևերը:

Այդպիսի շենքերի սկսմակայունությունը դեհատելու նպատակով կատարված է երկաթբետոնե 10-հարկանի կարկասային շենքերի առաձգական ազդեցությունների համադրում՝ 7—8 բալլ ուժգնության չորս երկրաշարժերի ակսելերոգրամների և էձՄ-ի օգտագործմամբ՝ տատանումների առաջին երեք ձևերի հաշվառումով: Համադրումը ցույց է տվել, որ հարկերի կաշտայուն նվազումը բերում է վերին հարկերի լարվածային փրճակի ուժեղացման սեյսմիկ ազդեցությունների դեպքում:

Լ Ի Ն Ե Ր Ա Տ Ր Ա Մ Ա

1. Гороян Т. А., Хачиян Э. П. К изучению сейсмостойкости железобетонных каркасных зданий повышенной этажности. Доклады Всесоюзного совещания по сейсмостойкому строительству в Алма-Ате. Фрунзе, 1967.
2. Гороян Т. А. О влиянии неравенства поэтажных масс на периоды и формы свободных колебаний многоэтажных зданий. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. II.)», т. XXII, № 1, 1969.
3. Медведев С. В. Инженерная сейсмология. Госстройиздат, 1962.
4. Гороян Т. А., Хачиян Э. П. Анализ реакций многоэтажных каркасных зданий на сейсмические воздействия по акселерограммам сильных землетрясений. «Известия АН Арм. ССР (серия Т. II.)», т. XXIV, № 4, 1971.