ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXII, 6, 1969 Серия технических наук

МАШИНОСТРОЕНИЕ

К. Х. ШАХБАЗЯН, В. М. ТАИРЯН

СИНТЕЗ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННОГО МЕХАНИЗМА И НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ УМЕНЬШЕНИЯ ПОТЕРЬ

В работе [1] выбирается новая система координат плоскостей проекции для расположения звеньев пространственных механизмов, которые имеют преимущества при анализе и синтезе указанных механизмов, чем системы, выбранные в работе [2]. В статье дается аналитическое решение задачи синтеза пространственного кривошипно-коромыслового механизма в расположениях, предложенных в [1], где оси вращения кривошипа AB и коромысла CD скрещиваются под произвольным углом δ.

1. Рассматривается пространственный кривошипно-коромысловый механизм $ABCD$ с двумя вращательными и двумя шаровыми парами (рис. 1), где за начало системы координат xyz принята точка пересечения нормали (кратчайшее расстояние между скрещивающимися осями вращательных пар A и D) с осью ведущего звена (точка O), ось Ox направлена вдоль нормали OQ, ось Oz параллельна оси QD; ось Oy определится как направление третьей оси в правой системе координат. Ось вращения коромысла CD лежит в плоскости xOz, а плоскость движения его параллельна плоскости xOy. Ось вращения ведущего звена расположена в плоскости yOz под углом δ к оси Oz. Угол δ отсчитывается от оси вращения ведущего звена к оси вращения ведомого звена, а плоскость движения кривошипа горизонтально проектирующая, составляющая с плоскостью движения коромысла угол δ. Угол поворота φ ведущего звена AB отсчитывается от положительного направления оси $x' \parallel x$, а угол ψ — от оси $x'' \parallel x$, причем за положительное направление отсчета примем направление против движения часовой стрелки, если смотреть с конца AO или QD соответственно.

Рассматриваемый механизм, при длине ведущего звена AB, принятой за единицу, определяется следующими параметрами: $AO = f$, $QD = g$, $OQ = e$, δ (определяющие положение опор A, B и плоскостей движения кривошипа AB и коромысла CD), $BC = b$ (длина шатуна) и $CD = c$ (длина коромысла). Кроме того, в число вычисляемых параметров входят начальные углы φ_0 и ψ_0, которые определяют начало отсчета углов поворота звеньев AB и CD. Аналитическое выражение отклонения от заданной зависимости принимает вид:

$$\Delta_\varphi = b_\varphi^2 - b^2 = (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 + (z_B - z_C)^2 - b^2 =$$
$$= -2cf\sin\delta\sin(\psi_0+\psi_S) + 2ce\cos(\psi_0+\psi_S) - 2e\cos(\varphi_0+\varphi_S) +$$
$$+ 2g\sin\delta\sin(\varphi_0+\varphi_S) - 2c\cos\delta\sin(\varphi_0+\varphi_S)\sin(\psi_0+\psi_S) -$$
$$- 2c\cos(\varphi_0+\varphi_S)\cos(\psi_0+\psi_S) + 1 - b^2 + c^2 + e^2 + f^2 + g^2 - 2fg\cos\delta.$$

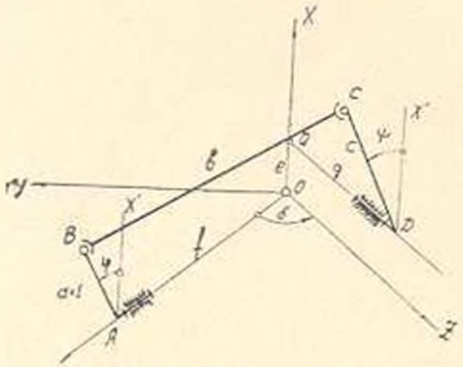

Рис. 1.

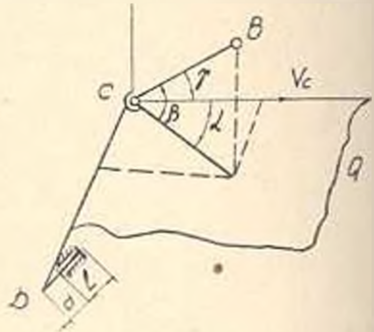

Рис. 2.

Для получения приближенного выражения разности Δ_ψ, т. е. разности между заданной функцией $\psi = f(\varphi)$ и той функцией $\psi = f_M(\varphi)$, которая воспроизводится механизмом, раскладываем в ряд выражение взвешенной разности (1) в окрестности точки Δ_{φ_M}, соответствующей значениям $\varphi = \varphi_M$ и $\psi = \psi_M$, где φ_M и ψ_M — значения углов φ и ψ, получаемые в механизме.

Тогда, ограничиваясь линейными членами ряда, имеем:

$$\Delta_\varphi \cong \Delta_{\varphi_M} + \frac{\partial \Delta_\varphi}{\partial \psi}(\psi - \psi_M) + \frac{\partial \Delta_\varphi}{\partial \varphi}(\varphi - \varphi_M)$$

Отсюда, принимая во внимание, $\Delta_{\varphi_M} = 0$, а разность $\psi - \psi_M$ при $\varphi = \varphi_M$ равна искомой разности Δ_ψ, получаем:

$$\Delta_\psi = \frac{\Delta_\varphi}{\dfrac{\partial \Delta_\varphi}{\partial \psi}}.$$

Выполняя дифференцирование, получим:

$$\Delta_\psi = \frac{\Delta_\varphi\, 2c}{[\cos(\varphi_0+\varphi_S)-e]\sin(\psi_0+\psi_S) - [f\sin\delta - \cos\delta\sin(\varphi_0+\varphi_S)]\cos(\psi_0+\psi_S)}. \quad (2)$$

Отклонение Δ_ψ, согласно выражению (2), зависит от вышеуказанных восьми параметров механизма. Задача синтеза рассматриваемого механизма состоит в таком выборе этих параметров, при котором отклонение Δ_ψ мало на заданном интервале изменения углов φ и ψ. Не останавливаясь на вычислении малого числа параметров, перейдем к решению задачи по максимальному числу вычисляемых параметров.

2. Если требуется вычислить все относительные параметры механизма b, c, f, e, g, δ, φ_0 и ψ_0, то выражение взвешенной разности (1) после преобразований представляется в следующем виде:

$$\Delta_q = 2A\left[F(\varphi) - p_0 f_0(\varphi) - \dots - p_7 f_7(\varphi)\right], \tag{3}$$

где

$$\left.\begin{aligned} F(\varphi) &= -\sin\psi_S, \quad f_0(\varphi) = \cos\varphi_S\cos\psi_S, \\ f_1(\varphi) &= \sin\varphi_S\cos\psi_S, \quad f_2(\varphi) = \cos\varphi_S\sin\psi_S, \quad f_3(\varphi) = 1, \\ f_4(\varphi) &= \sin\varphi_S\sin\psi_S, \quad f_5(\varphi) = \cos\varphi_S, \\ f_6(\varphi) &= \sin\varphi_S, \quad f_7(\varphi) = \cos\psi_S; \end{aligned}\right| \tag{4}$$

$$A = c\,(f\sin\delta\cos\psi_0 + e\sin\psi_0); \tag{5}$$

$$\left.\begin{aligned} p_0 &= \frac{c}{A}(\cos\delta\sin\psi_0\sin\varphi_0 + \cos\psi_0\cos\varphi_0), \\ p_1 &= \frac{c}{A}(\cos\delta\sin\psi_0\cos\varphi_0 - \cos\psi_0\sin\varphi_0), \\ p_2 &= \frac{c}{A}(\cos\delta\cos\psi_0\sin\varphi_0 - \sin\psi_0\cos\varphi_0), \\ p_3 &= -\frac{1}{2A}(1 + b^2 + c^2 + e^2 + f^2 + g^2 - 2fg\cos\delta), \\ p_4 &= \frac{c}{A}(\cos\delta\cos\psi_0\cos\varphi_0 + \sin\psi_0\sin\varphi_0), \\ p_5 &= -\frac{1}{A}(g\sin\delta\sin\varphi_0 - e\cos\varphi_0), \\ p_6 &= -\frac{1}{A}(g\sin\delta\cos\varphi_0 + e\sin\varphi_0), \\ p_7 &= \frac{c}{A}(f\sin\delta\sin\psi_0 - e\cos\psi_0). \end{aligned}\right| \tag{6}$$

После вычисления коэффициентов $p_0, p_1, \dots, p_7$ найдем искомые параметры механизма:

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = B \pm \sqrt{B^2 + 1},$$

где

$$B = \frac{p_0^2 + p_2^2 - p_1^2 - p_4^2}{2(p_0 p_1 + p_2 p_4)};$$

$$\left.\begin{aligned} \cos\delta &= \frac{p_2\operatorname{tg}\varphi_0 + p_1}{p_0 - p_1\operatorname{tg}\varphi_0}; \quad \operatorname{tg}\psi_0 = \frac{p_0\operatorname{tg}\varphi_0 + p_1}{p_2\operatorname{tg}\varphi_0 + p_4}; \\ e &= \frac{(p_7 - \operatorname{tg}\psi_0)\operatorname{tg}\psi_0}{(1 + \operatorname{tg}^2\psi_0)(p_2\cos\varphi_0 - p_4\sin\varphi_0)}; \end{aligned}\right|$$

$$
\left.
\begin{aligned}
g &= e\,\frac{p_5 \operatorname{tg} \varphi_0 + p_4}{\sin \delta\,(p_4 \operatorname{tg} \varphi_0 - p_5)}; \qquad c = g\,\frac{\sin \delta\,(p_5 - p_4 \operatorname{tg} \varphi_0)}{\sin \psi_0\,(p_4 + p_5 \operatorname{tg} \varphi_0)};\\
f &= -\frac{\operatorname{tg} \psi_0}{\sin \delta}\left(\frac{1}{p_5 \cos \varphi_0 - p_4 \sin \varphi_0} + e\right);\\
h &= \sqrt{2Ap_3 - 1 - c^2 + e^2 - f^2 - g^2 - 2fg\cos\delta}\,.
\end{aligned}
\right\} \tag{7}
$$

3. После вычисления параметров механизма из условия приближения к заданной зависимости следует проверить механизм на заклинивание. В соответствии с рис. 2 обозначим угол давления через γ, угол между направлением шатуна и проекцией его на плоскость Q — через β и угол между направлением скорости точки C с той же проекцией шатуна через α. Эти углы связаны соотношением

$$\cos \gamma = \cos \alpha \cos \beta\,. \tag{8}$$

Аналитически они определяются по формулам:

$$\sin \beta = \frac{g - f\cos\delta + \sin\delta \sin(\varphi_0 - \varphi_S)}{h}\,. \tag{9}$$

$$\sin \alpha = \frac{h^2 \cos^2\beta + c^2 - A^2 - B^2}{2\,hc\cos\beta}\,, \tag{10}$$

где

$$A = f\sin\delta - \cos\delta \sin(\varphi_0 + \varphi_S);$$

$$B = e - \cos(\varphi_0 - \varphi_S).$$

Отметим, что представляется возможным графоаналитическое определение углов α, β, и γ.

4. Если пренебречь силами трения в сферических парах и силами веса и инерции звеньев, то сила действия шатуна на коромысло будет совпадать с направлением шатуна. Составляющими силы P будут (рис. 3)

$$P_1 = P\sin\beta; \quad P_2 = P\cos\beta\cos\alpha; \quad P_3 = P\cos\beta\sin\alpha.$$

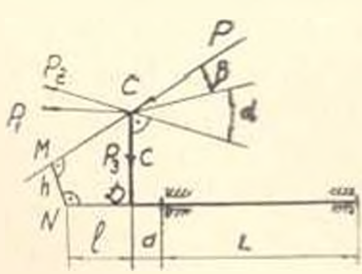

Рис. 3

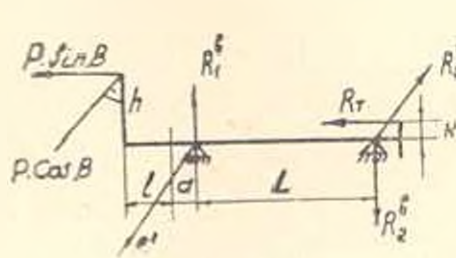

Рис. 4.

Если перенести силу P по линии действия в точку M, то составляющая $P_2 = 0$, т. к. $\alpha = 0$. В этом случае наикратчайшее расстояние h между осью вращения и силой, а также смещение l основания перпендикуляра на оси вращения от точки C определяются по следующим формулам

$$l = \pm c \sin\alpha \operatorname{tg}\beta; \qquad (11)$$

$$h = c \cos\alpha,$$

h и c находятся в параллельных плоскостях. Переменные l и h возможно определить также графически.

Итак, вместо схемы, показанной на рис. 3, можно рассматривать схему, показанную на рис.4. Крутящий момент на ведомом валу определится по формуле

$$M_{кр} = Ph\cos\beta = Pc\cos\alpha\cos\beta. \qquad (12)$$

Определим $\Sigma M_{тр}$ — суммарный момент трения в паре стойка — коромысло. Допустим, что из-за перекоса реакция в опоре распределяется в двух точках, расположенных вблизи краев опоры. Тогда

$$\Sigma M_{тр} = Prf\,[k\sin\beta + \sqrt{n^2\cos^2\beta + m^2\sin^2\beta + 2mn\sin\beta\cos\beta\sin\alpha} +$$

$$+ \sqrt{(n+1)^2\cos^2\beta + m^2\sin^2\beta + 2m(n+1)\sin\beta\cos\beta\sin\alpha}\,]. \qquad (13)$$

где

$$n = \frac{a}{L}, \quad m = \frac{c}{L}.$$

Из выражения (13) видим, что $\Sigma M_{тр}$ зависит не только от кинематических параметров механизма, но и от его конструктивных размеров. С увеличением длины опоры коромысла $\Sigma M_{тр}$ уменьшаются, поэтому целесообразно брать $L \geq l_{max} = |l^{+}_{max}| + |l^{-}_{max}|$. Опору необходимо ставить с той стороны, где располагаются точки N (основание наикратчайшего расстояния между осью вращения коромысла и шатуном). Выбор диаметра вала коромысла из условия жесткостной прочности нужно производить по нижнему пределу.

Анализ выражения (13) показывает, что момент трения весьма ощутимо возрастает с увеличением угла β. Поэтому при синтезе необходимо получение возможно малых углов β. Однако чрезмерное уменьшение угла β приводит к большим конструктивным размерам и малому диапазону относительной подвижности пары стойка—коромысло. Следовательно, задача состоит в оптимальном решении вопроса о выборе $\beta_{доп}$.

5. В выражении (13) коэффициенты n, m и k принимают значения *

$$n = \pm\left(\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}\right), \quad m = 5 \div 15, \quad k = 1{,}3 \div 1{,}8.$$

Знак при n указывает на внешнее и внутреннее расположение (см. рис. 3). Для случая $n = \frac{1}{5}$; $m = 10$ и $k = 1{,}5$ выражение (13) принимает вид

* Здесь и в дальнейшем пределы изменения коэффициентов взяты ориентировочно из практики.

$$\Sigma M_{\text{тр}} = Prf\left(1{,}5\sin\beta + \sqrt{\frac{36}{25}\cos^2\beta + 100\sin^2\beta + 12\sin 2\beta\sin\alpha} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\frac{1}{25}\cos^2\beta + 100\sin^2\beta - 2\sin 2\beta\sin\alpha}\right). \tag{14}$$

Для случая $n = -\frac{1}{2}$, $m = 10$, $k = 1{,}5$

$$\Sigma M_{\text{тр}} = Prf\left(1{,}5\sin\beta + \sqrt{\frac{\cos^2\beta}{4} + 100\sin^2\beta + 5\sin 2\beta\sin\alpha} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\frac{\cos^2\beta}{4} + 100\sin^2\beta - 5\sin 2\beta\sin\alpha}\right). \tag{15}$$

В формулах (14) и (15) выражения в скобках назовем переменным коэффициентом приведенного коэффициента трения и обозначим через θ, тогда

$$\Sigma M_{\text{тр}} = f_{\text{пр}} Pr, \tag{16}$$

где $f_{\text{пр}} = f\theta$—приведенный коэффициент трения.

Качество передачи будем характеризовать коэффициентом потерь

$$\iota = \frac{\Sigma M_{\text{тр}}}{M_{\text{кр}}} = f\xi\mu\,, \tag{17}$$

где $\xi = \frac{r}{c}$ и $\mu = \frac{\theta}{\cos\gamma}$.

Здесь μ—кинематический коэффициент потерь; ξ—конструктивный коэффициент потерь. Заклинивание идеального механизма произойдет при условии $\iota = 1$, а в реальных механизмах, при $\iota = 1\cdot\nu^{-1}$, где ν—коэффициент возрастания нагрузки за цикл на ведомом валу от силы инерции и сил тяжести звеньев ($\nu = 2 \div 20$). Из выражения (17) видно, что для уменьшения коэффициента потерь необходимо уменьшение коэффициентов f, ξ и μ. Уменьшения μ можно добиться уменьшением углов α и β. Анализ выражения (13) показывает, что на некотором интервале изменения β наблюдается постоянство угла α. Поэтому целесообразно углы β органичивать нижними значениями указанного интервала. Так, например, для случая $n = -\frac{1}{2}$; $m = 10$; $k = 1{,}5$ и $\gamma_{\text{доп}} = 60$ имеем $\beta = 35°$ ($\alpha = 50°$).

Конструктивный коэффициент потерь при этом должен удовлетворять условию $\xi < 0{,}024$. Для уменьшения ξ, как было отмечено, необходимо диаметр вала ведомого звена выбрать по нижнему пределу.

Ереванский Государственный университет Поступило 11.VI.1969.

Կ. Խ. ՇԱՀԲԱԶՅԱՆ, Վ. Մ. ԹԱԻՐՅԱՆ

ՏԱՐԱԾԱԿԱՆ ՔԱՌՕՂԱԿ ՄԵԽԱՆԻԶՄԻ ԵՎ ԿՈՐՈՒՍՏՆԵՐԻ ՓՈՔՐԱՑՄԱՆ ՈՐՈՇ ՀԱՐՑԵՐ

Ամփոփում

Հոդվածում տրվում է տարածական շառնիրկ-լծակային մեխանիզմի սինթեզի անալիտիկ մեթոդ՝ Ն. Ի. Լևիտսկու և Վ. Պ. Պոլուխինի կողմից առաջարկված եղանակով, որը հնարավորություն է տալիս պարզեցնել ու ունիֆիկացնել անալիզի և սինթեզի մեթոդները։ Փոխանցման որակի գնահատականի կրիտերիա է ընդունված կորուստի գործակիցը, որը կապված է մեխանիզմի սխեմայի պարամետրերի հետ։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Левитский Н. И., Полухин В. П.* К выбору осей координат и плоскостей проекции в пространственном четырехзвеннике. Журн. „Машиноведение“, №6, 1967.
2. *Ивняк П. Б.* К вопросу об исследовании и проектировании пространственных механизмов первой группы с низшими парами графо-аналитическим методом. Труды ИМАШ, семинар по ТММ, вып. 62, изд. АН СССР, 1956.