

ЭНЕРГЕТИКА

Г. Т. АДОЦ

УРАВНЕНИЯ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЛИНИИ
 С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

В электроэнергетике продолжается рост числа дальних линий электропередач напряжением 500 кВ. Ведутся большие работы по созданию сверхдальних электропередач на еще более высокие напряжения, предназначенных для обеспечения магистральных связей между отдельными энергосистемами. В этой связи возникает необходимость разработки методов расчета установившихся режимов электроэнергетических систем и их обобщений, в которых дальние и сверхдальние линии электропередачи представляются параметрами, распределенными по линии.

Целью данной статьи является вывод уравнений установившегося режима линии с распределенными параметрами и форме, соответствующей задачам расчета установившихся режимов электроэнергетических систем, содержащих длинные линии.

В качестве исходных примем следующие выражения связи между комплексными напряжениями ($\dot{U}_x$) и токами ($\dot{I}_x$) в любой точке линии с распределенными параметрами через напряжение ($\dot{U}_2$) и ток ($\dot{I}_2$) в конце линии [1]:

$$\dot{U}_x = \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma (l - x) + \frac{1}{Y_0} \dot{I}_2 \operatorname{sh} \gamma (l - x);$$

$$\dot{I}_x = \dot{U}_2 Y_0 \operatorname{sh} \gamma (l - x) + \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma (l - x), \quad (\text{a})$$

где

l — длина линии;

x — расстояние от начала линии до произвольной ее точки;

$$Y_0 = \sqrt{\frac{g + j\omega C}{r + j\omega L}} \text{ — волновая проводимость линии;}$$

$$\gamma = \sqrt{(r + j\omega L)(g + j\omega C)} = \alpha + j\beta \text{ — коэффициент распространения;}$$

r, g, L, C — параметры на единицу длины линии.

Принимая $x = 0$, получим выражения напряжения ($\dot{U}_1$) и тока ($\dot{I}_1$) в начале линии через $\dot{U}_2$ и $\dot{I}_2$ в конце линии, а именно:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma l + \frac{1}{Y_0} \dot{I}_2 \operatorname{sh} \gamma l;$$

$$\bar{I}_1 = \dot{U}_2 Y_b \operatorname{sh} \gamma l + I_2 \operatorname{ch} \gamma l. \quad (6)$$

Расчет установившегося режима линии с распределенными параметрами в настоящей статье рассматривается как две последовательно решаемые задачи. В первой определяется установившийся режим на концах линии. Во второй определяется установившийся режим линии в произвольной ее точке.

Постановка первой задачи. Принимаются в качестве заданных: активная (P_m) и реактивная (Q_m) мощности начала ($m = 1$) или конца ($m = 2$) линии. Требуется определить: модуль (U_k) и фазу (φ_k) комплексного напряжения ($\dot{U}_k$) конца ($k = 2$) или начала ($k = 1$) линии. Итак, имеем $m, k = 1, 2; m \neq k$.

Для решения этой задачи в качестве исходных примем уравнения в форме (6).

Преобразуем систему (6) к виду уравнений четырехполюсника, записанных в форме (Y):

$$\begin{bmatrix} Y_b \frac{\operatorname{ch} \gamma l}{\operatorname{sh} \gamma l} & -Y_b \frac{1}{\operatorname{sh} \gamma l} \\ Y_b \frac{1}{\operatorname{sh} \gamma l} & -Y_b \frac{\operatorname{ch} \gamma l}{\operatorname{sh} \gamma l} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $\operatorname{sh} \gamma l, \operatorname{ch} \gamma l$ — функции комплексного аргумента $\gamma l = (\gamma + j\beta) l$.

Дополним (1) следующими выражениями комплексных мощностей генератора, действующего на входных—1, и нагрузки, подключенной к выходным—2 зажимам четырехполюсника:

$$\begin{aligned} P_1 - jQ_1 &= \dot{U}_1 \dot{I}_1 \\ P_2 - jQ_2 &= -\dot{U}_2 \dot{I}_2 \end{aligned} \quad (2)$$

где $\dot{U}$ — величина, сопряженная с комплексом U .

Путем исключения из системы (1) токов $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$, используя для этой цели выражения (2), получаются следующие уравнения комплексной мощности на зажимах линии с распределенными параметрами в функции ее комплексных напряжений и вторичных ее параметров Y_b и γ :

$$P_m - jQ_m = \frac{Y_l}{\operatorname{sh} \gamma l} (\dot{U}_m' \operatorname{ch} \gamma l - \dot{U}_m U_k), \quad (3)$$

где $m = 1, 2$ — индекс начала и конца линии.

После преобразований получаются следующие формулы для расчета активной и реактивной мощностей:

$$P_m = U_m y_0 \frac{1}{s} [U_m \cos(\varepsilon - \varphi_1 + \varphi_2) - U_k \cos(\varepsilon - \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_m)],$$

$$Q_m = U_m y_h \frac{1}{s} [-U_m c \sin(\varepsilon - \rho_s + \rho_c) + U_k \sin(\varepsilon - \rho_s + \rho_c - \beta_m)], \quad (4)$$

где коэффициенты y_h , s , c , ε , ρ_s , ρ_c определяются в функции параметров линии, а именно:

$$y_h = \frac{1}{l} \frac{(gr - \omega^2 CL)^2 + \omega^2 (Cr - Lg)^2}{r^2 + \omega^2 L^2};$$

$$s = \frac{1}{l} \sqrt{\text{sh}^2 \alpha l \cos^2 \beta l - \text{ch}^2 \alpha l \sin^2 \beta l};$$

$$c = \frac{1}{l} \sqrt{\text{ch}^2 \alpha l \cos^2 \beta l - \text{sh}^2 \alpha l \sin^2 \beta l};$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \arctg \frac{\omega (Cr - Lg)}{gr - \omega^2 CL};$$

$$\rho_s = \arctg \frac{\text{ch} \alpha l \sin \beta l}{\text{sh} \alpha l \cos \beta l};$$

$$\rho_c = \arctg \frac{\text{sh} \alpha l \sin \beta l}{\text{ch} \alpha l \cos \beta l};$$

$$\alpha = \frac{\omega}{2g} (Lg + Cr);$$

$$\beta = \frac{1}{2} \arctg \frac{\omega^2 LC - rg}{(r^2 + \omega^2 L^2)(g^2 + \omega^2 C^2)}. \quad (5)$$

Учитывая, что линия с распределенными параметрами, представляемая четырехполюсником, служит связью между энергосистемами, эквивалентизируемыми многополюсниками, целесообразно искомые уравнения установившегося режима линии с распределенными параметрами записать в форме, соответствующей условиям указанного метода [2] расчета. С учетом сказанного на основе уравнений (4) получаются выражения (6) – (9) для искомых значений: активной мощности P_m , реактивной мощности Q_m , модуля напряжений U_k и синуса фазы напряжения $x_k = \sin \beta_k$ соответственно для узлов m, k четырехполюсника, эквивалентно представляющего линию с распределенными параметрами. Так как $m \neq k$, то очевидно, что в данной задаче величины P_k, Q_k, U_k, β_k принимаются в качестве заданных.

$$P_m = U_m^2 a - U_m U_k \frac{R_h}{s} [\cos(\varepsilon - \rho_s) (1 - x_m^2)(1 - x_k^2) - x_m x_k] - \\ - \sin(\varepsilon - \rho_s) (x_m | 1 - x_k^2 - x_k | 1 - x_m^2)]; \quad (6)$$

$$Q_m = U_m^2 b + U_m U_k \frac{B_h}{s} [\cos(\varepsilon - \rho_s) (x_k | 1 - x_m^2 - x_m | 1 - x_k^2) + \\ + \sin(\varepsilon - \rho_s) (1 - x_m^2)(1 - x_k^2) + x_m x_k)]; \quad (7)$$

$$x_k = \frac{1}{U_k^2 b - Q_k} \left\{ (P_k - U_k^2 a) \sqrt{1 - x_k^2} + U_k U_m y_s \frac{1}{s} [\cos(\varepsilon - \rho_s) \sqrt{1 - x_m^2} - \sin(\varepsilon - \rho_s) x_m] \right\}; \quad (8)$$

$$U_k = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}, \quad (9)$$

где

$$p = U_m y_b \frac{1}{bs} [\sin(\varepsilon - \rho_s) \sqrt{(1 - x_k^2)(1 - x_m^2)} + x_k x_m] + \\ + \cos(\varepsilon - \rho_s)(x_m \sqrt{1 - x_k^2} - x_k \sqrt{1 - x_m^2}); \\ q = -\frac{Q_k}{b}; \quad x_m = \sin \psi_m; \quad x_k = \sin \psi_k;$$

$$a = y_b \frac{c}{s} \cos(\varepsilon - \rho_s + \rho_c); \quad b = -y_b \frac{c}{s} \sin(\varepsilon - \rho_s + \rho_c);$$

$$m, k = 1, 2; \quad m \neq k.$$

Полученные уравнения (6) - (9) установившегося режима линии с распределенными параметрами могут быть записаны в следующей форме неявных функций:

$$P_m^{i+1} = P(x_k^i; U_k^i); \quad (6')$$

$$Q_m^{i+1} = Q(x_k^i; U_k^i); \quad (7')$$

$$x_k^{i+1} = x(x_k^i; U_k^i); \quad (8')$$

$$U_k^{i+1} = U(x_k^i); \quad (9')$$

где i — индекс шага итерации.

Из структуры уравнений (6') - (9') видно, что они являются нелинейными и могут быть решены методами последовательных приближений [3]. После их решения величины комплексных токов I_1 и I_2 легко определяются согласно уравнениям (2). Решения этих уравнений могут быть записаны в следующей форме:

$$I_m = \frac{1}{U_m} \sqrt{P_m^2 + Q_m^2}; \quad (10)$$

$$\gamma_m = \psi_m - \arctg \frac{Q_m}{P_m}, \quad (11)$$

где I_m , γ_m — модуль и аргумент комплексного тока в конце ($m=2$) и в начале ($m=1$) линии;

φ_m — фаза комплексного напряжения U_m .

По полученным результатам расчета установившегося режима на концах линии можно определить также потери активной (p) и реактивной (q) мощностей в линии, а именно:

$$p = P_1 - P_2; \quad q = Q_1 - Q_2. \quad (12)$$

Постановка второй задачи. Принимаются в качестве заданных комплексное напряжение (U_1) и ток (I_2) в конце линии. Эти величины получаются, как было отмечено выше, в результате решения уравнений (6) — (11). Требуется определить режим линии в любой ее точке, т. е. U_x , I_x , P_x , Q_x . Исходным для решения этой задачи могут служить уравнения (а) и (2).

Активное (U'_x) и реактивное (U''_x) слагаемые напряжения в произвольной (x) точке линии могут быть вычислены по следующим формулам:

$$U'_x = U_1 c_1 \cos(\gamma_2 + \rho_{cx}) + \frac{1}{y_b} I_2 s_x \cos(\gamma_2 - \varepsilon + \rho_{sx}); \quad (13)$$

$$U''_x = U_1 c_1 \sin(\gamma_2 + \rho_{cx}) + \frac{1}{y_b} I_2 s_x \sin(\gamma_2 - \varepsilon + \rho_{sx}). \quad (14)$$

Аналогично вычисляются активные (I'_x) и реактивные (I''_x) слагаемые тока в произвольной (x) точке линии:

$$I'_x = I_1 c_1 \cos(\gamma_2 + \rho_{cx}) + Y_b U_2 s_x \cos(\gamma_2 + \varepsilon + \rho_{sx}); \quad (15)$$

$$I''_x = I_1 c_1 \sin(\gamma_2 + \rho_{cx}) + Y_b U_2 s_x \sin(\gamma_2 + \varepsilon + \rho_{sx}). \quad (16)$$

Используемые в формулах (13) + (16) коэффициенты определяются выражениями:

$$c_x = \sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha(l-x) \cos^2 \beta(l-x) + \operatorname{sh}^2 \alpha(l-x) \sin^2 \beta(l-x)};$$

$$s_x = \sqrt{\operatorname{sh}^2 \alpha(l-x) \cos^2 \beta(l-x) + \operatorname{ch}^2 \alpha(l-x) \sin^2 \beta(l-x)};$$

$$\rho_{cx} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\operatorname{ch} \alpha(l-x) \sin \beta(l-x)}{\operatorname{sh} \alpha(l-x) \cos \beta(l-x)};$$

$$\rho_{sx} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\operatorname{sh} \alpha(l-x) \sin \beta(l-x)}{\operatorname{ch} \alpha(l-x) \cos \beta(l-x)}, \quad (17)$$

где x — расстояние от начала линии до произвольной ее точки.

Коэффициенты α , β , y_{01} — определяются согласно (5). Легко заметить, что коэффициенты c , s , γ_{01} , γ_1 , определяемые по (5), получаются из (17), если в последних принять $x = 0$, что будет соответствовать условию $\dot{U}_x = \dot{U}_1$, $I_x = I_1$.

По вычисленным величинам активных и реактивных слагаемых токов и напряжений в произвольной точке линии легко определяются комплексные $\dot{U}_x$ и $\dot{I}_x$, а именно:

$$U = U_x + jU'_x = U_x e^{j\psi_x};$$

$$I_x = I_x + jI'_x = I_x e^{j\gamma_x},$$

где

$$U_x = \sqrt{(U_x)^2 + (U'_x)^2}; \quad \psi_x = \arctg \frac{U'_x}{U_x};$$

$$I_x = \sqrt{(I_x)^2 + (I'_x)^2}; \quad \gamma_x = \arctg \frac{I'_x}{I_x}.$$

Легко вычисляются также активные и реактивные мощности в произвольной точке линии:

$$P_x = U_x I_x \cos(\psi_x - \gamma_x); \quad (19)$$

$$Q_x = U_x I_x \sin(\psi_x - \gamma_x).$$

Выводы: Установившийся режим линии с распределенными параметрами находится путем последовательного решения двух задач. В первой задаче определяются параметры режима в начале и конце линии, во второй задаче — параметры режима в произвольной точке линии. Для решения первой задачи предлагаются формулы (6) — (11), для второй задачи — формулы (13) — (19).

АрмНИИЭ

Поступило 23.X.1960.

С. С. ԱԶՈՆԻ

ՔԱՆԻՎԱՆ ՊԱՐԱՄԵՏՐՆԵՐՈՎ ԳՈՒ ԿԱՅՈՒՆԱՅԱՆ ՌԵՅԻՄԻ ԶԱՎԱՍԿՈՒՄԵՐՆԵՐԸ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Վ

Քաշիված պարամետրներով գծի կայունացած սեփմի պարամետրները գտնվում են հաջորդաբար երկու խնդիրներ լուծելով: Առաջին խնդրի լուծումից ստացվում են գծի սեփմի պարամետրները նրա սկզբում և վերջում, երկրորդի լուծումից՝ գծի սեփմի պարամետրները նրա կամայական կետում: Առաջին խնդրի լուծման համար առաջարկվում են (6) — (11) բանաձևերը, երկրորդի համար՝ (13) — (19) բանաձևերը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники Изд. "Энергия", 1966.
2. Адоц Г. Т. Алгоритм расчета установившегося режима энергосистем с учетом нелинейных характеристик генераторов и нагрузок. "Электричество", № 2, 1970.
3. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики Изд. "Наука", 1970