

Р. А. ОВНАНЯН

КОЭФФИЦИЕНТ СОПРОТИВЛЕНИЯ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ВОЗДУХА В АЭРИРОВАННЫХ ПОТОКАХ

При движении открытого потока с большими скоростями происходит отрыв водяных капель от поверхности потока и влечение воздуха в поток и последний становится аэрированным.

Аэрированный поток по глубине можно разделить на две части: водовоздушная и воздушнокапельная. Граница раздела между ними проходит там, где сплошность нижней водовоздушной части нарушается и появляются капли воды, отрывающиеся от потока вследствие больших вертикальных пульсационных скоростей.

В водовоздушной части количество жидкой несущей фазы преобладает над количеством несомой воздушной фазы, и передача напряжений от слоя к слою происходит через жидкую фазу. Для этой части потока применимы уравнения двухфазных потоков. Что касается воздушнокапельной части потока, где количество воздуха преобладает над количеством водяных капель, то здесь движение имеет случайный характер и должно определяться законами теории вероятностей.

Рассмотрим стационарное плоско-равномерное движение аэрированного потока на быстротоке вдоль оси Ox_1 (рис. 1). Осредненное

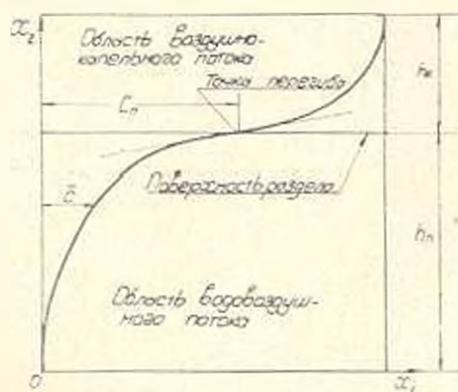


Рис. 1. Схема аэрированного потока.

уравнение движения жидкой фазы водовоздушного потока имеет следующий вид [1]:

$$-\frac{d}{dx_0} [\rho (1 - \bar{c}) \overline{u_1 u_2}] + \rho g (1 - \bar{c}) \sin \theta - \bar{R}_1 = 0, \quad (1)$$

где \bar{c} — концентрация воздуха в данной точке потока; ρ — плотность воды; u_1, u_2 — пульсационные составляющие скоростей; θ — угол наклона водотока к горизонту; \bar{R}_1 — сила сопротивления в данной точке, обусловленная наличием воздушных пузырей в потоке. Эта сила уменьшает среднюю скорость движения.

Сопротивление русла потока, характеризуемое силой трения, выражается коэффициентом сопротивления λ , который для неаэрированного потока имеет вид:

$$\lambda = \frac{\tau_0}{\frac{1}{2} \rho u_{cp}^2}, \quad (2)$$

где τ_0 — касательное напряжение у дна.

В аэрированном потоке помимо силы τ_0 действует также равнодействующая дополнительных сил сопротивления \bar{R}_1 . Поэтому коэффициент сопротивления аэрированного потока λ_a будет определяться как отношение суммы этих двух сил к кинетической энергии, т. е.

$$\lambda_a = \frac{\tau_0 + \int_0^{h_0} \bar{R}_1 dy}{\frac{1}{2} \rho u_{cp}^2}. \quad (3)$$

Силу сопротивления $R_{131} = \int_0^{h_0} \bar{R}_1 dy$ определяем из уравнения (1),

которое содержит еще две неизвестные величины: момент корреляции пульсационных составляющих скоростей $\overline{u_1 u_2}$ и концентрация воздуха \bar{c} .

Для $\overline{u_1 u_2}$ примем зависимость

$$\overline{u_1 u_2} = g \sin \theta (h - y), \quad (4)$$

близко совпадающую с результатами экспериментов в неаэрированных потоках [2].

Для определения \bar{c} используются уравнения неразрывности двухфазного потока. Для рассматриваемого случая осредненные уравнения неразрывности будут:

$$\frac{d}{dx_2} (\bar{c} u_{12} + \bar{c}' u_{12}') = 0 \quad (5)$$

для воздушной фазы и

$$\frac{d}{dx_2} [(1 - \bar{c}) \bar{u}_2 - \bar{c}' u_{2}'] = 0 \quad (6)$$

для жидкой фазы. В уравнениях (5) и (6) \bar{u}_{c2} и \bar{u}_2 — соответственно осредненные по времени скорости воздушной и жидкой фаз, связанные соотношением [3]:

$$\bar{u}_{c2} = \bar{u}_2 + a \cos \theta, \quad (7)$$

где a — гидравлическая крупность воздушных пузырьков.

Интегрирование уравнений (5) и (6) дает:

$$c \bar{u}_{c2} + c' \bar{u}_2 = \text{const}, \quad (8)$$

$$(1 - c) \bar{u}_2 - c' \bar{u}_{c2} = \text{const}. \quad (9)$$

Постоянные интегрирования в обоих случаях равны нулю, так как расход воды и воздуха по направлению оси Ox_2 равен нулю. Поэтому и суммарный расход потока по оси Ox_2 также равен нулю:

$$c \bar{u}_{c2} + (1 - c) \bar{u}_2 + c' \bar{u}_{c2} - c' \bar{u}_2 = 0. \quad (10)$$

Если подставить значение \bar{u}_{c2} из (7) в (10) и учесть, что $c' \bar{u}_{c2} = -c' \bar{u}_2$ (получено из мгновенного значения уравнения (4) путем умножения на c' с последующим осреднением), то:

$$\bar{u}_2 = -ca \cos \theta. \quad (11)$$

Сопоставление (9) и (11) дает:

$$ca(1 - c) \cos \theta = -c' \bar{u}_2. \quad (12)$$

Используя метод Буссинеска, примененный им для случая переноса импульса, можно $c' \bar{u}_2$ выразить через c , вводя коэффициент турбулентной диффузии A , который при плоско-равномерном движении выражается следующим образом [3]:

$$A = -c' \bar{u}_2 \left(\frac{dc}{dx_2} \right)^{-1}. \quad (13)$$

Исходя из размерности уравнения (13), величину коэффициента турбулентной диффузии можно представить в виде:

$$A = ul, \quad (14)$$

где u — характерная скорость; l — некоторая длина, называемая „длиной пути перемешивания“ (по терминологии [Прандтля]), которая аналогична среднему пути свободного пробега молекул, используемого в кинетической теории газов.

Так как поддержание пузырьков воздуха в потоке во взвешенном состоянии происходит благодаря пульсационным скоростям, то в качестве характерной скорости принимаем $l \sqrt{\bar{u}_2^2}$, значение которой прямо пропорционально динамической скорости $u_d = \sqrt{\frac{gh_n \sin \theta}{\rho}}$.

В потоках, на которые твердые границы не оказывают непосред-

ственного влияния (свободная турбулентность), длина пути перемешивания постоянна по сечению и ее значение определяется характерными размерами зоны перемешивания, например, глубиной h_n (рис. 1), т. е.

$$l = \bar{\alpha} h_n, \quad (15)$$

где $\bar{\alpha}$ — коэффициент, аналогичный коэффициенту Кармана. Однако его значение не является постоянным, а зависит от концентрации воздуха в потоке¹. Для „чистой“ воды $\bar{\alpha} = 0,4$.

Следовательно, для коэффициента турбулентной диффузии будем иметь следующее выражение:

$$A = k \bar{\alpha} u_n h_n. \quad (16)$$

Подставляя значение $\bar{c} u_n$ из (13) в (12) и учитывая (16), получаем:

$$\bar{c} (1 - \bar{c}) a \cos \theta = k \bar{\alpha} u_n h_n \frac{d\bar{c}}{dx_n}. \quad (17)$$

Интегрирование которого даст:

$$\frac{\bar{c}}{1 - \bar{c}} = B \exp\left(\frac{a \cos \theta}{k \bar{\alpha} u_n^2} \eta\right), \quad (18)$$

где B — постоянная интегрирования, определяемая из граничного условия на поверхности раздела двух частей аэрированного потока:

$$\bar{c} = C_n \quad \text{при} \quad \eta = 1. \quad (19)$$

Здесь $\eta = x_n/h_n$, а C_n — значение концентрации воздуха на поверхности раздела двух потоков (водовоздушного и воздушнокапельного) определяется экспериментальным путем непосредственно из кривой распределения концентрации воздуха по точке перегиба (см. рис. 1). На основании экспериментальных данных [4] было найдено, что C_n зависит от уклона дна водотока $\sin \theta$.

$$C_n = 0,5 \quad \text{при} \quad \sin \theta < 0,4 \quad \text{и} \quad C_n = (0,7 \sin \theta + 0,23) \quad \text{при} \quad \sin \theta > 0,4.$$

Эти значения C_n хорошо совпадают со значениями, полученными как из наших опытов, так и из опытов других исследователей (Исаченко Н. Б., Троицкий В. П., Деянов В. П.).

Из (18) с учетом (19) получаем:

$$B = \frac{C_n}{1 - C_n} e^{-m} = a e^{-m}, \quad (20)$$

где

$$m = \frac{a \cos \theta}{k \bar{\alpha} u_n}; \quad a = \frac{C_n}{1 - C_n}.$$

¹ Т. Г. Войнич-Синоженский принимает линейную зависимость между $\bar{\alpha}$ и C_{cp} следующего вида: $\bar{\alpha} = 0,4(1 - C_{cp})$.

Подставляя значение B из (20) и (18) и разрешая его относительно c , получим формулу распределения концентрации воздуха по глубине водовоздушной части аэрированного потока в виде:

$$c = \frac{z e^{-m(1-\eta)}}{1 + z e^{-m(1-\eta)}}. \quad (21)$$

Интегрируя выражение (21) в пределах от 0 до 1, получим среднюю концентрацию воздуха в сечении потока:

$$C_{cp} = \int_0^1 \bar{c} d\eta = \frac{1}{m} \ln \frac{1+z}{1+z e^{-m}}. \quad (22)$$

Определим силу R_1 . Из (1) будем иметь:

$$\bar{R}_1 = -\overline{\rho u_1 u_2} \frac{dc}{dy}. \quad (23)$$

В (23) подставим значение $\overline{u_1 u_2}$ из (4) и значение $\frac{dc}{dy}$ из (21). Получим:

$$\bar{R}_1 = \rho g \sin \theta (1-\eta) \frac{z m e^{-m(1-\eta)}}{[1+z e^{-m(1-\eta)}]^2}. \quad (24)$$

Полная сила сопротивления $R_{aэp}$ будет равна:

$$R_{aэp} = \int_0^h \bar{R}_1 dy = \rho g h_n \sin \theta \left(\frac{1}{m} \ln \frac{1+z}{1+z e^{-m}} + \frac{1}{1+z e^{-m}} - 1 \right). \quad (25)$$

Подставляя значения $R_{aэp}$ из (25) и (3) и учитывая (2), получаем:

$$\frac{\lambda_a}{\lambda} = \frac{1}{m} \ln \frac{1+z}{1+z e^{-m}} + \frac{1}{1+z e^{-m}}. \quad (26)$$

На основании опытов были определены значения параметра m по уравнению (22), а по формуле (26) — значения λ_a/λ . На рис. 2 приведен

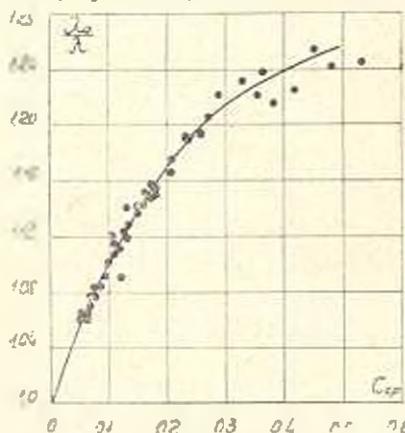


Рис. 2. Зависимость λ_a/λ от средней концентрации воздуха C_{cp} .

график зависимости $\lambda_{a/\beta}$ от средней концентрации воздуха $C_{ср}$. Из графика видно, что $\lambda_{a/\beta} > 1$. Следовательно, скорости движения аэрированных потоков меньше, чем скорости движения неаэрированных потоков.

Артикское отделение
института «Гидропроект»

Поступило 10.IV.1970.

ՈՒ Ա ՆՈՎԱԿԱՆԱ

ԳԻՐԱԳՐՈՒԹՅԱՆ ԳՈՐԾԱԿԻՅՔ ԵՎ ՕԳԻ ԿՈՆՏԵՆՏՐԱՅԻՆՈՒՅԻ ԲԱՇԽՈՒՄԸ
ԱՆՐԱՅՎԱԾ ԶՐԱՇՈՒԱՆՔՆԵՐՈՒՄ

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Ուսումնասիրված է անբացիայի երևույթը բաց ջրահոսանքներում՝ արագահոսքերում: Էքսպերիմենտայ ալյալների օգտագործմամբ, փորձ է արված ասանայ երկֆազ հոսանքի շարժման դիֆերենցիալ հալասարուժների սիստեմի փակուճ լուծում: Ընդ որում, անբացիված հոսանքի ջրային ֆազի միջուկի լամար Գարսոնի կոնստանտը դիտվում է որպես փոփոխական մեծություն, իսկ պատամերձ դոնայի համար՝ հաստատուն: Սահցված է անբացված ջրահոսանքի դիմադրության դորձակցի (չանբացվածի համեմատությամբ) կախումը օղալին ներխառնուկների միջին կոնցենտրացիայից:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Саюян В. Г., Аняян А. К. К вопросу о движении напосов в турбулентном потоке. Сб. «Исследования максимального стока, волнового воздействия и движения напосов», изд. АН СССР, 1960.
2. Минский Е. М. Турбулентность руслового потока. Гидрометеоиздат, Л., 1952.
3. Великинов М. А. О двух теориях переноса взвешенных напосов. Проблемы русловых процессов. Основные материалы по проблемам русловых процессов. Л., 1953.
4. Strand L. and Anderson A. Experiments on Self Aerated Flow in Open Channels. Proceedings of the American Society of Civil Engineers, vol. 84, № 7, 1958.