

Р. В. СИРЕКАНЯН, Р. Х. СОГОМОНЯН, А. Б. ЗАХАРЯН

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ГУСЕНИЧНОЙ ЛЕНТЫ С МИКРОПРОФИЛЕМ

Для исследования работы ходовых систем гусеничных машин необходимо определить случайные входные воздействия от почвенной поверхности через гусеничную ленту. Однако, до настоящего времени в аналогичных исследованиях гусеничная цепь рассматривалась как бесконечно длинная лента, толщиной которой пренебрегали. Такая картина не является реальной, поскольку при езде по неровностям гусеничная лента копирует не все неровности пути, а лишь часть из них, образуя некоторую случайную ломаную дорожку, по которой и катятся опорные катки трактора.

Целью настоящей работы является определение вероятностных характеристик указанного ломаного контура-дорожки в зависимости от аналогичных характеристик поверхности пути.

Для определения вероятностных характеристик микропрофиля имеется ряд работ, в большинстве из них экспериментально полученные нормированные корреляционные функции аппроксимируются выражением

$$\rho_x(\tau) = e^{-\beta|\tau|} \cos \beta\tau. \quad (1)$$

Однако, нетрудно заметить, что корреляционная функция вида (1) соответствует недифференцируемому процессу, поэтому более естественно аппроксимировать ее выражением

$$\rho_x(\tau) = e^{-\beta|\tau|} \left(\cos \beta\tau + \frac{\sigma}{\beta} \sin \beta|\tau| \right). \quad (2)$$

Случайный процесс с корреляционной функцией (2) является дифференцируемым со спектральной плотностью, определяемой равенством:

$$S_x(\omega) = \frac{2\sigma^2 x}{\pi} \frac{\omega^2 + \beta^2}{(\omega^2 - \beta^2)^2 + 4\omega^2 \beta^2}, \quad (3)$$

где σ^2 — дисперсия микропрофиля.

Для получения зависимостей, связывающих статистические характеристики микропрофиля и гусеничной ленты, необходимо иметь исходную предпосылку касательно положения звеньев гусеницы. Такой предпосылкой является предположение о контакте мест сопряжения звеньев с почвой (для гусеницы без шпор). Для обычной гусеницы это предположение сводится к требованию рапелства деформаций грунта под опорами. Данное допущение позволяет провести вычисле-

ние вероятностных характеристик гусеничной ленты. Оно вносит незначительные неточности, которые, как будет показано ниже, пренебрежимо малы.

В соответствии со сказанным процесс взаимодействия гусеничной ленты с микропрофилем имеет вид, показанный на рис. 1, где $x(t)$ — реализация почвенного микропрофиля; $x(t_j)$ — точки соприкосновения шарниров с почвой; по оси абсцисс отложено время, хотя, на самом деле, должна быть отложена длина l . Однако, учитывая наличие зависимости $l = vt$ и принимая $v = 1$ м/сек, можно заменить l на t , что более удобно. Углы, образованные направлениями звеньев гусениц

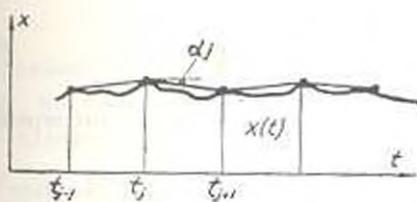


Рис. 1.

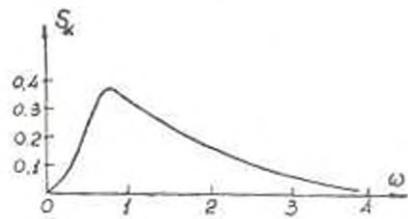


Рис. 2.

с горизонтальной осью, обозначим через α_j , принимая отчет по часовой стрелке за положительное направление. Ввиду малости углов α_j , можно принять, что интервалы $\Delta = [t_j, t_{j+1}]$ равны длине звена и $\operatorname{tg} \alpha_j = \alpha_j$. При этих предположениях будем иметь:

$$\alpha_j(t) = \frac{1}{\Delta} [X(t_{j+1}) - X(t_j)]; (t_j < t < t_{j+1}). \quad (4)$$

По общему определению корреляционной функции имеем:

$$K_x(\tau) = M \left\{ \frac{1}{\Delta} [X(t) - X(t - \Delta)] \cdot \frac{1}{\Delta} [X(t + \tau) - X(t + \tau - \Delta)] \right\}.$$

перемножая сомножители и вынося за знак математического ожидания множитель $1/\Delta^2$, получим:

$$K_x(\tau) = \frac{1}{\Delta^2} [2K_x(\tau) - K_x(\tau + \Delta) - K_x(\tau - \Delta)]. \quad (5)$$

Применяя преобразования Фурье к формуле (5), после несложных преобразований получим:

$$S_x(\omega) = \frac{4}{\Delta^2} \sin^2 \frac{\omega \Delta}{2} S_x(\omega). \quad (6)$$

График $S_x(\omega)$, построенный в соответствии с формулой (6), приведен на рис. 2 и, как видно, основной части кривой $S_x(\omega)$ соответствуют значения ω , заключенные в пределах $0 - 4 \text{ сек}^{-1}$. Поэтому, учитывая, что $\Delta \approx 0,17$ м, вместо (6) можно написать

$$S_x(\omega) = \frac{4}{\Delta^2} \frac{\omega^2 \Delta^2}{4} S_x(\omega)$$

или

$$S_x(\omega) = \omega^2 S_z(\omega), \quad (7)$$

откуда передаточная функция рельеф-углы, образованные гусеницами, выразится следующим образом:

$$W(p) = p. \quad (8)$$

т. е. представляет собой идеальное дифференцирующее звено. Физический смысл полученной формулы (8) в том, что производная $X(t)$ случайного процесса $X(t)$, равная $\lg z$, может быть заменена на z , что является отражением того факта, что реальные углы колеблются в весьма малых пределах. Из формулы (5) при $\tau = 0$ имеем:

$$D_x = \frac{2}{\Delta^2} [K_x(0) - K_x(\Delta)]. \quad (9)$$

Таким образом, выведена зависимость, связывающая дисперсию углов с корреляционной функцией профиля почвы.

Поскольку процесс $X(t)$ является нормальным стационарным и эргодическим, то, если замена $\lg z = z$ окажется слишком грубой, необходимо будет разложить выражение $z = \arctg \left\{ \frac{1}{\Delta} [X(t) - X(t - \Delta)] \right\}$ в

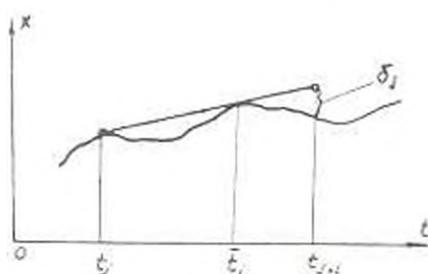


Рис. 3.

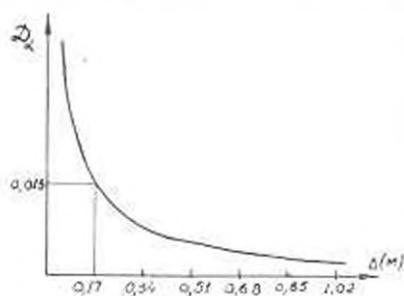


Рис. 4.

ряд и учесть первые три степени разложения. Окончательный результат в этом случае можно получить весьма просто, ввиду нормальности процесса.

При сделанных приближениях допускаются ошибки двух типов.

1. Не учитываются случаи, когда звено опирается о две точки, а конец висит в воздухе, как показано на рис. 3. В этом случае, вместо $X(t_j)$, в качестве ординаты правого шарнира следует взять $X(t_j) + \delta_j$. Поскольку

$$X(t) = X(\bar{t}_j) - \frac{1}{8} \ddot{X}(\bar{t}_j) \Delta^2,$$

то ошибка в определении σ_j равна:

$$\delta_j = \frac{1}{8} \ddot{X}(\bar{t}_j) \Delta^2. \quad (10)$$

Как видно из (10), эта погрешность существенной роли не играет.

2. Не учитываются случаи, когда оба конца звена оказываются в воздухе, что, однако, маловероятно.

Вернемся к уравнению (9). Выражая корреляционную функцию $K_r(\tau)$ через нормированную корреляционную функцию $\rho_r(\tau)$, получим:

$$D_r = \frac{2D_s}{\Delta^2} [1 - \rho_r(\Delta)]. \quad (11)$$

Поскольку все экспериментально полученные значения $\rho_r(\Delta) > 0$, то из (11) следует, что

$$\max D_r < \frac{2D_s}{\Delta^2}.$$

Типичный график для $D_r(\Delta)$, построенный по (11), приведен на рис. 4. Как видно из рис. 4, чем больше Δ , тем меньше D_r , т. е. тем лучше плавность хода гусеничной машины: например, при увеличении Δ в два раза D_r уменьшается более, чем наполовину. Однако, значение длины звена выбирается не только по критерию плавности хода машины, но и в зависимости от ряда других причин (системы подвески, пара-

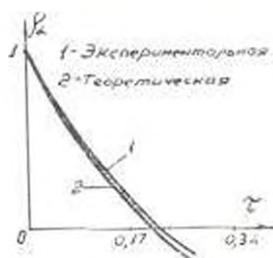


Рис. 5.

метрон направляющего колеса и т. д.). С этой точки зрения, кривая, изображенная на рис. 4, должна служить одним из факторов, оценивающих оптимальную длину звена гусеничной ленты данного типа машины.

Для проверки теоретических выводов были проведены эксперименты по определению корреляционных функций почвы, гусеницы и указанных углов. Сами углы непосредственно не измерялись, а вычислялись по известным ординатам гусеничной ленты. По найденным значениям углов строилась корреляционная функция $K_r(\tau)$ и определялась дисперсия D_r . Далее по формулам (9) и (11) определялись теоретические значения $K_r(\tau)$ и D_r . Как видно из рис. 5, найденные теоретические и экспериментальные (аппроксимированные) корреляционные функции совпадают.

Таким образом, можно сделать следующие выводы.

1. Зная вероятностные характеристики микропрофиля, можно определить вероятностные характеристики гусеничной ленты, поскольку последние полностью определяются функцией $K_r(\tau)$.

2. Переход корреляционной функции $K_x(\tau)$ через 0 почти всегда получается в промежутке между $\tau = -\Delta$ и $\tau = -2\Delta$, то есть корреляционная связь между углами, образованными звеньями с горизонтальной осью, слабая. Этот вывод распространяется как на деформируемые, так и на жесткие почвы. Физическая сущность этого явления в том, что вероятность прохождения бугров, длина образующих которых больше 1 м (т. е. $\tau > 6$), весьма мала. Поэтому для всех экспериментально полученных кривых переход корреляционной функции через 0 получался в промежутке $[\Delta, 2\Delta]$, откуда ясно, что корреляционной связью между соседними углами в первом приближении можно пренебречь и считать, что углы, образованные направлениями гусениц с горизонтальной осью, независимы (поскольку они подчинены нормальному закону распределения).

3. График $D_x(\Delta)$ может служить вспомогательным критерием, позволяющим (в совокупности с другими конструктивными требованиями) определить оптимальную длину звена гусеничной ленты.

ЮНИИС—НАТИ

Поступило 13.IV.1971.

Ռ. Վ. ՍԻՐԵԿՅԱՆԿ, Ր. Խ. ՍՈԳՈՄՈՆԻ, Լ. Բ. ԶԱԽԱՐՅԱՆ

ԹՐԹՈՒՐԱՎՈՐ ՇՂԹԱՅԻ ԵՎ ՀՈՂԻ ԱՆՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ
ՓՈՒՆԱԶԳԻՅՑՈՒԹՅԱՆ ՀԱՎԱՆԱԿԱՆԱԿԱՆ ՎԱՐՎՈՒՄՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Վ. Ս Ի Ր Յ Ա Ն

Հողվածում հախանականությունների տեսության մեթոդներով ուսումնասիրվում է թրթուրավոր շղթայի և հողի անհարթությունների փոխազդեցությունը: Դուրս է բերված թրթուրավոր շղթայի և հողի անհարթությունների հախանականական բնութագրերի կապը: Մասնավոր է թրթուրավոր շղթայի սղակի լավագույն երկտրոսիան բնութան պայմանները: Տեսականորեն ստացված արդյունքները հաստատվել են փորձնականորեն:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. «Машин», 1968.
2. Сидасов А. А. Спектральная теория поддресоривания транспортных машин. Машгиз, 1963.