

МАШИНОСТРОЕНИЕ

С. Г. КАНДАЯН, К. А. МНДЖОЯН

О ДИНАМИЧЕСКОЙ ТОЧНОСТИ ДВОЙНОГО  
 ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

Двойной параллелограмм, представляющий собой семизвенную рычажную систему в сочетании с кривошипным или эксцентрикковым механизмом, в машиностроении часто используется для получения плоско-параллельного движения под значительными нагрузками. Например, в копирочно-фрезерных станках для перемещения инструмента по копиру. При помощи двойного параллелограмма и эксцентриккового механизма осуществляются плоско-параллельные колебания мастер-инструмента вихрекопировальных станков моделей МА-456 и 4592, которые предназначены для изготовления углеродитовых электродов к электроэрозионным станкам [1]. Кроме точности изготовления и сборки двойного параллелограмма, на точность колебаний мастер-инструмента, определяющую точность изготавливаемого электрода, большое влияние оказывают те деформации, которые претерпевает двойной параллелограмм под действием внешних нагрузок.

В условиях отсутствия нагрузки при вращении кривошипа  $OO'$  идеального параллелограмма, все точки звена  $DEO'$  описывают правильные окружности (рис. 1). Погрешности изготовления и деформаций звеньев двойного параллелограмма приводят к искажению описываемых окружностей. Поэтому точность круговых плоско-параллельных колебаний звена  $DEO'$  можно характеризовать изменением параллельности любой прямой, например,  $DE$ , взятой на звене  $DEO'$ .

В статье рассматриваются вопросы динамической точности двойного параллелограмма под действием внешних нагрузок при условии идеальной точности изготовления и сборки механизма.

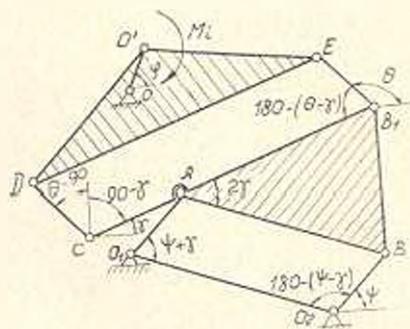


Рис. 1. Общий случай схемы двойного параллелограмма.

Принятая методика определения динамической погрешности сводилась к тому, что под действием внешних сил определялись деформации всех звеньев и податливости шарнирных соединений механизма,

которые принимались как изменения размеров звеньев, и определялось отклонение прямой  $DE$  от некоторого среднего положения.

Если предполагать, что на двойной параллелограмм действует момент  $M_i$  в плоскости чертежа по часовой стрелке, то очевидно, что: звенья  $B_1E$  и  $O_1B$  будут сжиматься, звенья  $DC$ ,  $O_1A$ ,  $CB$  и  $BA$  — растягиваться, участок  $AC$  подвергнется изгибу.

Действующий на двойной параллелограмм момент выражается формулой:

$$M_i = P_{\text{рез}} \sqrt{x^2 + y^2} \cos(\varphi - \vartheta), \quad (1)$$

где  $P_{\text{рез}}$  — приведенная сила резания;  $x$  и  $y$  — координаты точки приложения силы  $P_{\text{рез}}$ ;  $\varphi$  — угол поворота кривошипа  $OO'$ ;

$$\vartheta = \text{arctg} \frac{y}{x}.$$

Следует отметить, что за один оборот кривошипа  $OO'$ , приложенный момент изменяется от  $+M_{i(\varphi=0)}$  до  $-M_{i(\varphi=\pi)}$ .

При помощи общих уравнений механики определяются реакции в шарнирных соединениях и соответствующие им деформации отдельных звеньев, а также податливости шарнирных соединений с учетом направления действия сил.

Суммарное отклонение параллельности прямой  $DE$  от среднего положения, характеризующее общую динамическую погрешность двойного параллелограмма, получается как сумма отклонений прямой  $DE$  от деформаций отдельных звеньев и податливости шарнирных соединений.

Не принимая во внимание деформации жесткого треугольника  $DO'E$  и стойки  $O_1O_2$  ввиду их большей жесткости, суммарное отклонение прямой  $DE$  после соответствующих преобразований выразится следующим общим уравнением:

$$\begin{aligned} \Delta_{\theta} = & M_i \left[ \frac{K_a}{\cos \gamma} \left| \text{ctg}(\vartheta + \gamma) - \text{ctg}(\vartheta - \gamma) \right| \left| \frac{\cos \vartheta}{\sin(\vartheta - \gamma)} \right| + \right. \\ & \left. \frac{a_1}{a_2} \frac{\cos \theta}{\sin(\theta - \gamma)} \right] + \frac{4K_c}{a_2} \left| \text{ctg}^2(\vartheta + \gamma) + \frac{a_1}{a_2} \text{ctg}^2(\vartheta - \gamma) \right| + \\ & + K' \left( 1 - \frac{a_1}{a_2} \right) \text{ctg}^2(\theta - \gamma) + K_c + \frac{2(bK_b + 2K_d)}{a_1} \left| \text{cosec}^2(\vartheta + \gamma) + \right. \\ & \left. + \frac{a_1}{a_2} \text{cosec}^2(\vartheta - \gamma) \right| + \frac{K_c}{a} c \frac{\sin \theta}{\sin(\theta - \gamma)}. \quad (2) \end{aligned}$$

где  $a_1 = AB = O_1O_2 = AB_1$ ;  $a_2 = CB_1 = DE$ ;  $b = O_1A = O_2B = CD = B_1E$ ;  $c = BB_1$ ;

$K_a = 1/EF_a$  — коэффициент податливости на сжатие (растяжение) для звена  $AB_1B$ ;

$K_b = 1/EF_b$  — то же для звеньев  $CD$ ,  $B_1E$ ,  $O_1A$ , или  $O_2B$ ;

$K' = 1/EF_1$  — то же для участка  $AC$ ;

$K_c = 1/EF_c$  — то же для участка  $B_1B$ ;

$K_n$  — коэффициент податливости шарнирных соединений;

$K_{и} = \frac{a_1(a_2 - a_1)}{16EI_c}$  — коэффициент податливости при изгибе для участка  $AC$  (или  $CB_1$ , когда  $\gamma = 0$ ).

В приведенных выражениях коэффициентов податливости:

$E$  — модуль упругости материала звеньев;

$F_a, F_b, F_c$  и  $F_1$  — площади поперечных сечений различных звеньев;

$I_a$  — момент инерции сечения звена  $AC$  (или  $CB_1$  при  $\gamma = 0$ ).

В выражении (2) первый член характеризует долю динамической ошибки от деформации растяжения (сжатия) звена  $AB_1B$ , второй — от податливости шарниров в направлении звеньев  $CB_1$  и  $AB$ , третий — от растяжения (сжатия) участка  $AC$ , четвертый — от изгиба участка  $AC$  (или звена  $CB$  при  $B_1B = 0$ ), пятый — от сжатия (растяжения) звеньев  $CD, B_1E, O_1A$  и  $O_2B$  и податливости шарниров в направлении этих звеньев, шестой — от сжатия (растяжения) звена  $B_1B$ .

Формула (2) показывает, что динамическая точность двойного параллелограмма зависит от наличия изгибаемого участка  $AC$ , величин установочных углов  $\psi_0$  и  $\theta_0$  (когда  $OO' = 0$ ), наклона звеньев  $B_1C$  и  $AB = 2\gamma$ , длин звеньев  $a$  и  $b$ .

Интересующая нас динамическая ошибка качания звена  $DE$  выразится как разность экстремальных значений  $\Delta\theta$ :

$$\Delta\theta = \Delta\theta_{\max} - \Delta\theta_{\min}. \quad (3)$$

При работе двойного параллелограмма, когда кривошип  $OO'$  вращается и приложенный момент изменяется от  $+M_1$  до  $-M_1$ , динамическая ошибка принимает экстремальные значения при определенных величинах углов  $\psi$  и  $\theta$ , т. е. меняется в функции от  $\varphi, \psi_0$  и  $\theta_0$ .

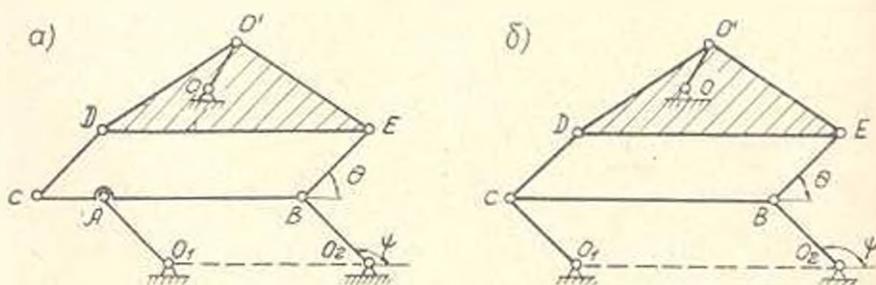


Рис. 2. Схема двойного параллелограмма: а) для станка МА-459; б) для станка 4592.

Из общей формулы легко получить частные случаи различных компоновок двойного параллелограмма.

Для двойного параллелограмма станка модели МА-459 (рис. 2. а) уравнение динамической погрешности (2), при постановке:  $2\gamma = 0$ ,  $K' = K_c$ ,  $B_1B = 0$  и  $K_c = 0$ , примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma = & -M_1 \left[ K_0 (\text{ctg } \psi - \text{ctg } \theta) \left( \text{ctg } \psi - \frac{a_1}{a_2} \text{ctg } \theta \right) + \right. \\ & + \frac{4K_n}{a_1} \left( \text{ctg}^2 \psi + \frac{a_1}{a_2} \text{ctg}^2 \theta \right) + K' \left( 1 - \frac{a_1}{a_2} \right) \text{ctg}^2 \theta + \\ & \left. + K_u + \frac{2(bK_b + 2K_n)}{a_1} \left( \text{cosec}^2 \psi + \frac{a_1}{a_2} \text{cosec}^2 \theta \right) \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Для двойного параллелограмма станка 4592 (рис. 2, б), когда  $2\gamma = 0$ ,  $K' = K_u$ ,  $a_1 = a_2 = a$ ,  $B_1 B = 0$  и  $K_0 = 0$ , уравнение динамической ошибки будет:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma = & -M_1 \left[ K_0 (\text{ctg } \psi - \text{ctg } \theta)^2 + 4 \frac{K_n}{a} (\text{ctg}^2 \psi + \text{ctg}^2 \theta) + \right. \\ & \left. + \frac{2(bK_b + 2K_n)}{a} \text{cosec}^2 \psi + \text{cosec}^2 \theta \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Для модернизированного двойного параллелограмма станка 4592 (рис. 3), где применен стержневой треугольник  $CB_1B$ , при условии  $K' = K_u$ ,  $a_1 = a_2 = a$  и  $c = 2a \sin \gamma$ , уравнение (2) запишется в виде:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma = & -M_1 \left\{ \frac{K_0}{\cos \gamma} \left| \text{ctg}(\psi + \gamma) - \text{ctg}(\theta - \gamma) \right| \left| \frac{\cos \psi}{\sin(\psi + \gamma)} - \frac{\cos \theta}{\sin(\theta - \gamma)} \right| + \right. \\ & + \frac{4K_n}{a} [\text{ctg}^2(\psi + \gamma) + \text{ctg}^2(\theta - \gamma)] + \\ & + \frac{2(bK_b + 2K_n)}{a} [\text{cosec}^2(\psi + \gamma) + \text{cosec}^2(\theta - \gamma)] + \\ & \left. + \frac{cK_0}{a} \frac{|\sin \theta|}{|\sin(\theta - \gamma)|} \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Для оценки различных схем двойного параллелограмма по величине динамической ошибки воспользуемся уравнением (3) и принимая:  $a_1 = 196$  мм,  $a_2 = 256$  мм,  $a = 250$  мм,  $b = 60$  мм,  $\gamma = 45^\circ$ ,  $\psi_0 = 45^\circ$ ,  $\theta_0 = 135^\circ$  и  $\beta = 90^\circ$ , определим экстремальные значения входящих в формулу тригонометрических функций и вычислим коэффициенты  $K_0$ ,  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K'$ ,  $K_u$ ,  $K_n$ . Тогда уравнения (4), (5) и (6) выразятся следующим образом:

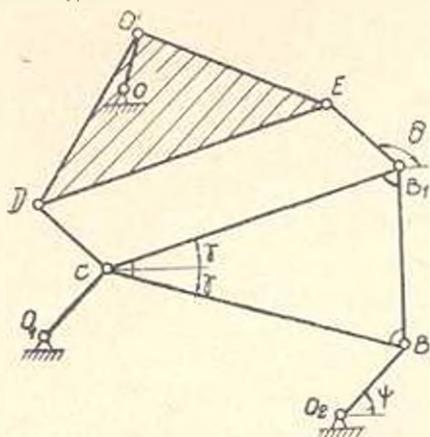


Рис. 3. Схема модернизированного двойного параллелограмма для станка 4592.

$$\Delta_1 \sigma = M_i (5,18 + 22,0 + 0,35 + 13,6 + 4,4) \cdot 10^{-7} = 45,53 \cdot 10^{-7} M_i; \quad (4a)$$

$$\Delta_2 \sigma = M_i (5,92 + 19,5 + 2,8) \cdot 10^{-7} = 28,22 \cdot 10^{-7} M_i; \quad (5a)$$

$$\Delta_3 \sigma = M_i (0,40 + 6,45 + 1,38 + 1,44) \cdot 10^{-7} = 9,67 \cdot 10^{-7} M_i. \quad (6a)$$

В табл. 1 приведены данные, характеризующие долевое влияние отдельных факторов на динамическую точность двойного параллелограмма.

Таблица 1

Для двойного параллелограмма	Динамическая ошибка						
	общая	от скатывания или расхождения звеньев $a$	от податливости шарниров	от скатывания или расхождения участка $AC$	от изгиба звена $AB$ (или участка $AC$ )	от скатывания или расхождения звеньев $b$	от скатывания или расхождения звена $c$
к станку МА-459 (рис. 2, а)	45,53	5,18	22,00	0,35	13,6	4,40	—
к станку 4592 (рис. 2, б)	28,22	5,92	19,50	—	—	2,80	—
к модернизированной станку 4592* (рис. 3)	9,67	0,40	6,45	—	—	1,38	1,44

\* Суммарное поперечное сечение звеньев  $CB_1$  и  $CB$  равно поперечному сечению звена  $a$ .

Сравнительный анализ формул (4), (5), (6), (4 а), (5 а), (6 а) и данных табл. 1 позволяет сделать следующие выводы и рекомендации.

1. Доля динамической ошибки, обусловленная податливостью шарнирных соединений, составляет 48—69 % от общей динамической ошибки двойного параллелограмма всех схем. Поэтому при разработке конструкции следует особое внимание уделить усилению шарнирных соединений.

2. Наличие изгибаемого участка в схеме двойного параллелограмма значительно увеличивает общую динамическую ошибку и является весьма нежелательным элементом.

3. Увеличение длины звеньев  $a$  приводит к уменьшению динамической ошибки двойного параллелограмма, т. к. на  $a$  делятся коэффициенты податливости  $K_a$  и  $K_p$ .

4. К некоторому снижению динамической погрешности приводит также уменьшение длины звеньев  $b$ , т. к. последний умножается на коэффициент податливости  $K_b$ .

5. Наличие жесткого треугольника  $AB_1B$  с углом  $2\gamma$  приводит к резкому уменьшению динамической ошибки за счет изменения углов действия реакций в шарнирах.

Ա. Ք. ԿԱՌԱՅԱՆ, Կ. Ա. ԽԵՉՈՅԱՆ

ԿՐԿՆԱԿԻ ԶՈՒԳՈՒԼՆԵՐՈՒԹՅՈՒ ԳԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ՃՇՏՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱԲՈՐՅԱԼ

Ա մ փ ո փ ո ռ մ

Հողվածում բննարկվում են ՄԱ-459 և 4592 մոդելների մրրկապատճենա-  
 րան հաստոցների կրկնակի զուգահեռազծի դինամիկական ճշտության հար-  
 ցերը մեխանիզմների պատրաստման ու հավաքման իդեալական ճշտության  
 պայմանով: Որոշված են մեխանիզմների բոլոր սղակների ղեֆորմացիաները  
 և հողակապային միացումների ընկրկելիություններն արտաքին ուժերի ազ-  
 դեղության ներքո: Նշվում է, որ հողակապային միացումների ընկրկելիու-  
 թյամբ պայմանավորված սխալը կազմում է կրկնակի զուգահեռազծի ընդ-  
 հանուր դինամիկական սխալի 48—69% -ը՝ դիտված բոլոր սխեմաների հա-  
 մար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Кандоли С. Г., Миндюк К. А. Высокопроизводительный станок для серийного  
 изготовления электродов и электроэрозионным станкам. «Станки и инструмент»,  
 № 12. 1968.