ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXIII, № 6, 1970 Серия технических наук

ТЕПЛОТЕХНИКА

Р. П. АРСЕНЯН, И. С. ДЖАГИНЯН

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ РЕЖИМОВ ПОМЕЩЕНИЙ

Для создания комфортных условий и оптимальной организации режима работы систем отопления и охлаждения зданий необходимо знание их теплового режима, который зависит от метеорологических и геофизических условий данной местности, назначения и конструктивных особенностей здания.

Большинство этих факторов меняется в широком диапазоне. Поэтому действительную картину теплового режима помещения аналитически можно получить лишь рассмотрением процесса теплопередачи в нестационарном режиме.

Тепловые воздействия передаются в помещение через ее ограждения, которые делятся на массивные—инерционные и безынерционные. Тепловая волна через массивные ограждения передается посредством теплопроводности и температурные колебания проникают в глубину ограждения со значительным опозданием по фазе. А при прохождении потока тепла через безынерционные ограждения запаздывание фаз температурных колебаний незначительно и в практических расчетах им можно пренебречь.

Количество тепла, передаваемое от наружного воздуха и солнечной радиации единице площади наружной поверхности ограждения, будет:

$$q = \alpha_н (t_{нв} - t_{нп}) + bJ, \tag{1}$$

где $\alpha_н$ — коэффициент теплопередачи от наружного воздуха к наружной поверхности ограждения (*ккал/м²·°С·час*); $t_{нв}$, $t_{нп}$ — соответственно температуры наружного воздуха и наружной поверхности ограждения (°С); b — коэффициент поглощения солнечной радиации наружной поверхностью; J — интенсивность солнечной радиации на поверхности данной ориентации (*ккал/час·м²*).

С другой стороны, это количество тепла благодаря теплопроводности проходит через ограждение, т. е.

$$q = \lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=0}. \tag{2}$$

Здесь λ — коэффициент теплопроводности материала ограждения (*ккал/м*·°С·*час*); $\partial t/\partial x$ — температурный градиент в слое ограждения толщиной ∂x:

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{t_{нп} - t_{\Delta x}}{\Delta x}, \tag{3}$$

где $t_{\Delta x}$ — температура в слое ограждения, расположенного на расстоянии Δx от наружной поверхности.

Из уравнений (1), (2) и (3) температура наружной поверхности будет:

$$t_{нп} = \frac{b/\Delta x + \alpha_н \Delta x t_{нв} + \lambda t_{\Delta x}}{\alpha_н \Delta x + \lambda}. \tag{4}$$

Изменение температуры во времени во внутренних слоях ограждения определяется дифференциальным уравнением Фурье:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}, \tag{5}$$

где τ — время (*час*); $a = \lambda/c\gamma$ — коэффициент температуропроводности (*м*²/*час*); c — удельная теплоемкость материала ограждения (*ккал/кг*·°С); γ — удельный вес материала (*кг/м*³).

Аналитическое решение дифференциального уравнения (5) связано с большими затруднениями, а иногда и невозможно. Поэтому наиболее удобно приближенное ее решение методом численного интегрирования [1, 2]. Если в уравнение (5) вместо бесконечно малых изменений ∂x, ∂t, $\partial \tau$ подставить какие-то конечные значения Δx, Δt, $\Delta \tau$, то уравнение можно преобразовать в выражение:

$$\frac{\Delta t_{x=\mathrm{const}}}{\Delta \tau} = a \frac{\Delta^2 t_{\tau=\mathrm{const}}}{\Delta x^2}. \tag{6}$$

Для применения (6) рассматриваемое ограждение (стена, перекрытие и т. д.) необходимо разделить на n слоев, толщиной Δx; заданный период времени также делят на h промежутков времени продолжительностью $\Delta\tau$. Тогда после некоторых преобразований [3] из уравнения (6) получим:

$$\frac{t_{j\Delta\tau, i\Delta x} - t_{(j-1)\Delta\tau, i\Delta x}}{\Delta \tau} = a \frac{t_{(j-1)\Delta\tau, (i+1)\Delta x} - 2t_{(j-1)\Delta\tau, i\Delta x} + t_{(j-1)\Delta\tau, (i-1)\Delta x}}{\Delta x^2}, \tag{7a}$$

где $t_{j\Delta\tau, i\Delta x}$ — температура в слое на расстоянии $i\Delta x$ от наружной поверхности ($i = 1, 2, \cdots, n$) в момент $j\Delta\tau$ после начала процесса ($j = 1, 2, \cdots, h$);

$t_{(j-1)\Delta\tau, (i-1)\Delta x}$ — температура в момент $(j-1)\Delta\tau$ в слое $(i-1)\Delta x$ от наружной поверхности.

Для удобства вместо $i\Delta x$ и $j\Delta\tau$ условно запишем i и j, тогда:

$$\frac{t_{ji} - t_{(j-1)i}}{\Delta\tau} = a\,\frac{t_{(j-1)(i-1)} - 2t_{(j-1)i} + t_{(j-1)(i+1)}}{\Delta x^2}, \tag{7б}$$

откуда

$$t_{ji} = \frac{a\,\Delta\tau}{\Delta x^2}\left[t_{(j-1)(i-1)} - 2t_{(j-1)i} + t_{(j-1)(i+1)}\right] + t_{(j-1)i}. \tag{8}$$

Как видно из (3), температура в любом i-ом слое ограждения в данный j-ый момент определяется при помощи температур данного слоя и прилежащих к нему $(i-1)$-го и $(i+1)$-го слоев за предшествующий $(j-1)$-ый момент. Для применения формулы (8) и расчетах необходимо, чтобы было задано распределение температуры в начальный нулевой момент времени во всех n слоях. Кроме начальных условий, необходимо также, чтобы были известны граничные условия – распределение температуры на поверхности ограждения $t_{0i} = t_{j0}$ во всем диапазоне времени τ. Граничные условия определяются решением уравнения (4). При этом t_{j1} в каждый момент времени вычисляется по уравнению (8) при $i = 1$.

Аналогичным образом определяются и температуры в отдельных слоях внутренних массивных ограждений. В этом случае граничными являются температурные условия соседнего помещения. В случае, когда температурный режим соседнего помещения такой же, как и для расчетного помещения, то в расчетах можно принять половину толщины внутреннего ограждения и температуры посредине толщины ограждения, т. е. граничные условия определяются уравнением:

$$t_{jn} = \frac{2a\Delta\tau}{\Delta x^2}\left(t_{(j-1)1} - t_{(j-1)0}\right) + t_{(j-1)0}. \tag{9}$$

Уравнение (9) получается из (8), если принять, что температуры в слоях, расположенных на одинаковом расстоянии от середины ограждения, равны, т. е. $t_{(j-1),1} = t_{(j-1),-1}$.

Для получения абсолютно „устойчивого" решения при выборе значений $\Delta\tau$ и Δx необходимо соблюдать условие [2]:

$$\Delta\tau \leqslant \frac{\Delta x^2}{2a}.$$

При помощи уравнений (8) и (9) в каждый j-ый момент определяются температуры до предпоследнего $(n-1)$-го слоя всех массивных ограждений.

Температуры внутренних поверхностей ограждений t_{jn} и внутреннего воздуха t_{j} определяются решением системы уравнений теплообмена между всеми ограждениями помещения, в том числе внутреннего воздуха и оборудования. Так, для данного k-го массивного ограждения, для которого уже определено $t_{j(n_k-1)}$, принимая, что помещение имеет m массивных и l безынерционных ограждений и внутреннему воздуху соответствует порядковый номер $m+l+1$, можно написать:

$$\frac{\lambda_k}{\Delta x_k}\left[t_{kj(n_k-1)} - t_{kjn_k}\right] + \frac{q_{kj}}{F_k} = \sum_{p=1}^{m+l+1} \alpha_{kp}\left(t_{kjn_k} - t_{pjn_p}\right), \quad (k \neq p) \qquad (9)$$

где α_{kp} — коэффициент теплообмена (конвективного или лучистого) между k-ым и соседним p-ым ограждениями (*ккал/м*^{2}·°*С·час*); q_{kj} — количество тепла, непосредственно поступающее на данную внутреннюю поверхность в момент j от солнечной радиации, а также от системы панельно-лучистого отопления или охлаждения, расположенной на данной поверхности (*ккал/час*); F_k — площадь внутренней поверхности ограждения k (*м*^{2}); t_{pjn_p} — температура на внутренней поверхности ограждения p в j-ый момент (°С).

Нетрудно заметить, что в уравнении (9) левая часть представляет собой количество тепла, поступающее на данную поверхность, а правая алгебраическая сумма тепловых потоков, идущих от данной поверхности ко всем соседним ограждениям.

Запишем уравнение (9) в следующем виде:

$$t_{kjn_k}\left(\frac{\lambda_k}{\Delta x_k} + \sum_{p=1}^{m+l+1} \alpha_{kp}\right) - \sum_{p=1}^{m+l+1} \alpha_{kp} t_{pjn_p} = \frac{q_{kj}}{F_k} + \frac{\lambda_k}{\Delta x_k} t_{kj(n_k-1)}, \quad (k \neq p) \qquad (10)$$

Поскольку при прохождении тепловой волны через $[k = (m+1) \div (m+l)]$-ые безынерционные ограждения не происходит запаздывание по фазе, то аналогичное уравнение будет:

$$t_{kjn_k}\left(\alpha_k + \sum_{p=1}^{m+l+1} \alpha_{kp}\right) - \sum_{p=1}^{m+l+1} \alpha_{kp} t_{pjn_p} = \frac{q_{kj}}{F_k} + \alpha_k t''_j, \quad (k \neq p) \qquad (11)$$

где α_k — коэффициент теплопередачи от наружного воздуха к внутренней поверхности безынерционного ограждения (*ккал/м*^{2}·°С·*час*); t''_j — температура наружного воздуха в j-ый момент (°С).

Приток тепла в помещение происходит также с инфильтрационным или приточным воздухом от механических систем вентиляции. Поэтому для внутреннего воздуха уравнение теплового баланса будет:

$$t_{kj}\left(V\gamma_b c_b + \sum_{p=1}^{m+l} \alpha_{kp} F_p\right) - \sum_{p=1}^{m+l} \alpha_{kp} F_p t_{pjn_p} = V\gamma_b c_b t''_j, \quad (k = m+l+1) \qquad (12)$$

где t_{kj} — температура внутреннего воздуха в j-ый момент (°С); V — количество инфильтрационного (или приточного) воздуха (*м*^{3}/*час*); γ_b и c_b — соответственно удельный вес (*кг/м*^{3}) и теплоемкость (*ккал/кг*·°С) инфильтрационного (приточного) воздуха; F_p — площадь поверхностей ограждений, с которыми соприкасается внутренний воздух (*м*^{2}).

В случае приточной вентиляции взамен t''_j необходимо взять температуру приточного воздуха.

Система уравнений, решением которой можно получить температуру внутренних поверхностей всех ограждений и внутреннего воздуха, будет:

$$
\left.
\begin{aligned}
& t_{kjn_k}\left(\frac{\lambda_k}{\Delta x_k}+\sum_{p=1}^{m+l+1}\alpha_{kp}\right)-\sum_{p=1}^{m+l+1}\alpha_{kp}t_{pjn_p}=\frac{q_{kj}}{F_k}+\frac{\lambda_k}{\Delta x_k}t_{kj(n_k-1)},\\
& \qquad (k=1\div m),\quad (k\neq p)\\
& t_{kjn_k}\left(\alpha_k+\sum_{p=1}^{m+l+1}\alpha_{kp}\right)-\sum_{p=1}^{m+l+1}\alpha_{kp}t_{pjn_p}=\frac{q_{kj}}{F_k}+\alpha_k t_j^{н},\\
& \qquad [k=(m+1)\div(m+l)],\quad (k\neq p)\\
& t_{kj}\left(V\gamma_b c_b+\sum_{p=1}^{m+l}\alpha_{kp}F_p\right)-\sum_{p=1}^{m+l}\alpha_{kp}F_p t_{pjn_p}=V\gamma_b c_b t_j^{н},\\
& \qquad (k=m+l+1)
\end{aligned}
\right|
\quad (13)
$$

В зависимости от характера поставленной задачи в системе (13) неизвестными могут являться также и теплопоступления, в частности, такой задачей являются определение производительности систем отопления или охлаждения при заданном значении температуры внутреннего воздуха.

Предлагаемая методика моделирования позволяет получить полную картину температурного режима помещения с достаточной для практических целей точностью и при применении ЭЦВМ успешно может применяться для решения различных задач строительной теплофизики, отопления и кондиционирования воздуха промышленных и гражданских зданий.

АрмНИИЭ

Поступило 4.II.1970.

Ռ. Փ. ԱՐՍԵՆՅԱՆ, Ի. Ս. ՋԱՂԻՆՅԱՆ

ՇԵՆՔԵՐԻ ՋԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆԱՅԻՆ ՌԵԺԻՄՆԵՐԻ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼԱՎՈՐՈՒՄԸ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում վերլուծության են ենթարկվում շենքերի ջերմային ռեժիմների վրա ազդող հիմնական գործոնները: Ստացված է հավասարումների սիստեմ, որի միջոցով կարելի է հաշվել շենքի ջերմային ռեժիմը: Ըստ որում, արտաքին ջերմային ազդեցությունների փոփոխականության հաշվառքը կատարվում է վերջավոր տարբերությունների մեթոդով:

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лыков А. В., Михайлов Ю. А.* Теория тепло- и массопереноса. Госэнергоиздат, 1963.
2. *Саулев В. К.* Интегрирование уравнения пораболического типа методом сеток. Физматгиз, 1960.
3. *Шак А.* Промышленная теплопередача. Металлургиздат, 1961.