Տեխնիկոպ ոն դրա, սեւիա

Серия нели пол

#### СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

### Н К. СНИТКО

# К ФИЗИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ЗАДАЧАМ УСТОЙЧИВОСТИ

В ряде случаев конструкции рассчитывают в предельном состояний при допуске упруго-пластических деформаций. Потеря устойчивости сжатых стержней для средних и малых гибкостей происходит в большинстве случаев и упруго-пластической области [1] 3] и необходимо знать не только значение касательного модуля, по и самую зависимость между 7 и г. В данной работе на основе рассмотрения филического процесса деформирования малого ялемента кназиизотринного тела установлена заисимость между 7 и г. В данной работе на основе рассмотрения филического процесса деформирования малого ялемента кназиизотринного тела установлена заисимость между 7 и г. дано аналигическое цыряжение для касательного модуля, содярмащее три нараметра: . . и установлена исходная функция процесса / (-)екорость роста пластической деформации по сачению. Получено три выражения для касательного модуля и связи между 7 и г для грах законов изменения функции //сг. Вывод указанных аналигических зависимостей базируется на многочислевных исследованиях механических свойстя монокристаллов и полихристаллов, осуществленных иристалло-физиками.

Микрошлифы для властически деформированного металла кубической системы показали, что сдвиги происходят инутри зерен. Рассматрицая различные деформации зерен, мы далее учитываем их сиязанность по общему напряжению, пренебрегая лишь местными взаимодеиствиями по границам зерен. Предволагается, что каждый кристаллит в соответствии со своей ориентацией переходит в состояние текучести при достижении мансимального касательного напряжения предела текучести по сдвигу І. Каждый кристаллит имеет свои частный предел текучести по осевому напряженика и ведет себя но идеализирочанной диаграмме Прандтая. Далее все частные пределы текучести отдельных кристаллитов усредняются в общем напряжении; в результате для каждого с, получаем значение и реальную диаграмму растяжения. При данном общем напряжении для поликристалла, которому соотнетстнует деформация :, часть сечения растягиваемого образца находится в упругой области, часть в пластической 🐔 Пластическая зона последовательно нарастает по мере развития такучести от наиболее слабого зерна, для которого предел текучести совпадает с пределом упругости агрегата 🐁 вплоть до наиболее жесткого зерна, предса текучести которого соответствует  $E_{\pm}$  (где  $\pm$  – деформация предела текучести агрегата). Модули продольной упругости всех отдельных кристаллитон считаются постоянными и равными мидулю Юнга: легко обобщить данное решение и на случай переменного Ei. Вводится исходная функция пластического процесса  $f(\epsilon)$ скорость роста пластической зоны, равная первой произнодной от площали иластической зоны. Отметим, что для ряда значений углон поворота кристаллита вокруг осей координат получаем ряд частных пределов текучести  $E = t_{r_1}$ , причем, для наиболее слабого кристаллитя  $E_{i_0} = t_{r_1}$  предел упругости. Суммируя все частные пределы текучести, получаем предел текучести агрегата



где л. число ориентировок. Охнатии все возможные ориентировки числом n, получаем предел текучести полукристалла методом усредпения.

На основании полученного численного материала для илияний ориентировки  $r_i$  кристаллита на частный предел текучести ( $E_{-i} = l r_i$ ,  $E_{2_n} = l r_n$ ) найдены числа, характеризующие относительную деформацию текучести кристаллита  $z_1 = r r_i = \beta_i$ . Каждое выражено в зависимости от Нанеся на сетку значений углов ориентировки числа  $b_i$  (в узловых точках сетки) и соединяя однозначные значения горизонталями, получаем картину упруго-пластического деформирования поликристалла, от которой легко перейти к диаграмме растяжения. Выше изложено решение задачи и дискретной схемс.

Переходим к интегральной зависимости с от с, рассматривая теперь сплошную среду (рис. 1). Разбиваем площаль сечения поликрис-

талла F = 1 (проведенную перпендикулярко первому главному напряжению) на ряд бесконечно малых участков dFтаждый из которых соотнетствует данному значению перехода от текущей деформации 1. для одной ориентировки к леформации для следующей ориентировки. Ориентировки считаем теперь исплющимися непрерывно. Пластическую деформацию отображаем в последовательности ее рязвития от до :-. Сечение де-



лится на пластическую область F и упругую область Очевидно. что Г. 1. Вводим скорость роста пластической зовы

 $f(u) = \frac{dF_{uv}}{du} \cdot$ 

Тогла

$$F_{at} = \int_{t_a}^{t} f(t_i) dt_i, \qquad (a)$$

Так как функция  $F_{in}$  легко определяется по изменению  $F_{i}$ , то легко найти и функцию f(z), изучая процесс деформирования агрегата монокристалла. Тогда элементарное пластическое усилие

$$dS_{11} = E \approx_1 dF_{n}$$
.

Пластическое усилие после интегрирования по частям

$$S_{ns} = E\left(zF_{ns} - \int_{t_0}^{t} F_{ns} dz_{l_0}\right).$$

Упругое усилие

$$S_{\rm vir} = E \varepsilon (1 - F_{\rm irs}).$$



Поляос усилие на единичную площадку будет:

$$z = S_{00} + S_{v1}$$

нли

$$= \left( E : F_{nx} - E \int_{0}^{1} F_{nx} dx_{r} \right) + E : (1 - F_{nx}).$$

Окончательно для микронапряжения имеем (рис. 2, а):

$$s = E\left(z - \int F_{ac} dz_{c}\right). \quad (1)$$

26

К физической теории упруго-плястических деформаций

Касательныя модуль легко определяется (рис. 2, б):

$$E_I = \frac{dz}{dz} = E(1 - E_{-}). \tag{2}$$

Вторая производная от = (рис. 2, в):

$$\frac{dF_{uu}}{dz^2} = -E \frac{dF_{uu}}{dz} = -Ef(z), \qquad (3)$$

где / (є) — скорость роста пластической зоны.

Изучая процессы пластического деформирования полукристаллов металла кубической системы, нами обнаружено, что при осевом дейетвии силы функция *f* (=) близка или к линейпой зависимости (z-железо) или к параболической зависимости (хромоникелевая сталь).

1. Линейная зависимость. Пусть исходная функция пластического процесся – линейная зависимость

$$f(z) = f_0\left(\frac{z_1 - z}{z_1 - z_0}\right), \qquad (4)$$

причем,

$$\int f(z) dz = 1; \quad f_0 = \frac{2}{z_{\tau} - z_0}$$
 (5)

По определению

$$F_{nx} = \int_{z_{i}}^{z} f(z_{i}) dz_{i}, \qquad (6)$$

поэтому

$$F_{a,i} = \frac{3\left(\varepsilon - \varepsilon_0\right)}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}\right)^2,\tag{7}$$

Следовательно, касательный модуль

$$E_t = E\left(1 - F_{\rm m}\right) = E\left(1 - \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}\right)^2 \tag{8}$$

Эта фонмула применяется для проверки конструкции из углеродистых сталей на устойчивость ( $\gamma_{NP} = \pi^{\mu} E_{e} \mu^{\mu}$  в пластической области). При этом необходимо знать выражение для напряжения в упруго-пластической области. Пульзуясь формулой (1) и внося в нее выражение (7), после интегрирования вмеем:

$$= E\left[ -\frac{(z-z_0)^2}{z_\tau - z_0} + \frac{(z-z_0)^2}{3(z_\tau - z_0)^2} \right]$$
 (9)

Характерио, что из (9) при 🚛 🖬 получаем:

$$=\frac{3z_1-2z_0}{E}$$
 (10)

что дает для мягкой стали  $\varepsilon_r = 0,00179$  ( = 0,001). Для многих новых-"тягучих" сталей упруго-пластическая область имеет больший по дляне диапазон

2. Параболическая зависимость. Пусть исходная функция пластического процесса квадратиая парабола вида:

$$f(z) = f_{\theta} \left[ -1 - \frac{(z - z_0)^2}{z_0 - z_0} \right] ,$$
(11)

где, согласно (5),

$$f_{0} = \frac{3}{2(z_{v} - z_{0})}$$
 (12)

Площадь пластической зоны по (б)

$$F_{i,j} = \frac{3}{2} \cdot \frac{z - z_{j}}{z_{j} - z_{j}} = \frac{1}{2} \left( \frac{z - z_{j}}{z_{j} - z_{j}} \right)^{3} \cdot$$
(13)

Касательный модуль теперь:

$$E_{t} = E \left[ 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{z - z_{0}}{z_{0} - z_{0}} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{z - z_{0}}{z_{0} - z_{0}} \right)^{2} \right]$$
(14)

— выражение, резко отличное от (8).

Пользуясь (13) и ннося его в соотношение (7), имеем следующую зависимость для э:

$$= E \left[ \varepsilon - \frac{3}{4} - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0} - \frac{1}{8} - \frac{\varepsilon_0}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)} \right]$$
(15)

Теперь при тель из (15) получаем:

$$v_{\mu} = \frac{1}{3E} \left( 8 \, z_{\mu} - 5 \, z_{\mu} \right), \tag{16}$$

что хорошо соотнетствует данным для стали 15ХСНД.

Для случая стали с большой областью пластических деформах иий (например, сплав 29:  $z_1 = 9000, z_0 = 6000, \lambda_{up} = 60, z_{up} = 9000 = 50\lambda$ ) функция f(z) берется по параболе вида:

$$f(z) = f_z \left(\frac{z_z}{z_1 - z_0}\right)^2 +$$

rae  $f_0 = 3 (z_1 - z_0)$ .

Касательный модуль

$$E_{t} = E \left[ \frac{3(\varepsilon - \varepsilon_{0})}{\varepsilon_{\tau} - \varepsilon_{0}} - 3\left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_{0}}{\varepsilon_{\tau} - \varepsilon_{0}} \right)^{2} + \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_{0}}{\varepsilon_{\tau} - \varepsilon_{0}} \right)^{3} \right] \cdot$$
(17)

Завченмость для э:

$$z = E \left[ z - \frac{3(z - z_0)^2}{2(z_r - z_0)} + \frac{(z - z_0)^3}{(z_r - z_0)^2} - \frac{(z - z_0)^4}{4(z_r - z_0)^3} \right].$$
(18)

Характерные деформации в этом случае будут равны: -, -0,00636; = 0,00273. Предельная гибкость д<sub>пр</sub> -- 60, при превышении которой справедлино решение Эйлера. Значение в;, исходя из выражения (18), волучаем по формуле

$$=\frac{16\circ,-12}{E}$$

=

Таким образом, получены физически вполне обоснованные выражения для Е, и з в упруго-плас-

тической области, что обеспечивает уточнение расчета конструкций по предельным состояниям с допуском пластических деформаций.

Для малоуглеродистой стали Ст. 3 нами произведено сопоставление значений касательного модуля, вычисленных по (8) и по формуле Шенли:

**УИСИ** 



$$E_t = E \left[ 1 - \left( \frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma_\tau - \sigma_0} \right)^2 \right]$$

Результаты сравнения представлены на рис. З (пунктирная кривая по Шевли, сплошная кривая по формуле (8)). Значения модулей приведеим в функции от гибкости 7 для реализации расчетов на устойчивость. Действительные значения касательного модуля оказались и и к е, чем по Шенли (при 4 = 60 отклонение в 18.7 1. Расчет на устойчивость по Шенли – не в запас устойчивости.

Поступико 31.Х.197.).

#### ъ. ч. ՍՆԻՏԿՈ

## ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ԽՆԳԻՐՆԵՐՈՒՄ ԱՌԱՉԳԱ\_ՊԼԱՍՏԽԿԱԿԱՆ ԳԵՖՈՐԾԱՑԻԱՆԵՐԻ ՖԻՉԻԱԿԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ԿԻՐԱՒԾԱՆ ԱՌԹԻՎ

Օդաադործելով կվադիկղոարոպ մարմնի փոթր էլեմնեաի ձևափոխության Ֆիդիկական պրոցեսի սիևման, Շոդվածում առաջարկվում է առաձգականա#։ան շոշավող մողուլի անողիաիկ արտանայտու#յուն։ Կրիստալլիտի պտտման անկյան մի շարջ արժերների նամար ստացված են ճոսունու#յան սանմանի ժասնակի արժերներ, որոնց դումարը իրենից ներկայացնում է ագրեգատի ճոսունու#յան սանմանը։ Գանված առաձղականու#յան շոշափող մողուլի օգնու#յամբ ուսումնասիրված է սնդմված ձողի կայունու#յունը առաձգա-պլաստիկական ղեխորմացիաների տիրույ#ում։ Մասնավոր օրինակի վրա արված որ ըստ Շենլիի կատարված կայունու#յան նաշվարկը կարող է տար կրիաիկական բեռի խիստ մեծաղված արժեր։

#### **ЛИТЕРАТУРА**

- 1 Chwalla E. Theorie des autermittig gedruckten Stabes aus Baustahl "Stabibau", 1904. H. 21-23.
- 2. Пиниджин В. В. К попросу несущен способности сжато-изогнутых стержиов. Проект и стандарт", № 1, 1938.
- 3. Shanley F. R. Inelastic Column Theory, JAS, v. 13, Nº 12, 1946.