

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

М. А. КАРАПЕТЯН, В. А. ГРИГОРЯН, В. В. АРУТЮНИАН

ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОГО ПОЛЯ В
ДИСПЕРСНОЙ СИСТЕМЕ С ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫМИ
ВКЛЮЧЕНИЯМИ МАЛОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ

В момент приложения постоянного напряжения на образец электрическое поле распределяется между участками межэлектродного пространства пропорционально их диэлектрическим проницаемостям и некоторому геометрическому фактору. Со временем поле перераспределяется, и в установившемся режиме распределение поля в пространстве определяется уже проводимостями участков. Известен расчет перераспределения во времени постоянного поля в сложном диэлектрике, находящемся в поле плоского конденсатора [1]. Однако соответствующий расчет для дисперсной системы с различной формой вclusions отсутствует. В статье приводится расчет перераспределения постоянного поля в дисперсной системе с эллипсоидальными включениями.

Пусть из пространства с дисперсной системой выделен участок, содержащий одно эллипсоидальное включение (с параметрами ϵ_2, τ_1), размеры которого намного меньше размеров участка. Это условие может иметь место при малой концентрации вclusions. Пусть при отсутствии эллипсоида созданное постоянное поле в дисперсионной среде (с параметрами ϵ_1, τ_2) участка однородное и имеет напряженность E_0 . Вследствие малой концентрации вclusions взаимным влиянием поляризованных эллипсоидов можно пренебречь и полем, действующим на включение, будем считать поле E_0 . Предположим также,

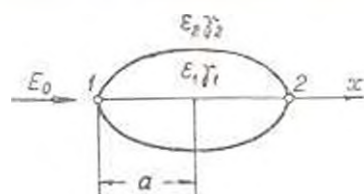


Рис. 1.

это вектор напряженности E_0 , главная ось эллипсоида и ось x декартовой координатной системы совпадают по направлениям (рис. 1). В реальных условиях эллипсоидальные включения в дисперсной системе распределены хаотично до подачи напряжения на электроды. После подачи напряжения поляризованные

включения под действием внешнего поля начинают ориентироваться своими длинными осями по направлению этого поля. Если взаимное влияние соседних поляризованных вclusions пренебрегается, а вязкость среды мала, то ориентация вclusions произойдет мгновенно. Здесь рассматривается именно этот частный случай. Согласно [2], в первое мгновение напряженность поля внутри и вне эллипсоида (в точке 1 или 2) определится по выражениям:

$$E_{\text{вн}}(0) = \frac{\varepsilon_2 E_0}{\varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) N_1} \quad (1)$$

$$E_{\text{вн}}(0) = \frac{\varepsilon_1 E_0}{\varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) N_2}$$

где N_x — коэффициент деполяризации вдоль оси x [2, 3]:

$$N_x = \frac{abc}{2} \int_0^{\pi} \frac{ds}{(s + a^2)^{1/2} (s + b^2)^{1/2} (s + c^2)^{1/2}} \quad (2)$$

Здесь $2a$, $2b$ и $2c$ размеры эллипсоида вдоль осей x , y , z . После необходимых преобразований (1) можно придать вид:

$$E_{\text{вн}}(0) = E_0 - \frac{P_{\text{вн}}(0)}{4\pi a^3 \varepsilon_2} \quad (3)$$

$$E_{\text{вн}}(0) = E_0 + \frac{1 - N_1}{N_2} \cdot \frac{P_{\text{вн}}(0)}{4\pi a^3 \varepsilon_2}$$

где

$$P_{\text{вн}}(0) = 4\pi a^3 \varepsilon_2 N_1 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) N_1} E_0 \quad (4)$$

Под $P_{\text{вн}}(0)$, а в общем виде под $P_{\text{вн}}(t)$, подразумевается электрический момент поляризованного эллипсоида или момент эквивалентного точечного диполя, помещенного в центре эллипсоида. В общем виде для полей внутри и вне эллипсоида (в точках 1 и 2) имеем:

$$E_{\text{вн}}(t) = E_0 - \frac{P_{\text{вн}}(t)}{4\pi a^3 \varepsilon_2} \quad (5)$$

$$E_{\text{вн}}(t) = E_0 + \frac{1 - N_1}{N_2} \cdot \frac{P_{\text{вн}}(t)}{4\pi a^3 \varepsilon_2}$$

В (5) неизвестным является $P_{\text{вн}}(t)$. Для его определения воспользуемся граничным условием для плотностей полных токов, записанных для точки 1 или 2:

$$\varepsilon_1 E_{\text{вн}}(t) - \varepsilon_2 \frac{dE_{\text{вн}}(t)}{dt} = \varepsilon_1 E_{\text{вн}}(t) - \varepsilon_2 \frac{dE_{\text{вн}}(t)}{dt} \quad (6)$$

Подставив (5) в (6), получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{dP_{\text{вн}}}{dt} [\varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) N_1] + P_{\text{вн}} [\varepsilon_2 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) N_1] = 4\pi a^3 \varepsilon_2 N_1 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) E_0 \quad (7)$$

решением которого является функция

$$P_{\pm 1}(t) = 4\pi a^2 \varepsilon_2 N_2 [m_1 - n_1] e^{-\frac{t}{\tau_2}} + n_1 E_{\text{вн}} \quad (8)$$

Здесь постоянная времени установления поля

$$\tau_1 = \frac{\varepsilon_1 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) N_2}{\gamma_1 + (\gamma_1 - \gamma_2) N_2} \quad (9)$$

$$m_1 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) N_2}, \quad n_1 = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_2 + (\gamma_1 - \gamma_2) N_2} \quad (10)$$

Таким образом, поле будет перераспределяться согласно уравнениям:

$$E_{\text{вн}}(t) = [1 - n_1 N_2 - N_2 (m_1 - n_1) e^{-\frac{t}{\tau_1}}] E_0 \quad (11)$$

$$E_{\text{вн}}(t) = [1 - (1 - N_2) n_1 + (1 - N_2)(m_1 - n_1) e^{-\frac{t}{\tau_1}}] E_0$$

Рассмотрим частные случаи сферы, диска и иглы.

В случае сферы $N_2 = 1/3$, тогда

$$P_{\pm 1}(t) = 4\pi a^2 \varepsilon_2 [(m - n) e^{-\frac{t}{\tau}} + n] E_0 \quad (12)$$

где

$$\tau = \frac{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2}{\gamma_1 + 2\gamma_2}, \quad m = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2}, \quad n = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_1 + 2\gamma_2}$$

При этом для напряженностей получаем

$$E_{\text{вн}}(t) = [1 - n - (m - n) e^{-\frac{t}{\tau}}] E_0 \quad (13)$$

$$E_{\text{вн}}(t) = [1 - 2n + 2(m - n) e^{-\frac{t}{\tau}}] E_0$$

В случае диска, перпендикулярного к оси, $N_2 = 1$. В этом случае

$$E_{\text{вн}}(t) = [1 - n_0 - (m_0 - n_1) e^{-\frac{t}{\tau}}] E_0, \quad E_{\text{вн}}(t) = E_0 = \text{const.} \quad (14)$$

Здесь

$$m_0 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1}, \quad n_0 = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_1}, \quad \tau_0 = \frac{\varepsilon_1}{\gamma_1}$$

Для иглы $N_2 = 0$. Подставив это значение в (11), получим:

$$E_{\text{вн}}(t) = E_0 = \text{const.} \quad (15)$$

$$E_{\text{вн}}(t) = [1 - n_1 - (m_1 - n_1) e^{-\frac{t}{\tau_1}}] E_0$$

где

$$\tau_1 = \frac{\varepsilon_1}{\gamma_1}, \quad m_1 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2}, \quad n_1 = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_2}$$

Выражения (6) и (11) дают возможность определить плотность полного тока на вершине эллипсоида:

$$j(t) = \gamma_1 (1 - n_1 N_1) E_c + \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon} - \gamma_1 \right) (m_1 - n_1) N_1 E_{in} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (16)$$

Первая составляющая (16) является плотностью остаточного тока, а вторая — плотностью тока абсорбции.

В ы в о д ы

1. Получены формулы перераспределения постоянного электрического поля в дисперсной системе с эллипсоидальными включениями.

2. Получена формула для электрического момента эллипсоида, которая может быть использована в дальнейшем для расчета диэлектрической проницаемости дисперсной системы.

3. Определены плотности остаточного и абсорбционного токов на вершине эллипсоида.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Получено 29.V.1970.

И. И. ГИРЯНОВИЧ, Д. И. ГИРЯНОВИЧ, Д. Д. ГИРЯНОВИЧ

ՀԱՍՏԱՏՈՒՆ ԳՈՒՇՈՒ ՎԵՐԱԲԱՆԱԿՈՒՄԸ ՓՈԿՐ ԿՈՆՑԵՆՏՐԱՑԻԱՅԻ ԷԼԻՊՍՈԻԴԱԼ
ՆԵՐԱՌՈՒՄՆԵՐՈՎ ԳԽՊՈՐՈՆ ՍԽՏՆԵՐՈՒՄ

Ա. Վ. Գ. Ի. Ի. Ի.

Ներառումների փոքր կոնցենտրացիայի դեպքում հարևան բևեռացված էլիպսոիդների դաշտերի փոխադրվածությունը կարելի է արհամարհել, քանի որ նրանց միջև հեռավորությունը շատ մեծ է սեփական շափերից: Այդ պայմաններում էլիպսոիդին բևեռացնող դաշտը հավասար է դիպոլերու միջավայրում համասեռ դաշտին, և դաշտի բաշխումը սխառեմի կոմպոնենտների միջև տուգին ալեմիարթին էլիքնի ալեպես, ինչպես զրաբանությունից հաշտնի միաշաղկի զիլիկարիկ էլիպսոիդի էլեկտրաստատիկ դաշտի դեպքում: Սակայն ժամանակի բնթայրում դաշտը ունի դիպոլերու միջավայրի և էլիպսոիդի հաղորդակա նությունների տղղեպովան տակ վերաբաշխում է:

Աշխատանքում հաշվված է ժամանակի բնթայրում հաստատուն դաշտի վերաբաշխման որևեր, որովում է էլիպսոիդի էլեկտրական մոմենտի բանաձևը: Գտնված են համապատասխան բանաձևեր զնդի, սկալարուկի և տեկնի մասնավոր դեպքերի համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Силкин Г. И. Физика диэлектриков. ГИТТ, 1949.
2. Страттон Дж. Л. Теория электромагнетизма. ОГИЗ Гостехиздат, 1948.
3. Негушан А. В. и др. Высокочастотный анализ диэлектриков и полупроводников. Госэнергиздат, 1959.