ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXV, №3, 1972 Серия технических наук

ЭНЕРГЕТИКА

Г. Т. АДОНЦ

К ИССЛЕДОВАНИЯМ СХОДИМОСТИ И СКОРОСТИ ИТЕРАЦИИ В РАСЧЕТАХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ

Для решения системы нелинейных и трансцендентных уравнений, которыми описываются установившиеся режимы энергосистемы, используются [1 : 5] методы итерации и различные его модификации (метод Гаусса с ускоряющими коэффициентами, метод Ньютона-Рафсона, метод с обращением матрицы параметров уравнений и др.)

Независимо от методов решения этих уравнений, имеют место случаи несходящихся итераций или сходящихся к физически нереализуемым решениям, в частности, в расчетах режимов, близких к предельным по устойчивости.

В этой связи проблема сходимости итерации в расчетах установившихся режимов энергосистем продолжает служить объектом исследования [6]. Задача сходимости итерации непосредственно связывается также с вопросом обеспечения определенной скорости расчета для достижения нужной точности или допустимой невязки между заданными и полученными в результате расчета величинами.

Исследования сходимости и скорости итерации в расчетах установившихся режимов ряда энергосистем, проводимые в Арм. НИИ энергетики, показали, что сходимость и скорость итерации зависят от целого ряда факторов. К их числу относятся, например, следующие.

Представление параметров системы коэффициентами уравнений узловых напряжений или матрицей Y многополюсника (узловых проводимостей).

Задание режима генераторных узлов системы величинами P и Q (активные и реактивные мощности) или P и U (модуль напряжения). Решение исходных уравнений методами простой итерации или Гаусса, или методами с использованием ускоряющих итерацию коэффициентов. Весьма важным представляется также применение способов, обеспечивающих сходимость итерации к точке, находящейся в области заданных параметров искомого режима.

Предлагаемый алгоритм расчета и программа, реализующая его на ЭВМ «Урал—14Д», позволяют вести не только расчет установившегося режима системы, но и исследовать процесс сходимости итерации и ее скорость с целью определения влияния изложенных факторов на расчет режима данной схемы энергосистемы.

С помощью данного алгоритма можно выполнить также ряд вычислительных экспериментов и исследований, связанных с проблемой сходимости итерации при решении системы нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений, встречающихся в различных областях техники.

Постановка задачи. *Принимаются заданными:* а. $[Y]$-матрица коэффициентов уравнений узловых напряжений схемы замещения системы или $[Y_{экв}]$-матрица, эквивалентная предыдущей, представляющая собственные и взаимные комплексные проводимости генераторных и нагрузочных узлов системы, общим числом N. Эту матрицу называют также Y-матрицей многополюсника. Для матриц $[Y]$ и $[Y_{экв}]$ принято также общее название матриц узловых проводимостей.

б. Разбиения множества узлов N многополюсника $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ на два подмножества (N_α, N_β) и (N_f, N_m), обладающие следующими свойствами:

$$N_\alpha \cup N_\beta = N, \quad \text{если } \alpha \in N_\alpha, \ \beta \in N_\beta, \text{ то } \alpha < \beta;$$

$$N_f \cup N_m = N, \quad \text{если } f \in N_f, \ m \in N_m, \text{ то } f < m.$$

в. Величины $\{P_\alpha^0\}$, $\{\varphi_\beta^0\}$, $\{Q_f^0\}$, $\{U_m^0\}$ активной мощности, фаз напряжений, реактивной мощности и модулей напряжений соответственно узлов α, β, f, m.

г. Начальные значения величин $\{\varphi_\alpha^0\}$, $\{P_\beta^0\}$, $\{U_f^0\}$, $\{Q_m^0\}$, подлежащих определению.

д. Нижняя и верхняя границы изменения искомых модулей напряжений U_f^{min}, U_f^{max} для узлов $f \in N_f$.

е. Числа q_α, q_f, используемые для ограничения величин приращений $\Delta\varphi_\alpha$, ΔU_f искомых неизвестных φ_α, U_f в процессе итерации. Согласно принципу сжатых отображений $0 < q_\alpha < 1$, $0 < q_f < 1$.

ж. Величина $\varepsilon(P_\alpha)$, используемая в качестве критерия прекращения процесса итерации.

з. Числовые значения $K_э = 0, 1, 2, \ldots$, соответствующие кратности повторения расчетов на каждом из четырех этапов $э = 1, 2, 3, 4$ расчета, из которых слагается каждый цикл итерации.

Принимаются искомыми: величины $\{\varphi_\alpha\}$, $\{P_\beta\}$, $\{U_f\}$, $\{Q_m\}$, соответственно для узлов α, β, f, m.

Для величин, получаемых в l-м шаге итерации, используются обозначения: $\{\varphi_\alpha^l\}$, $\{P_\beta^l\}$, $\{U_f^l\}$, $\{Q_m^l\}$.

Уравнения и выражения, используемые в данном алгоритме. В качестве основных здесь используются уравнения [illegible], в которых принимаются независимыми переменные $\{P_\alpha\}$, $\{\varphi_\beta\}$, $\{Q_f\}$, $\{U_m\}$, а искомыми — $\{\varphi_\alpha\}$, $\{U_f\}$, $\{P_\beta\}$, $\{Q_m\}$.

Величины $\{U_f^l\}$ должны находиться в заданных границах, определяемых неравенствами

$$U_f^{\min} < U_f^i < U_f^{\max},$$

где min и max — индексы нижней и верхней границ.

Приращения искомых величин ψ_α и U_f в двух последовательных шагах итерации обозначим через

$$\Delta\psi_\alpha^i = \psi_\alpha^i - \psi_\alpha^{i-1} \quad \text{и} \quad \Delta U_f^i = U_f^i - U_f^{i-1}.$$

Очевидно, в качестве ψ_α^{i-1} и U_f^{i-1} в первом ($i = 1$) шаге итерации должны быть взяты задаваемые начальные значения этих переменных, т. е. ψ_α^0 и U_f^0.

m-нормы векторов $|\Delta\psi_\alpha|$ и $|\Delta U_f|$, определяемые после первого шага итерации, обозначим через

$$M_\alpha = \max_\alpha |\psi_\alpha^{i-1} - \psi_\alpha^{i-0}|,$$

$$M_f = \max_f |U_f^{i-1} - U_f^{i-0}|.$$

Взамен m-нормы могут быть использованы k-нормы этих векторов, которые вычисляются соответственно по формулам:

$$M_\alpha = \sqrt{\sum_{\alpha \in N_\alpha} |\psi_\alpha^{i-1} - \psi_\alpha^{i-0}|^2}; \tag{1}$$

$$M_f = \sqrt{\sum_{f \in N_f} |U_f^{i-1} - U_f^{i-0}|^2}. \tag{2}$$

Фазы напряжений всех узлов, т. е. α и β, приводятся к отсчету по изменяемому в каждом шаге итерации значению фазы напряжения балансирующего узла согласно следующим формулам:

$$\psi_k^i = \psi_k^i - \psi_б^i, \qquad k \in N \tag{3}$$

где

$$\psi_б^i = \frac{1}{2}(\psi_{\max}^i + \psi_{\min}^i), \tag{4}$$

$\psi_{\max}^i$, $\psi_{\min}^i$ наибольшее и наименьшее значения ψ из числа всех ψ, полученных после расчета в первом шаге итерации, и всех ψ_β^0, заданных в качестве известных параметров режима.

б — индекс узла баланса системы.

Невязки активных ΔP_α^i и реактивных ΔQ_f^i мощностей узлов α и f после i-го шага итерации определяются по формулам:

$$\Delta P_\alpha^i = P_\alpha^0 - U_\alpha^i \sum_{k \in N} U_k^i C_{\alpha k}^i, \qquad \alpha \in N_\alpha \tag{5}$$

$$\Delta Q_f^i = Q_f^0 - U_f^i \sum_{k \in N} U_k^i S_{fk}^i, \qquad f \in N_f \tag{6}$$

где

$$C_{\alpha k}^i = g_{\alpha k} \cos(\psi_\alpha^i - \psi_k^i) - b_{\alpha k} \sin(\psi_\alpha^i - \psi_k^i). \tag{7}$$

$$S^{l}_{fk}=g_{fk}\sin(\psi^{l}_{f}-\psi^{l}_{k})+b_{fk}\cos(\psi^{l}_{f}-\psi^{l}_{k})\,. \tag{8}$$

$P^{\text{п}}_{\alpha}$, $Q^{\text{п}}_{f}$ — заданные параметры режима;
g, b — заданные параметры многополюсника.
$\delta\psi^{l}_{\alpha}$ и δU^{l}_{f} — приросты, обеспечивающие ускорение итерации при расчетах ψ_{α} и U_{f}.

$$\left|\frac{\partial P_{c}}{\partial\psi^{l}_{\alpha}}\right|\cdot\left|\delta\psi^{l}_{\alpha}\right|=\left|\Delta P^{l}_{c}\right|; \tag{9}$$

$$\left|\frac{\partial Q_{\beta}}{\partial U^{l}_{f}}\right|\cdot\left|\delta U^{l}_{f}\right|=\left|\Delta Q^{l}_{\beta}\right|, \tag{10}$$

где c — строчный индекс, пробегающий значения α;
β — индекс, пробегающий значения f;
α, f — индексы столбцов;
$\frac{\partial P_{c}}{\partial\psi^{l}_{\alpha}}$, $\frac{\partial Q_{\beta}}{\partial U^{l}_{f}}$ — частные производные, вычисляемые согласно [7];
ΔP^{l}_{c}, ΔQ^{l}_{β} — невязки, определяемые по формулам (5) ÷ (8) с соответствующей заменой индексов.

Взамен уравнений (9) и (10), обеспечивающих нахождение $\delta\psi^{l}_{\alpha}$ и δU^{l}_{f} в результате их совместного решения, могут быть использованы следующие формулы (11) и (12), обеспечивающие вычисления $\delta\psi^{l}_{\alpha}$ и δU^{l}_{f} по строчным уравнениям систем (9) и (10).

$$\delta\psi^{l}_{c}=\frac{1}{\dfrac{\partial P^{l}_{c}}{\partial\psi^{l}_{c}}}\left(\Delta P^{l}_{c}-\sum_{\substack{\alpha\in N_{\alpha}\\ \alpha\neq c}}\frac{\partial P_{c}}{\partial\psi^{l}_{\alpha}}\Delta\psi^{l}_{\alpha}\right); \tag{11}$$

$$\delta U^{l}_{\beta}=\frac{1}{\dfrac{\partial Q_{\beta}}{\partial U^{l}_{\beta}}}\left(\Delta Q^{l}_{\beta}-\sum_{\substack{f\in N_{f}\\ f\neq\beta}}\frac{\partial Q_{\beta}}{\partial U^{l}_{f}}\Delta U^{l}_{f}\right), \tag{12}$$

где $\Delta\psi^{l}_{\alpha}$, ΔU^{l}_{f} — приращения искомых величин ψ_{α} ($\alpha\in N_{\alpha}$) и U_{f} ($f\in N_{f}$) в двух последних шагах итерации.

В задачах с $n-1$ неизвестными ψ_{α} и U_{f} могут быть использованы и следующие уравнения для определения приростов $\delta\psi^{l}_{\alpha}$ и δU^{l}_{f}.

$$\begin{bmatrix}\dfrac{\partial P_{c}}{\partial\psi^{l}_{c}} & \dfrac{\partial P_{c}}{\partial U^{l}_{c}}\\[2ex] \dfrac{\partial Q_{c}}{\partial\psi^{l}_{c}} & \dfrac{\partial Q_{c}}{\partial U^{l}_{c}}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\delta\psi^{l}_{\alpha}\\[2ex] \delta U^{l}_{\alpha}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Delta P^{l}_{c}-\sum\limits_{\substack{\alpha\in N_{\alpha}\\ \alpha\neq c}}\dfrac{\partial P_{c}}{\partial\psi^{l}_{\alpha}}\Delta\psi^{l}_{\alpha}-\sum\dfrac{\partial P_{c}}{\partial U^{l}_{\alpha}}\Delta U^{l}_{\alpha}\\[2ex] \Delta Q^{l}_{c}-\sum\limits_{\substack{\alpha\in N_{\alpha}\\ \alpha\neq c}}\dfrac{\partial Q_{c}}{\partial\psi^{l}_{\alpha}}\Delta\psi^{l}_{\alpha}-\sum\dfrac{\partial Q_{c}}{\partial U^{l}_{\alpha}}\Delta U^{l}_{\alpha}\end{bmatrix}. \tag{13}$$

Система (13) из двух уравнений с неизвестными $|\delta\psi^{l}_{\alpha}|$ и $|\delta U^{l}_{\alpha}|$ решается для всех значений $c\in N_{\alpha}$, $c<\delta$.

Ускоренные значения искомых величин $|\psi^{l}_{\alpha}{}^{\text{ус}}|$, $|U^{l}_{f}{}^{\text{ус}}|$ определяются согласно (14) и (15).

$$\psi_\alpha^{i,\,\text{ус}} = \psi_\alpha^i + \delta\psi_\alpha^i, \qquad \alpha \in N_\alpha; \tag{14}$$

$$U_f^{i,\,\text{ус}} = U_f^i + \delta U_f^i, \qquad f \in N_f, \tag{15}$$

где $|\delta\psi_\alpha^i|$, $|\delta U_f^i|$ — приросты, найденные в результате решения (9), (10) или (11), (12) или (13) в каждом i-м шаге итерации.

Величины приращений $|\Delta\psi_\alpha^i|$, $|\Delta U_f^i|$ и приростов $|\delta\psi_\alpha^i|$, $|\delta U_f^i|$ согласно условиям теоремы о сжимающем отображении, должны быть меньше соответственно величин $q_\alpha^i M_\alpha$ и $q_f^i M_f$, т. е.

$$|\Delta\psi_\alpha^i| \leqslant q_\alpha^{i-1} M_\alpha, \qquad \alpha \in N_\alpha \tag{16}$$

$$|\delta\psi_\alpha^i| \leqslant q_\alpha^{i-1} M_\alpha, \qquad \alpha \in N_\alpha \tag{17}$$

$$|\Delta U_f^i| \leqslant q_f^{i-1} M_f, \qquad f \in N_f \tag{18}$$

$$|\delta U_f^i| \leqslant q_f^{i-1} M_f, \qquad f \in N_f \tag{19}$$

где $(i-1)$ — показатель степени, равный номеру шага итерации -1;
M_α, M_f — нормы векторов;
q_α, q_f — числа в пределах $0{,}90 \div 0{,}99$, задаваемые в качестве исходной информации.

В качестве критерия для прекращения итераций рекомендуется величина

$$\varepsilon < P_1^i - P_1^{i-1}, \qquad \varepsilon = 0{,}05 \div 0{,}10. \tag{20}$$

Кроме использования в процессе итерации указанных формул, после завершения итерации выполняется ряд вычислительных операций, связанных с определением токов I_k, их фаз γ_k для всех узлов $k \in N$, а также величин потерь активной π и реактивной q мощностей

$$I_k = \frac{1}{U_k}\sqrt{P_k^2 + Q_k^2}\,. \tag{21}$$

$$\gamma_k = \psi_k - \varphi_k, \quad \text{где} \quad \varphi_k = \operatorname{arc\,tg}\frac{Q_k}{P_k}\,. \tag{22}$$

Разбиение алгоритма расчета на отдельные этапы. Предлагаемый алгоритм слагается из четырех этапов расчета, а именно: первый этап — расчеты ψ_α; второй — расчеты $\delta\psi_\alpha$; третий — расчеты U_f и четвертый — расчеты δU_f. Допускается возможность $K_э$-кратного повторения каждого из этих этапов расчета, путем задания в программе значений $K_э = 0, 1, 2, \ldots$, где $э = 1, 2, 3, 4$ — индекс указанных четырех этапов расчета.

Возможные схемы итерации. Путем подбора различных значений 0, 1, 2, . . . для коэффициентов $k_1 \div k_4$ можно получить различные схемы итерации. Эти схемы могут быть условно обозначены следующим образом:

а) схема „φ, φ, δφ, δφ, U, U". Соответствует: $k_1 = 2$; $k_2 = 2$; $k_3 = 2$; $k_4 = 0$;

б) схема „φ, U". Соответствует: $k_1 = 1$; $k_2 = 0$ $k_3 = 1$; $k_4 = 0$;

в) схема „δφ, δU". Соответствует: $k_1 = 0$; $k_2 = 1$; $k_3 = 0$; $k_4 = 1$. и т. д.

На базе таких схем итерации легко выполнить исследования сходимости итерации.

Предлагаемые схемы итерации могут быть использованы также для исследований сходимости итерации при решении различных задач, описываемых системой из большого числа нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений.

Программа, реализующая алгоритм. Алгоритмы, соответствующие отдельным из возможных схем итерации, например, схемам: „φ, U"; „φ, φ, δφ, δφ, U, U", были реализованы при помощи программ расчетов на ЭВМ „Урал-3".

Разработана также программа расчета на ЭВМ «Урал—14Д».

В программе* предусматриваются следующие возможности расчета режимов электрических систем.

а. Используется вектор $|\nu_э| = 0, 1, 2, 3$, где $э = 1, 2, 3, 4$ — индекс этапов расчета.

Выбор значения $\nu_э = 0$ означает, что для решения уравнений в э-м этапе расчета используется компактная схема Гаусса.

Соответственно, $\nu_э = 1$ означает, что в э-м этапе расчета используется циклический процесс Зейделя.

При $\nu_э = 2$ уравнения решаются путем простой итерации.

При $\nu_э = 3$, где $э = 2, 4$ используются строчные уравнения (11) и (12) для получения величин $|\delta\varphi_c|$ и $|\delta U_g|$, где $c \in N_\varphi$, $g \in N_f$.

б. Используется вектор $|\tau_j|$, $j = 1 \div 7$, каждый из его компонентов означает:

$$\tau_1 = \begin{cases} 1, & \text{если в этапах } э=1, 2 \text{ выбирается норма } k, \\ 0, & \text{если в } э=1,2 \text{ выбирается норма } m. \end{cases}$$

$$\tau_2 = \begin{cases} 1, & \text{если в } э=3, 4 \text{ выбирается норма } k, \\ 0, & \text{если в } э=3,4 \text{ выбирается норма } m. \end{cases}$$

$$\tau_3 = \begin{cases} 1, & \text{если перед расчетом следует вычислить } |Y_{экв}|, \\ 0, & \text{если не следует вычислять элементы матрицы } |Y_{экв}|. \end{cases}$$

$$\tau_4 = \begin{cases} 1, & \text{если этапы 2,4 совмещаются, т. е. используются (20)}, \\ 0, & \text{если этапы 2 и 4 не совмещаются, т. е. не используются (20)}. \end{cases}$$

$$\tau_5 = \begin{cases} 1, & \text{если расчеты ведутся на базе матрицы } |Y_{экв}|, \\ 0, & \text{если расчеты ведутся на базе } |Y| \text{ узловых напряжений}. \end{cases}$$

---

* Составлена математиком—программистом О. Н. Солоненко.

π_k = (при π_l = 0) $\begin{cases} 1, & \text{если используются экстракоды с плав. запятой (мантисса — 40, порядок 8)}, \\ 0, & \text{то же, мантисса 24, порядок 8} \end{cases}$

π_j = $\begin{cases} 1, & \text{если используется арифм. устройство с пл. зпт. } У—345, \\ 0, & \text{если используется АУФ с фиксированной запятой.} \end{cases}$

Использование векторов $\{k_s\}$, $\{\pi_k\}$, $\{\pi_j\}$ позволяет проводить многоплановый машинный эксперимент по расчету электрических установившихся режимов энергосистем.

Выводы

1. Сходимость и скорость итерации в расчетах электрических режимов энергосистем зависят от целого ряда факторов. К их числу относятся: выбор матрицы проводимостей уравнений узловых напряжений или матрицы проводимостей многополюсника; выбор методов (Гаусса, простой итерации, Ньютона-Рафсона, предлагаемой в статье модификации последнего) при решении системы уравнений фаз и модулей комплексных напряжений; последовательность и кратность решения отдельных систем уравнений; учет ограничений параметров режима и т. д.

2. Предлагаемый алгоритм и программа, реализующая его на ЭВМ «Урал—14Д», позволяет выполнить машинный эксперимент и исследования задачи сходимости и скорости итерации при расчетах электрических режимов энергосистем.

АРМ НИИЭ Поступило 20. III. 1972.

Հ. Տ. ԱԴՈՆՑ

ԷՆԵՐԳԱՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՌԵԺԻՄՆԵՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿՆԵՐՈՒՄ ԻՏԵՐԱՑԻԱՅԻ ԶՈՒԳԱՄԻՏՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԱՐԱԳՈՒԹՅԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Մի շարք էներգահամակարգերի հաստատված ռեժիմների հաշվարկները, որոնք կատարվել են Հայկական էներգետիկայի գիտահետազոտական ինստիտուտում, ցույց են տվել, որ իտերացիայի արագությունը և զուգամիտումը կախված են մի շարք գործոններից։ Հոդվածում առաջարկվում է ալգորիթմ և ծրագիր, կազմված «Ուրալ—14 Դ» էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենայի համար, որը հնարավորություն է ընձեռում կատարել մեքենայական էքսպերիմենտ և էներգահամակարգերի էլեկտրական ռեժիմների հաշվարկումներում իտերացիայի զուգամիտման ու արագության խնդիրների հետազոտություն։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ward J. B., Hale H. W.* Digital computer solution of power-flow problems. „Power Apparatus and Systems“, 1955, Dec. №21.
2. *Glimn A. F., Stagg G. W.* Automatic calculation of load-flow. „Power Apparatus and Systems“, 1957, okt. № 32.
3. *Крумм Л. А.* Применение метода Ньютона-Рафсона для расчета стационарного режима сложных электрических систем. «Известия АН СССР. Энергетика и транспорт», 1965, № 5.
4. *Качанова Н. А.* Электрический расчет сложных энергосистем на ЭЦВМ. Киев, «Техника», 1966.
5. *Адонц Г. Т.* Алгоритм расчета установившегося режима энергосистемы с учетом нелинейных характеристик генераторов и нагрузок. «Электричество», 1970, № 2.
6. *Адонц Г. Т.* О сходимости итерации к единственному решению в расчетах установившихся режимов электрической системы. «Известия АН СССР. Энергетика и транспорт», 1971, № 3.
7. *Адонц Г. Т.* Многополюсник. Изд. АН Арм. ССР, 1965.