

М. Г. ГАЛСТЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОФИЛЯ КУЛАЧКА ПО УСЛОВИЮ ПОСТОЯНСТВА КОНТАКТНОГО НАПРЯЖЕНИЯ

Долговечность работы кулачка зависит от качества материала. Однако при больших сопротивлениях даже высококачественные материалы не обеспечивают требуемую долговечность. Долговечность работы кулачка значительно увеличится, если механизм будет запроектирован по условию постоянства контактного напряжения профиля кулачка. При прочих равных условиях такой механизм будет более долговечным. Для кулачкового механизма с центральным толкателем такая задача решена без учета трения [1]. В статье рассматривается задача проектирования кулачкового механизма со смещенным толкателем по условию постоянства контактного напряжения профиля кулачка с учетом трения.

Зависимость радиуса кривизны теоретического профиля кулачка от основных размеров механизма и закона движения ведомого звена имеет следующий вид [2]:

$$\rho = \frac{[b^2 + (s' - e)^2]^{3/2}}{(s' - e)(2s' - e) + b^2 - bs''}, \quad (1)$$

где

$$b = s_0 - s = \sqrt{R^2 - e^2}; \quad s_0 = \sqrt{R_0^2 - e^2}; \quad s = \sqrt{R^2 - e^2} - \sqrt{R_0^2 - e^2}; \quad (2)$$

s — перемещение толкателя; s' и s'' — аналоги скорости и ускорения толкателя; e — смещение; b — кратчайшее расстояние от центра вращения кулачка A до перпендикуляра скорости точки C толкателя (рис. 1); R_0 и R — минимальный и текущий радиусы-векторы центрального профиля кулачка.

Используя выражение (2), будем иметь:

$$s' = \frac{RR'}{\sqrt{R^2 - e^2}}; \quad s'' = \frac{(R')^2 + RR''}{\sqrt{R^2 - e^2}} - \frac{R^2 (R')^2}{(R^2 - e^2)^{3/2}}, \quad (3)$$

где R' и R'' — производные по углу поворота.

Подставляя значения s' и s'' в выражение (1), после преобразования получим:

$$R'' = \frac{1}{R} \left[\frac{3RR'}{R^2 - e^2} \left(\frac{RR'}{R^2 - e^2} - e \right) + R^2 - (R')^2 - \frac{1}{\rho} \left[\frac{(R^2 - e^2)^2 + (RR' - e)(R^2 - e^2)}{R^2 - e^2} \right]^{3/2} \right]. \quad (4)$$

Выразим радиус кривизны ρ через контактное напряжение, используя зависимость Герца-Беляева:

$$\rho = 0,418 \sqrt[3]{\frac{NE_{np}}{b_1} \left(\frac{1}{r_p} + \frac{1}{\rho + r_p} \right)}, \quad (5)$$

где σ — контактное напряжение на поверхности ролика (или кулачка); N — нормальное давление в высшей паре; $E_{np} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2}$ — приведенный модуль упругости; E_1 и E_2 — соответственно модули упругости ролика и кулачка; b_1 — ширина полоски контакта; r_p — радиус ролика.

После несложных преобразований из выражения (5) получаем:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{r_p} - \frac{NE_{np}}{b_1 r_p^2 (\sigma \cdot 0,418)^2}. \quad (6)$$

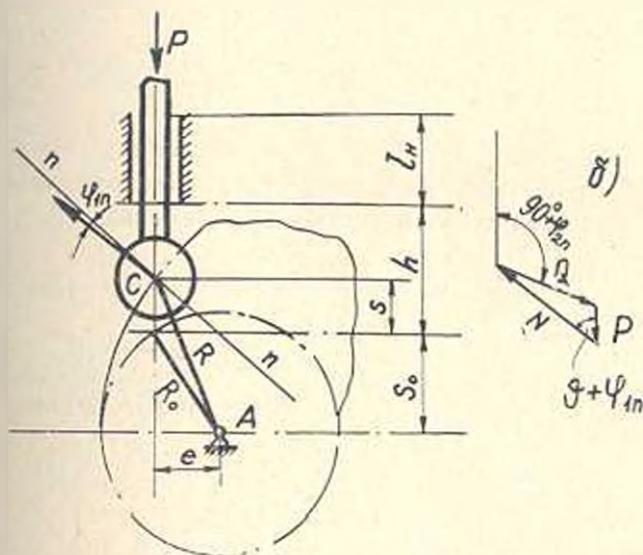


Рис. 1. К определению нормального давления кулачкового механизма со смещенным толкателем: а — схема механизма; б — план сил.

Нормальное давление определяем по формуле [3]:

$$N = \frac{P \cos \varphi_{2n}}{\cos(\theta + \varphi_{1n} + \varphi_{2n})}. \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_{1n} &= \frac{k + f_{II} r_{II}}{r_p}; \quad \operatorname{tg} \varphi_{2n} = f_2 \left(1 + 2 \frac{h-s}{l_{II}} \right); \\ \operatorname{tg} \theta &= \frac{s' - e}{s + \sqrt{R_0^2 - e^2}}; \end{aligned} \quad (8)$$

P — внешняя сила, действующая по оси ведомого звена (рабочая нагрузка, вес перемещающихся деталей, сила пружины и т. д.); φ_{1n} — угол, на который отклонена реакция N от нормали $n-n$ (рис. 1); φ_{2n} — приведенный угол трения в поступательной паре; k — коэффициент трения качения; f_{II} — коэффициент трения цапфы в подшипнике; r_{II} — радиус цапфы; f_2 — коэффициент трения в направляющих; h — расстояние от наивысшего положения оси ролика до направляющих; l_{II} — длина направляющей.

Используя (2), (3) и (8), для угла давления получим:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{RR' - e \sqrt{R^2 - e^2}}{R^2 - e^2}. \quad (9)$$

Далее, используя (9) и (7), для нормального давления получаем зависимость:

$$N = \frac{P \cos \varphi_{2n} \sqrt{(R^2 - e^2)^2 + (RR' - e \sqrt{R^2 - e^2})^2}}{(R^2 - e^2) \cos (\varphi_{1n} + \varphi_{2n}) - (RR' - e \sqrt{R^2 - e^2}) \sin (\varphi_{1n} + \varphi_{2n})}. \quad (10)$$

Подставляя значение N из (10) в (6), а значение $1/\rho$ из (6) в (4), получим выражение второй производной радиуса-вектора профиля кулачка по условию постоянства контактного напряжения:

$$\begin{aligned} R'' &= \frac{1}{R} \left| \frac{3RR'}{R^2 - e^2} \left(\frac{RR'}{R^2 - e^2} - e \right) + R^2 - (R')^2 + \right. \\ &+ \left. \frac{i_k \cos \varphi_{2n} \sqrt{(R^2 - e^2)^2 + (RR' - e \sqrt{R^2 - e^2})^2}}{(R^2 - e^2)^{3/2} \left| (R^2 - e^2) \cos (\varphi_{1n} + \varphi_{2n}) - (RR' - e \sqrt{R^2 - e^2}) \sin (\varphi_{1n} + \varphi_{2n}) \right|} \right. \\ &\left. - \frac{1}{r_p} \left| \frac{(R^2 - e^2)^2 + (RR' - e \sqrt{R^2 - e^2})^2}{R^2 - e^2} \right|^{3/2} \right|. \quad (11) \end{aligned}$$

где

$$i_k = \frac{PE_{IIp}}{b_1 r_p^2 (2/0,418)^2}.$$

Полученное дифференциальное уравнение (11), ввиду его сложности, аналитически не может быть решено. Поэтому его решение следует производить численным методом с помощью ЭЦВМ. После двукратного интегрирования получаем ряд значений радиуса-вектора теоретического профиля кулачка.

С этой целью была составлена программа (применительно к ЭЦВМ „Минск-2“) по определению профиля кулачка при условии постоянства контактного напряжения. При этом постоянными выбрапы следующие величины: $R_0 = 10$ см; $R_0' = 0$; $l_{11} = 20$ см; $h = 16$ см; $r_{11} = 2,5$ см; $r_2 = 5$ см; $h_1 = 6$ см; $k = 0,003$ см; $f_2 = 0,1$; $f_3 = 0,1$; $E_{11} = 2,1 \cdot 10^6$ кг/см², а величины e , P , ε и φ_0 меняются в следующих пределах: $e = 0 + 5$ см с интервалом 0,5 см; $P = 1000 + 1300$ кг с интервалом 100 кг; $\varepsilon = 4300 + 4500$ кг/см² с интервалом 50 кг/см²; $\varphi_0 = 60^\circ + 120^\circ$ с интервалом 30°.

Было подсчитано более 100 вариантов различных профилей кулачков, отвечающих условию постоянства контактного напряжения. Фрагмент результатов расчета (при $\varepsilon = 4300$ кг/см² и $P = 1000$ кг) приведен в табл. 1, причем, ϑ — полярный угол профиля кулачка.

Таблица 1

γ°	$e_1 = 1$ см		$e_2 = 2$ см	
	R в см	ϑ°	R в см	ϑ°
10	10,05	9,97	10,05	9,76
20	10,20	19,89	10,20	19,76
30	10,44	29,76	10,45	29,50
40	10,78	39,58	10,79	39,14
50	11,23	49,37	11,22	48,73
60	11,77	59,13	11,74	58,27
70	12,42	68,88	12,36	67,78
80	13,01	78,61	13,05	77,27
90	14,01	88,35	13,83	86,78
100	14,97	98,01	14,68	96,30
110	15,98	107,85	15,57	105,84
120	17,00	117,62	16,49	115,43

Московский институт
химического машиностроения

Получено 24.III.1970.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Топурия Ш. Д. К вопросу динамического синтеза сложных кулачковых механизмов. Автореферат кандидатской диссертации. Тбилиси, 1958.
2. Джаваян Р. П. Синтез плоских многозвенных кулачковых механизмов с постоянными и регулируемым параметрами. Кандидатская диссертация, М., 1967.
3. Шаумян Г. А. Автоматы. Машгиз, М., 1955.