ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXII, 1, 1969 Серия технических наук

МАШИНОСТРОЕНИЕ

В. М. ТАИРЯН

К СИНТЕЗУ ПЛОСКОГО ПРЯМОЛИНЕЙНО-НАПРАВЛЯЮЩЕГО МЕХАНИЗМА С ЧЕРТЯЩЕЙ ТОЧКОЙ НА ОСИ ШАТУНА

1. В [1] при решении задачи синтеза направляющих механизмов становится возможным определить только часть параметров кинематической схемы механизма, причем даже при определении четырех параметров коэффициенты приближающей функции вычисляются из системы нелинейных уравнений. В данной статье дается метод, с помощью которого решается поставленная задача синтеза по шести параметрам прямолинейно-направляющего механизма, где коэффициенты приближающей функции вычисляются из системы линейных уравнений, а параметры механизма определяются из системы шести уравнений, которые приводятся к двум нелинейным уравнениям.

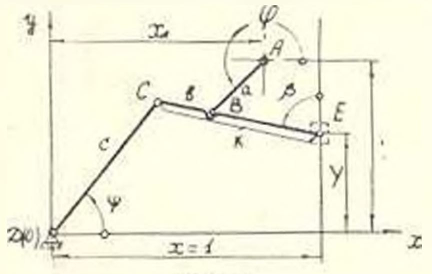

Рис. 1.

Изображенный на рис. 1 четырехшарнирный механизм на участке прямолинейного движения точки E можно представить как два кривошипно-ползунных механизма ДСЕ и АВС с общим шатуном, тем самым сведя поставленную задачу к проектированию двух кривошипно-ползунных механизмов, имеющих на участке приближения общий закон движения шатуна. Для рассматриваемых кривошипно-ползунных механизмов общим, связывающим является переменный параметр β (угол между направлением движения точки E и осью шатуна).

Механизм, представленный на рис. 1 при $x = 1$ (удаление прямолинейного участка траектории чертящей точки E от оси oy) определяется следующими шестью постоянными параметрами:

a — длина звена AB; b — длина звена BC; c — длина шатуна CD; k — расстояние чертящей точки E от точки C; x_A и y_A — координаты шарнира A.

Для рассматриваемых кривошипно-ползунных механизмов имеем

$$Y^2 - 2Yc\sin\psi + 1 + c^2 - k^2 - 2c\cos\psi = 0; \tag{1}$$

$$Y^2 - 2Y(y_A + a\sin\varphi) + x_A^2 + y_A^2 + a^2 + 1 - k^2 - b^2 + 2kb - 2x_A +$$
$$+ 2x_A a\cos\varphi - 2a\cos\varphi + 2y_A a\sin\varphi = 0, \tag{2}$$

где φ и ψ углы, образованные звеньями AB и CD с осью ox.

Выразим углы φ и ψ через переменные β и Y (рис. 1).

$$\left.\begin{aligned}
\sin\varphi &= \pm\frac{(k-b)\cos\beta + Y + y_A}{a},\\
\cos\varphi &= \pm\frac{1 - x_A - (k-b)\sin\beta}{a},\\
\sin\psi &= \frac{k\cos\beta + Y}{c},\\
\cos\psi &= \frac{1 - k\sin\beta}{c}.
\end{aligned}\right| \tag{3}$$

Подставив (3) в (1) и (2), получим:

$$Y^2 + 2Yk\cos\beta + 1 + k^2 - c^2 - 2k\sin\beta = 0; \tag{4}$$

$$Y^2 + 2Y[(k-b)\cos\beta - y_A] + x_A^2 + y_A^2 + 1 + b^2 - a^2 - 2kb -$$
$$- 2x_A + 2x_A(k-b)\sin\beta - 2(k-b)\sin\beta - 2y_A(k-b)\cos\beta = 0. \tag{5}$$

При нашей постановке задачи уравнения (4) и (5) имеют общий корень, который определяется через коэффициенты квадратных уравнений:

$$Y = \frac{\rho_1 q_2 - \rho_2 q_1}{q_1 - q_2}, \tag{6}$$

где

$$\left.\begin{aligned}
\rho_1 &= 2k\cos\beta;\\
\rho_2 &= 2[(k-b)\cos\beta - y_A];\\
q_1 &= L - 2k\sin\beta;\\
q_2 &= M + 2(k-b)(x_A - 1)\sin\beta - 2y_A(k-b)\cos\beta;
\end{aligned}\right| \tag{7}$$

$$\left.\begin{aligned}
L &= 1 + k^2 - c^2;\\
M &= 1 + k^2 + b^2 - a^2 - 2kb - 2x_A + x_A^2 + y_A^2.
\end{aligned}\right] \tag{8}$$

Подстановка выражения (6) в (4) или (5) тождественна и приводит к следующему уравнению:

$$\rho_1^2 q_2 + \rho_2^2 q_1 - \rho_1\rho_2(q_1 + q_2) + (q_1 - q_2)^2 = 0. \tag{9}$$

2. Выражение (9) позволяет вычислить все шесть параметров прямолинейно-направляющего механизма с чертящей точкой E на оси шатуна. Учитывая (7), после соответствующих преобразований (9), можем записать

$$A\,[p_0 f_0(\beta) + p_1 f_1(\beta) + \cdots + p_5 f_5(\beta) - F(\beta)] = 0, \tag{10}$$

где

$$F(\beta) = \cos^3\beta; \tag{11}$$

$$\left.\begin{aligned} f_0(\beta) &= 1; & f_3(\beta) &= \sin 2\beta;\\ f_1(\beta) &= \sin\beta; & f_4(\beta) &= \cos^2\beta;\\ f_2(\beta) &= \cos\beta; & f_5(\beta) &= \sin 2\beta\cos\beta; \end{aligned}\right| \tag{12}$$

$$A = 8\,kby_A\,(k-b); \tag{13}$$

$$\left.\begin{aligned} p_0 &= \frac{4\,L\,y_A^2 + (L-M)^2 + 4\,(kx_A - bx_A + b)^2}{8\,kby_A\,(k-b)};\\ p_1 &= -\frac{(L-M)\,(kx_A - bx_A + b) + 2\,ky_A^2}{2\,kby_A\,(k-b)};\\ p_2 &= \frac{L+M}{2\,k\,(k-b)};\\ p_3 &= \frac{k\,(x_A-2) - b\,(x_A-1)}{2\,k\,(k-b)};\\ p_4 &= \frac{Lb^2 - kb\,(L-M) - y_A^2\,(k^2-b^2) - (kx_A - bx_A + b)^2}{2\,kby_A\,(k-b)};\\ p_5 &= \frac{x_A}{2\,y_A}. \end{aligned}\right| \tag{14}$$

Задача решается как методом квадратического приближения, так и методом интерполирования. При квадратическом приближении коэффициенты приближающей функции $p_0, p_1, \cdots, p_5$ вычисляются из системы линейных уравнений

$$\begin{aligned} &c_{00}p_0 + c_{01}p_1 + \cdots\cdots + c_{05}p_5 = \gamma_0;\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ &c_{50}p_0 + c_{51}p_1 + \cdots\cdots + c_{55}p_5 = \gamma_5, \end{aligned} \tag{15}$$

где

$$c_{lk} = \int_{\beta_1}^{\beta_2} f_l(\beta)\,f_k(\beta)\,d\beta,^{*} \qquad \begin{pmatrix} l = 0, 1, \cdots, 5\\ k = 0, 1, \cdots, 5 \end{pmatrix}; \tag{16}$$

$$\gamma_l = \int_{\beta_1}^{\beta_2} F(\beta)\,f_l(\beta)\,d\beta, \qquad (l = 0, 1, \cdots, 5). \tag{17}$$

---

* Все интегралы берутся в квадратурах.

А при интерполировании вычисление коэффициентов сводится к решению системы уравнений вида:

$$\left.\begin{array}{l} a_{00}p_0 + a_{01}p_1 + \cdots\cdots + a_{05}p_5 = b_0; \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{50}p_0 + a_{51}p_1 + \cdots\cdots + a_{55}p_5 = b_5, \end{array}\right| \qquad (18)$$

где

$$a_{ij} = f_i(\beta_j); \qquad b_i = F(\beta_i); \qquad \begin{pmatrix} i = 0, 1, \cdots, 5 \\ j = 0, 1, \cdots, 5 \end{pmatrix}.$$

Покажем как после вычисления коэффициентов $p_0, p_1 \cdots, p_5$ из системы линейных уравнений (15) или (18) определяются параметры механизма. Из выражения (14) путем исключения параметров a, c, x_1 и y_1 получим следующую систему двух нелинейных уравнений, относительно параметров k и b:

$$\left.\begin{array}{l} 8p_3p_4p_5kb(k-b)^2\left(k-b+\frac{1}{p_3}\right)(2p_3k^2-2p_3kb+2k-b)+32p_3^2p_5^2k^2(k- \\ -b)^2\left(k-b+\frac{1}{p_3}\right)^2-b(2k-b)(2p_3k^2-2p_3kb+2k-b)^2-2p_1p_5b^2(k- \\ \qquad -b)^2(2k-b)(2p_3k^2-2p_3kb+2k-b)+2p_3(k^2-b^2)\left(k-b+\right. \\ \left.+\frac{1}{p_3}\right)(2p_3k^2-2p_3kb+2k-b)^2-8p_1p_3p_5^2k(k-b)^3\left(k-b+\frac{1}{p_3}\right)=0; \\ 16p_3^2p_5^2k(k-b)^3\left(k-b+\frac{1}{p_3}\right)^2(2p_3k^2-2p_3kb+2k-b)^2-4p_1p_3p_5b(k- \\ \qquad -b)^3(2p_3k^2-2p_3kb+2k-b)^3-p_3\left(k-b+\frac{1}{p_3}\right)(2p_3k^2-2p_3kb+ \\ \qquad +2k-b)^4+4p_1^2p_5^2b^2(k-b)^4(2p_3k^2-2p_3kb+2k-b)^2+ \\ +256p_3^4p_5^4k^2(k-b)^4\left(k-b+\frac{1}{p_3}\right)^4-64p_0p_3^2p_5^2kb(k-b)^4\left(k-b+\frac{1}{p_3}\right)^2\times \\ \times(2p_3k^2-2p_3kb+2k-b)=0. \end{array}\right| \qquad (19)$$

Решая одним из известных методов, указанных в [2], систему нелинейных уравнений (19), получаем параметры k и b. Затем из системы уравнений (14) определяем параметры x_A, y_A и величины L и M

$$x_A = \frac{2p_3k(k-b)+2k-b}{k-b}; \qquad (20)$$

$$y_A = \frac{x_A}{2p_5}; \qquad (21)$$

$$L = \frac{p_1 k (k-b)(kx_A - bx_A + b) - p_1 kby_A (k-b) - ky_A^2}{kx_A - bx_A + b}; \tag{22}$$

$$M = \frac{p_2 k (k-b)(kx_A - bx_A + b) + p_1 kby_A (k-b) + ky_A^2}{kx_A - bx_A + b}. \tag{23}$$

Далее с помощью (22) и (23) из уравнений (8) определяем

$$a = \sqrt{1 + (k-b)^2 + x_A^2 + y_A^2 - 2x_A - M}; \tag{24}$$

$$c = \sqrt{1 + k^2 - L}. \tag{25}$$

После определения параметров механизма, по формуле (6) вычисляем Y_1 и Y_2, соответствующие началу и концу интервала приближения по переменному β.

Отклонение от прямолинейности приближенно определяем по формуле:

$$\Delta = \frac{m_1 (1 + n_2) - m_2 (1 + n_1)}{m_1 - m_2}, \tag{26}$$

где

$$n_1 = -2k \sin \beta;$$
$$n_2 = -2\left[(k-b)\sin\beta - x_A\right]; \tag{27}$$
$$m_1 = k^2 - c^2 + Y^2 - 2kY \cos\beta;$$
$$m_2 = (k-b)^2 + x_A^2 - a^2 + (Y - y_A)^2 + 2(k-b)x_A \sin\beta + 2(k-b)(Y - y_A)\cos\beta.$$

В выражении (27) Y определяется по формуле (6).

Пример. Требуется спроектировать четырехшарнирный прямолинейно-направляющий механизм по заданным значениям $\beta_1 = 70°$, $\beta_2 = 120°$. Задачу решаем методом квадратического приближения. По формулам (16) и (17) определяем величины c_{ik} и γ_i.

Подставляя эти величины в (15) и решая полученную систему уравнений, находим значения коэффициентов:

$$p_0 = -1{,}287028; \qquad p_3 = -0{,}6854649;$$
$$p_1 = 1{,}285575; \qquad p_4 = -0{,}426580;$$
$$p_2 = 1{,}392158; \qquad p_5 = 0{,}578848.$$

Подставив эти коэффициенты в (19) и решая систему уравнений, получим

$$k = 1{,}22183; \qquad b = 0{,}89771.$$

Из выражений (20), (21), (24) и (25) получаем численные значения остальных параметров:

$$x_A = 3{,}09468; \qquad y_A = 2{,}67314;$$
$$a = 2{,}41889; \qquad c = 2{,}67911.$$

По формуле (6) вычисляем

$$Y_1 = 2{,}26613; \qquad Y_2 = 3{,}28486.$$

Полученный механизм изображен на рис. 2. где двумя тонкими линиями представлен так же преобразованный по теореме Робертса второй четырехзвенник с внешним расположением чертящей точки E,

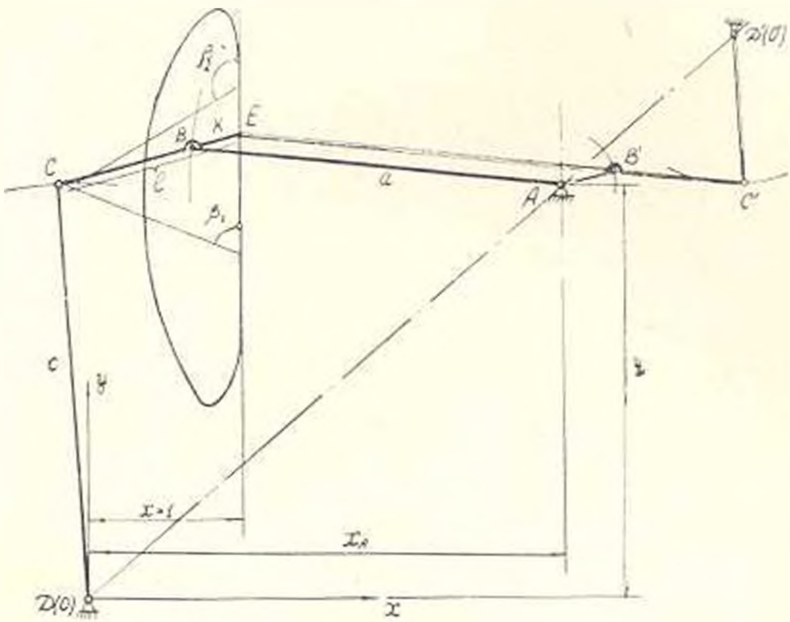

Рис. 2.

причем углам β соответствуют углы поворота звена AB' преобразованного четырехзвенника. Из этих двух четырехзвенников выбирается тот, который в условиях конкретной задачи представляется наи-

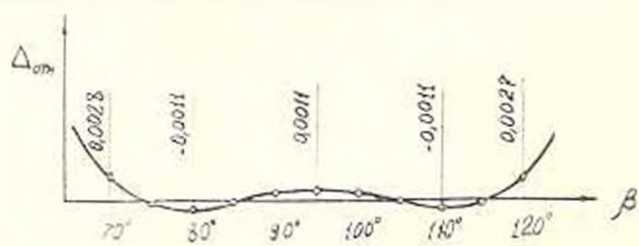

Рис. 3.

более удобным. Отклонения от прямолинейности на участке приближения (рис. 3) определяются по формуле (26).

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Поступило 6.III.1969.

Վ. Մ. ԹԱԻՐՅԱՆ

ՀԱՐԹ ՈՒՂՂԱԳԻԾ-ՈՒՂՂՈՐԴԱՅԻՆ ՄԵԽԱՆԻԶՄԻ ՍԻՆԹԵԶԸ, ԵՐԲ ԳԾՈՂ ԿԵՏԸ ԳՏՆՎՈՒՄ Է ՇԱՐԺԱԹԵՎԻ ԱՌԱՆՑՔԻ ՎՐԱ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Հոդվածում տրվող մեթոդի օգնությամբ հնարավոր է նախագծել հարթ ուղղագիծ-ուղղորդային մեխանիզմ վեց անհայտ պարամետրերով։ Ստացված է երկու շատամիկ-սողնակային մեխանիզմների համատեղության պայմանը և վեց պարամետրերի հաշվման համար այն բերված է բազմանդամի տեսքի։ Արտածված են բանաձևեր մեխանիզմի անհայտ պարամետրերը հաշվելու համար։ Ցույց է տրված, որ այդ դեպքում մոտարկվող ֆունկցիայի պարամետրերը որոշվում են գծային հավասարումների սիստեմից, իսկ մեխանիզմի պարամետրերը որոշող բանաձևերը բերվում են երկու ոչ գծային հավասարումների սիստեմի։

Լուծված է մասնավոր օրինակ, երբ շարժաթևի և գծող կետի հատվածի միջև կազմված անկյունը ունի $\beta_1=70^\circ$ *և* $\beta_2=120^\circ$ *արժեքները։*

ЛИТЕРАТУРА

1. *Артоболевский И. И., Левитский Н. И., Черкудинов С. А.* Синтез плоских механизмов. Физматгиз, 1959.
2. *Демидович Б. П., Марон И. А.* Основы вычислительной математики. Физматгиз, 1966.