МАШИНОСТРОЕНИЕ

М. В. КАСЬЯН, Г. Б. БАГДАСАРЯН, Г. А. АРУТЮНЯН

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ СТАНИНЫ СТРОГАЛЬНОГО
СТАНКА ТИПА 7М36 (уравнения перемещения)

При конструировании металлорежущих станков в качестве параметров для оценки формы их неподвижных узлов выбираются относительные смещения или скорости движения собственных перемещений последних. Помимо этого, без определения собственных колебаний неподвижных частей станков невозможно также установить влияние отдельных факторов на процесс вибраций при резании металлов.

Исходя из вышесказанного, нами проведены исследования собственных колебаний станины станка 7М36 как аналитическим, так и экспериментальным путями. При расчете аналитическим способом принимается, что собственные колебания станины имеют незначительную величину и упругие силы системы зависят от массы m и габаритных размеров станины H и L . Считая, что собственные колебания станины затухают под воздействием сил, пропорциональных скорости перемещений, приходим к исследованию в двух плоскостях следующих уравнений перемещения:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 z}{dt^2} + \lambda \frac{dz}{dt} + \frac{g}{L} \sin z &= 0, \\ \frac{d^2 y}{dt^2} + \lambda \frac{dy}{dt} + \frac{g}{L} \sin y &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Учитывая массы и размер станины, остановимся теперь на исследовании уравнений перемещения (1) при небольших колебаниях станины, применяя данные эксперимента. В этом случае в уравнении (1) $\sin z$ и $\sin y$ можно замснить двумя или тремя членами тейлоровского разложения:

$$\begin{aligned} \sin z &= z - \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} - \dots \\ \sin y &= y - \frac{y^3}{3!} + \frac{y^5}{5!} - \dots \end{aligned} \quad (2)$$

Чтобы не усложнять наши расчеты будем в основном исследовать колебание только в одном направлении. Колебания в другом направлении будут аналогичны. Применив к уравнению (1) формулы (2), ограничиваясь двумя членами разложения, для небольших отклонений находим:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \lambda \frac{dz}{dt} + \frac{g}{L} \left(z - \frac{z^3}{6} \right) = 0. \quad (3)$$

Согласно общим формулам, предложенным авторами [1], в первом приближении решением уравнения (3) будет:

$$z = a \cos \theta; \quad \frac{dz}{dt} = -a \omega \sin \theta, \quad (4)$$

где a и θ должны быть определены из системы уравнений первого приближения ($\theta = \omega t + \varphi_1$). Имея в виду, что амплитуда и фаза колебания не постоянны и в зависимости от t изменяются, для составления дифференциального уравнения (для a и φ_1) продифференцируем обе части уравнения $z = a \cos \theta$ или $z = a \cos(\omega t + \varphi_1)$. Тогда получим:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{da}{dt} \cos \theta - a \frac{d\varphi_1}{dt} \sin \theta - a \omega \sin \theta. \quad (5)$$

Поскольку $\frac{dz}{dt} = -a \omega \sin \theta$, то получим:

$$\frac{da}{dt} \cos \theta - a \frac{d\varphi_1}{dt} \sin \theta = 0. \quad (6)$$

Подставляя в (3) значения z , $\frac{dz}{dt}$ и $\frac{d^2 z}{dt^2}$, будем иметь:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} (\lambda \cos \theta - \omega \sin \theta) - \frac{d\varphi_1}{dt} (a \omega \cos \theta + \lambda a \sin \theta) = \\ = a \omega^2 \cos \theta + \lambda a \omega \sin \theta - \frac{g}{L} a \cos \theta + \frac{g}{L} \frac{a^3}{6} \cos^3 \theta. \end{aligned} \quad (7)$$

Совместно решая (6) и (7), получим:

$$\frac{da}{dt} = \frac{a \omega^2 \cos \theta + \lambda a \omega \sin \theta - \frac{g}{L} a \cos \theta + \frac{g}{L} \frac{a^3}{6} \cos^3 \theta}{\frac{\lambda \cos \theta - \omega \sin \theta}{a \operatorname{tg} \theta} - (a \omega \cos \theta + \lambda a \sin \theta)}; \quad (8)$$

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{a \omega^2 \cos \theta + \lambda a \omega \sin \theta - \frac{g}{L} a \cos \theta + \frac{g}{L} \frac{a^3}{6} \cos^3 \theta}{a \operatorname{tg} \theta (\lambda \cos \theta - \omega \sin \theta) - (a \omega \cos \theta + \lambda a \sin \theta)}$$

Как отмечается в [1], члены, содержащие синус, не играют су-

ществленной роли при вибрации, следовательно, ими можно пренебречь. Поэтому (8) можно представить в виде:

$$\frac{da}{dt} = \frac{\left(a \omega^2 - \frac{g}{L} a + \frac{g}{6L} a^3 \cos^2 \theta \right) a \operatorname{tg} \theta}{\lambda - a \omega};$$

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{\omega^2 - \frac{g}{L} + \frac{g}{6L} a^2 \cos^2 \theta}{\omega}. \quad (9)$$

В этих уравнениях по сравнению с остальными членами $\frac{g}{6L} a^2 \cos^2 \theta$ мала, и ее в дальнейшем можно не учитывать, тогда уравнения (9) преобразуются в следующие:

$$\frac{da}{dt} = - \frac{a \left(\omega^2 \operatorname{tg} \theta - \frac{g}{L} \operatorname{tg} \theta \right)}{\omega - \lambda/a}; \quad (10)$$

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{\omega^2 - \frac{g}{L}}{\omega} = \frac{\omega^2 \left(1 - \frac{g}{L \omega^2} \right)}{\omega} = \omega \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right), \quad (11)$$

где

$$\omega_0^2 = \frac{g}{L}.$$

Обозначая

$$\delta_1 = \frac{\omega^2 \operatorname{tg} \theta - \frac{g}{L} \operatorname{tg} \theta}{\omega - \lambda/a},$$

получим:

$$\frac{da}{dt} = -\delta_1 a; \quad \frac{d\varphi_1}{dt} = \omega \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right).$$

Интегральное решение фазы и амплитуды колебания дает новое значение первого приближения (1):

$$a = A e^{-\delta_1 t};$$

$$\theta = \omega \left\{ t + \frac{A^2}{32 \delta} (a^{-2\delta t} - 1) + \varphi_1 \right\}.$$

Подставляя значения амплитуды и фазы в уравнение (4), получим первое приближение в виде:

$$z = A e^{-\delta_1 t} \cos \left\{ \omega \left[t + \frac{A^2}{32 \delta} (e^{-2\delta_1 t} - 1) \right] + \varphi_1 \right\}; \quad (12)$$

$$y = A_1 e^{-\delta_1 t} \cos \left\{ \omega_1 \left[t + \frac{A_1^2}{32 \delta_1} (e^{-2\delta_1 t} - 1) \right] + \varphi_2 \right\}.$$

Таким образом, колебания будут сильно затухающими с частотой, зависящей от амплитуды $\omega = \omega(a)$, причем, с увеличением времени $\omega = \sqrt{g/L}$ и $\omega_1 = \sqrt{g/H}$. Для определения значений амплитуды и фазы собственных колебаний проводились эксперименты, результаты которых приведены в табл. 1.

Таблица 1

Узел станка	Частота по оси и перемещение		Частота по оси и перемещение		Ординаты перемещения системы в мм			
	$\omega_1, 1/\text{сек}$	$z, \text{мк}$	$\omega_1, 1/\text{сек}$	$y, \text{мк}$	z		y	
					A_{n+1}^z	A_n^z	A_{n+1}^y	A_n^y
Станина	180	2	135	3	12,4	9,4	11	7,7

Пользуясь данными эксперимента, можем получить собственные колебания станины в направлениях z и y . Здесь коэффициент затухания δ определяется выражением [2]:

$$\delta = \omega \ln \frac{A_n}{A_{n+1}} = \omega \frac{\Delta A}{A_n}, \quad (19)$$

где A_n, A_{n+1} — значения смещения, отстающие одно от другого в направлении возрастания на один полный условный период; ω — частота колебания; $\Delta A = A_{n+1} - A_n$.

После определения исходных понятий при колебании, выводим уравнение колебаний для станины станка по время свободных перемещений:

$$z = 2e^{-51t} \cos \left\{ 180 \left[t + \frac{4}{32 \cdot 54} (e^{-100t} - 1) \right] + \varphi_1 \right\}; \quad (14)$$

$$y = 3e^{-40,5t} \cos \left\{ 135 \left[t + \frac{9}{32 \cdot 40,5} (e^{-81t} - 1) \right] + \varphi_2 \right\}.$$

Поступило 7.XII.1971

И. Ф. ЧУБАН, Э. Н. БАҚИМУЛЛОНОВ, Э. Э. ЗУРАБИДЗОНЬЯН

ԻՆՆԵՐԱՆ 7ԱՅՅ ՏԻՊԻ ՀԱՍՏՈՑԻ ԻՐԱՆԻ ՍԵՓԱԿԱՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԸ
(ՏԵՎԱՓՈԽՄԱՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԸ)

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Հոդվածում որոշվում են սանդման 7Մ36 տիպի հաստոցի իրանի սեփական տատանումները անալիտիկ եղանակով: Ընդունելով, որ իրանի սեփա-

կան տատանումները աննշան են, սխառեմի առաձգական ուժերը դիտվում են որպես իրանի պարարիաչին շափերից կախված ֆունկցիա: Հաշվի առնելով, որ իրանի սեփական տատանումները մարվում են տեղափոխման արագությանը համեմատական, հավասարումները բերվում են շարքի և լուծվում ընդհանուր ձևով: Փորձնական ճանապարհով որոշվում են բախաձևում բերված որոշ մեծություններ և ապա լրացվում տեղափոխման հավասարումները 2 և 3 ուղղությունների համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Аналитические методы в теории нелинейных колебаний. Физматгиз, 1963.
2. Кудиков В. А. Динамика станков. Машиностроение, 1967.